

Institutul politehnic București

Mihai Gh. Ionescu

CURS DE MAȘINI ELECTRICE

Volumul II

pentru uzul studenților

1 9 8 3



for Mr
Red, as stated
in annexure 1
mm

CURS DE MASINI ELECTRICE

VOLUMUL II

Conf.dr.ing.Mihai Gh. Ionescu

P LAL A
RCL 0 0.239489806
ENTER 0.107208358
RCL 4
÷
TAUSE
frc
STO 2
RCL 0
STO 1
RCL 2
STO 0
f GSB A

P R E F A T A

Volumul al doilea al cursului de Mașini Electrice pentru studenții facultății Energetică anul III, secțiile Electroenergetică și Energetică generală, continuă sub o formă dezvoltată lecțiile de curs referitoare la problemele generale ale mașinilor electrice rotative de curent alternativ și la teoria, funcționarea și aplicațiile diverse ale mașinilor asincrone.

La fel ca și în cazul primului volum, cursul pune accentul pe latura fizică a fenomenelor. Teoria este dezvoltată și prelungită numai în măsura în care se justifică prin aplicații. În curs sînt cuprinse și noțiuni privind materialele electrotehnice, tehnologia și construcția mașinilor electrice, pentru care nu există suficient timp de predare la tablă. Numeroase figuri, diagrame și tabele însoțesc textul, pentru o mai clară evidențiere a afirmațiilor teoretice. Rezultatele principale sînt însoțite de comentarii și observații, care au rolul de a pune în evidență posibilele aplicații. Formulele importante sînt încadrate în chenar, sau subliniate, pentru o mai bună scoatere în evidență a aspectelor esențiale.

Deoarece viitorul inginer energetician este interesat mai cu seamă asupra aplicațiilor mașinilor electrice, am căutat să dezvolt corespunzător partea de aplicații, cuprinzînd și unele probleme specifice acționărilor electrice, pentru care nu există curs special în facultate. Aceasta a determinat o oarecare extensie a volumului lucrării, justificată prin dorința autorului de a prezenta un curs cît mai complet, cît mai apropiat de cerințele asigurării unei pregătiri temeinice în acest domeniu.

Colegii din catedra de Mașini electrice au avut ocazia în diferite rînduri de a face observații utile asupra unor capitole din curs prezentate în catedră. Din acest punct de vedere sînt îndatorat cu deosebire tov. Prof. Dr. Ing. Al. Fransua, precum și tov. Conf. Dr. Ing. N. Galan și Sef lucrări Dr. Ing. C. Ghiță, care au avut deosebita amabilitate de a parcurge manuscrisul și a-mi comunica observații și sugestii utile. Tuturor le aduc pe această cale mulțumirile mele.

Conf. Dr. Ing. Mihai Gh. Ionescu

C U P R I N S

PROBLEME GENERALE ALE MASINILOR ROTATIVE DE CURENT ALTERNATIV

1. Introducere	1
2. Producerea cimpului magnetic in masinile electrice	13
2.1. Introducere	13
2.2. Cimpul magnetic la masini cu intrefier constant	16
2.2.1. Ipoteze fundamentale	16
2.2.2. Notiunea de unghi electric	21
2.2.3. Cimpuri utile si de scapari	22
2.2.4. Relatii fundamentale	24
2.2.5. Efectuarea unor corectii	30
2.2.6. Cimpul infasurarilor in simplu strat	34
2.2.7. Cimpul infasurarilor in dublu strat	47
2.2.8. Cimpul infasurarilor monofazate	54
2.2.9. Cimpul infasurarilor trifazate. Producerea cimpurilor magnetice invirtitoare, pe cale electrică	59
2.2.10. Corelatia spațio-temporală	67
2.2.11. Producerea cimpurilor magnetice invirti- toare, pe cale mecanică	70
2.3. Cimpul magnetic la masini cu intrefier variabil	76
2.3.1. Cimpul armaturii cu poli aparenti (iesiti)	76
2.3.2. Cimpul armaturii cu infasurare repartizată	82
2.4. Complectări la capitolele precedente	86
2.4.1. Infasurări bifazate	86
2.4.2. Cimpuri invirtitoare eliptice	87
2.4.3. Armonici de spațiu și timp	90
2.5. Concluzii	93
3. Producerea tensiunii electromotoare	94
3.1. Fluxuri magnetice prin infasurări	94
3.2. Tensiuni electromotoare in masinile electrice	101

II

3.2.1. Moduri de producere a t.e.m.	101
3.2.2. Producerea t.e.m. trifazate	110
3.2.3. Armonici superioare ale t.e.m.	113
3.2.4. Îmbunătățirea formei curbei t.e.m.	119
3.2.5. T.e.m. indus de cimpurile de scăpări	122
4. Producerea cuplurilor electromagnetice	123
4.1. Introducere	123
4.2. Cuplul în regim permanent sinusoidal	133
5. Înfășurările mașinilor de curent alternativ	138
5.1. Introducere	138
5.2. Înfășurări simplu strat	141
5.3. Înfășurări dublu strat	144
5.4. Izolația înfășurărilor	145

MASINA ASINCRONA

1. Introducere	149
2. Principiul de funcționare și elemente de construcție . . .	150
3. Teoria mașinii asincrone în regim staționar (permanent sinusoidal)	157
3.1. Introducere	157
3.2. Mașini asincrone cu rotorul bobinat	164
3.2.1. Corelația spațio-temporală și consecințe . . .	164
3.2.2. Ecuațiile de tensiuni	167
3.2.3. Ecuațiile în mărimi raportate	172
3.2.4. Diagrama fazorială	177
3.2.5. Scheme echivalente ale mașinii asincrone . . .	178
3.2.6. Bilanțul de puteri în regim staționar	181
3.2.7. Cuplul electromagnetic și caracteristica mecanică	186
3.2.8. Stabilitatea în funcționarea ca motor asincron .	194
3.2.9. Diagrama cercului	198
3.2.10. Caracteristicile de funcționare	203

3.2.11. Incercări experimentale	204
3.3. Mașini asincrone cu rotorul în scurtcircuit	209
3.3.1. Rotorul în colivie simplă	209
3.3.2. Rotorul în dublă colivie	220
3.3.3. Rotorul cu bare înalte (adinci)	224
3.4. Influența armonicelor superioare asupra funcționării mașinii asincrone	229
3.4.1. Cupluri parazite asincrone	230
3.4.2. Cupluri parazite sincrone	233
3.4.3. Forțele radiale de vibrație. Alte cupluri	236
3.4.4. Metode de reducere a efectelor parazite	237
4. Procese de pornire, frinare, reversare și reglarea vitezei	237
4.1. Pornirea motoarelor asincrone	237
4.1.1. Problemele fundamentale ale pornirii motoarelor	237
4.1.2. Curentul de pornire și impedanța motorului	242
4.1.3. Determinarea timpului de pornire	246
4.1.4. Pierderi și încălzirea la pornire	248
4.2. Procedee de pornire a motoarelor asincrone	252
4.2.1. Pornirea directă	252
4.2.2. Pornirea cu comutator stea-triunghi	253
4.2.3. Pornirea cu bobine de reactanță sau auto- transformatoare inseriate	255
4.2.4. Pornirea cu reostat de pornire	259
4.3. Reversarea și frinarea motoarelor asincrone	263
4.3.1. Generalități	263
4.3.2. Procedee de frinare ale motoarelor asincrone	265
4.3.2.1. Frinarea liberă	265
4.3.2.2. Frinarea prin contraconectare	266
4.3.2.3. Frinarea dinamică (cu curent continuu).	269
4.3.2.4. Frinarea recuperativă (suprasincronă).	274
4.3.2.5. Frinarea condensatorică	275
4.3.2.6. Frinarea monofazată (subsincronă).	276
4.4. Reglarea vitezei motoarelor asincrone	278

4.4.1.Problemele reglării vitezei	278
4.4.2.Metode de reglare a vitezei	281
4.4.2.1.Variația tensiunii la bornele motorului	281
4.4.2.2.Variația rezistenței din rotor	282
4.4.2.3.Variația numărului de poli și cimpului	283
4.4.2.4.Variația frecvenței din stator	288
4.4.2.5.Cuplarea în cascadă	290
5.Unele probleme de exploatare a motorului asincron	297
5.1.Determinarea parametrilor în regim staționar	297
5.2.Funcționarea la tensiune diferită de cea nominală	300
5.3.Funcționarea la frecvență diferită de cea nominală	301
6.Regimuri și aplicații speciale ale mașinii asincrone trifazate	302
6.1.Generatorul asincron	302
6.2.Regulatorul de fază	315
6.3.Regulatorul de inducție	317
6.4.Convertizorul asincron de frecvență	318
6.5.Arborele electric	320
7.Mașina asincronă monofazată	323
8.Mașina asincronă bifazată	333
9.Regimurile tranzitorii și nesimetrice ale mașinii asincrone	341
9.1.Ipoteze simplificatoare și convenții	342
9.2.Ecuatiile de tensiuni și relațiile fluxuri-curenți	343
9.3.Variația cu unghiul θ a inductanțelor	344
9.4.Transformarea Park de variabile	346
9.5.Relațiile fluxuri-curenți în noile variabile	349

V

9.6.Ecuatiile finale in noile mărimi	350
9.7.Cuplul electromagnetic și ecuația de mișcare. . .	352
9.8.Regimul permanent sinusoidal (staționar).	354

ANEXA Nr.1

PROBLEME GENERALE ALE MASINILOR ROTATIVE DE CURENT ALTERNATIV

1. INTRODUCERE

Din motivele arătate în vol.I, par.2.4 din "Introducere", un interes economic prezintă numai mașinile electrice bazate pe acumularea energiei în câmp magnetic. Fenomenele fizice de bază în funcționarea acestor mașini sînt cele notate cu I_b, I_{b1}, I_{b2} și I_{b3} din paragraful amintit. Mașinile electrice bazate pe aceste fenomene au căpătat o mare dezvoltare și răspîndire, avînd o teorie bine pusă la punct, devenind așa numitele "mașini electrice clasice": mașina asincronă, mașina sincronă, mașinile de curent continuu. Din aceste tipuri clasice derivă mașinile electrice speciale, care au fost elaborate pentru alte scopuri decît cele legate de conversia electromecanică în condiții de randament maxim (în cazul acestora interesează alte performanțe: precizie, fidelitate, rapiditate în reproducerea comenzii etc...)

Funcționarea mașinilor electrice poate avea loc în cele mai diferite condiții în ceea ce privește variația în timp a mărimilor de stare. Din acest punct de vedere există două regimuri de funcționare, cele mai importante pentru studiul mașinii:

a) Regimul staționar

Acest regim de funcționare cunoscut uneori și sub denumirea de regim permanent, se caracterizează prin valori constante în timp ale mărimilor de stare și interacțiune, precum și prin flux continuu și uniform de energie în procesul de conversie. Este cel mai important regim de funcționare al mașinii, cel pentru care a fost proiectată și construită și în care trebuie să funcționeze în exploatare cea mai mare parte a timpului. Mărimile nominale ale mașinilor (vol.I, pag.82) se referă cu deosebire la acest regim, fiind înscrise pe plăcuța indicatoare de pe carcasa sau fundamentul mașinii.

Trebuie observat că în cazul mașinilor de curent alternativ valorile constante în timp se referă la valorile efective ale mărimilor de stare, care în acest caz variază în timp sinusoidal.

În regim staționar, mașinile electrice sînt caracterizate individual de așa numiții parametri de regim staționar ca de exemplu: rezistențele electrice ale înfășurărilor, reactanțele utile, proprii, de scăpări, mutuale, numerele de spire etc... Valorile lor diferă de la un exemplar la altul (în limite strînse) și fac ca performanțele mașinilor să fie diferite chiar dacă datele nominale sînt aceleași, iar tipul constructiv identic. Din acest motiv acești parametri nu se trec pe plăcuța cu datele mașinii, valorile lor fiind uneori trecute în cartea tehnică a mașinii.

b) Regimul tranzitoriu

Acest regim de funcționare este impus datorită trecerilor de la un regim staționar la altul, impuse de cerințele de exploatare (cuplări-decuplări de sarcini, variații bruște accidentale ale unor mărimi, procese de pornire-oprire, avarii etc...). Este caracterizat de variații rapide în timp ale mărimilor de stare, uneori după forme de variație destul de complicate, de aceea se mai cunoaște și sub denumirea de regim dinamic, sau variabil.

Cunoașterea funcționării mașinii electrice în asemenea regimuri este importantă deoarece este posibil ca anumite mărimi să capete în regim tranzitoriu valori cu mult mai mari decît în regim staționar, conducînd la solicitări suplimentare ale mașinii. Efectele regimurilor tranzitorii sînt în principal:

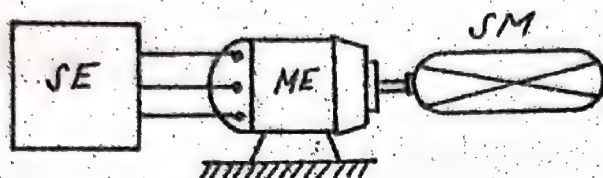
- electrice (solicitarea izolației)
- mecanice (solicitarea prin forțe electrodinamice)
- termice (încălziri excesive)

Fenomenele de regim tranzitoriu sînt mai complexe decît cele de regim staționar, făcînd apel la o teorie mai complicată și necesitînd cunoașterea în plus a așa numiților parametri de regim tranzitoriu (constante de timp, inductanțe tranzitorii și supratranzitorii, momente de inerție etc...).

c) Probleme comune ale mașinilor electrice

Un studiu complet al fenomenelor ce au loc în mașinile electrice nu se poate face avîndu-se în vedere numai mașina considerată. În adevăr, mașina electrică fiind o verigă de legătură dintre două sisteme fizice, unul electric cu care este în interacțiune pe la borne, iar altul meccanic cu care este în interacțiune prin intermediul arborelui (fig.1), este clar că

fenomenele din mașină vor fi influențate de ceea ce se întâmplă în fiecare din aceste sisteme. Răspunsul privind comportarea mașinii într-un caz concret dat, depinde deci de condițiile externe, "reduce" la bornele și la arborele mașinii. Deși nu



- fig 1 -

se poate face un studiu al fenomenelor din mașină total independent de ceea ce se întâmplă în sistemele cu care se interacționează, în anumite cazuri se pot admite unele ipoteze simplificatoare raționale, cum ar fi de exemplu ipo-

teza alimentării cu tensiuni la borne constante. Astfel de ipoteze, în general foarte apropiate de realitate, permit realizarea unei independențe parțiale sau totale a fenomenelor interioare de cele exterioare, ceea ce simplifică mult tratările teoretice. Astfel, regimurile particulare de mers în gol sau în scurtcircuit studiate în vol. I, pag. 62 sînt cazuri particulare ale situației din fig. 1, cînd lipsește interacțiunea mașinii cu unul din sisteme (cel electric SE, sau cel mecanic SM). În aceste cazuri este evident că nu mai sînt necesare ipoteze simplificatoare, căci însăși regimul de funcționare permite tratarea izolată a mașinii de unul din sisteme.

Există și cazuri mai complexe cînd putem avea mai multe mașini electrice în interacțiune (ex: mers în paralel pe parte electrică, mers în paralel mecanic, mașini electrice cuplate în cascadă etc...), dar acestea se pot reduce mai totdeauna la studiul mai multor situații separate, ca cea din fig. 1.

Anumite probleme ale studiului mașinilor electrice au însă o anumită independență față de condițiile exterioare și într-un anumit sens sînt specifice mașinii însăși, tipului său funcțional și constructiv. Aceste probleme specifice sînt:

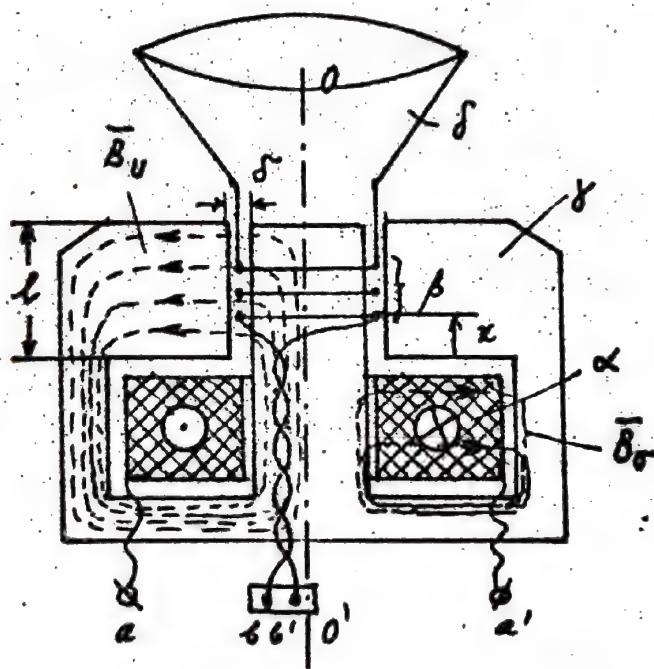
- 1- modul de producere a cîmpului magnetic
- 2- modul de producere a tensiunii electromotoare
- 3- modul de producere a cuplului electromagnetic
- 4- modul de realizare a înfășurărilor

Acestea reprezintă răspunsuri la întrebările fundamentale pe care trebuie să le punem oricând ori studiem o nouă mașină și reprezintă ceva comun tuturor mașinilor electrice, indiferent de tipul lor, indiferent de faptul că respective mașină este un generator electric, sau un motor electric.

Din aceste motive este indicat ca studiul acestor probleme comune, fundamentale, să precedă studierea concretă a diferitelor tipuri de mașini electrice, ele constituind un capitol separat al cursului, de cea mai mare importanță pentru înțelegerea fenomenelor din mașinile electrice.

Înainte însă de a trece la expunerea celor patru aspecte enunțate mai înainte, vom da un exemplu concret privind maniera în care trebuiesc abordate problemele generale ale funcționării unui convertor electromecanic, generalizând apoi relațiile concrete obținute.

Pentru aceasta vom considera convertorul electromecanic cu configurația geometrică și electromagnetică din fig.2, cu simetrie cilindrică în jurul axului $O-O'$, folosit ca vibrator (oscilomotor) în tehnica curenților tari, sau ca "difuzor" de tip electrodinamic cu excitație, în tehnica curenților slabi.



- fig. 2 -

alimentare din exterior a celor două bobine $a-a'$ și $b-b'$.

Construcția comportă un circuit magnetic masiv cu permeabilitate magnetică foarte mare, μ_r , prevăzut cu întrefier în care se poate deplasa prin translație bobina mobilă β , o bobină de excitație α pentru producerea în circuitul magnetic și mai ales în întrefier a unui câmp magnetic de inducție \vec{B} , pilnia \vec{B} pentru transformarea vibrațiilor bobinei mobile în unde sonore și bornele de

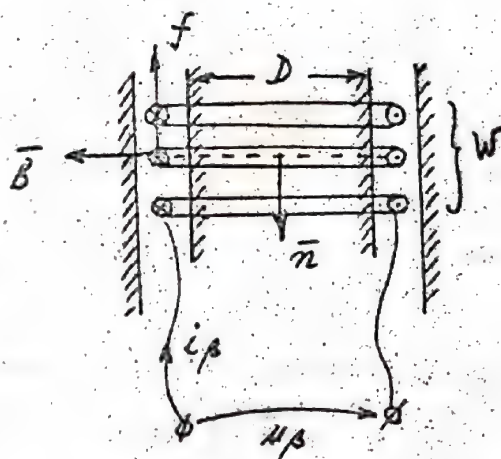
La trecerea prin bobina de excitație α a unui curent de excitație continuu pe la bornele a-a', apare un cîmp magnetic localizat în interiorul circuitului magnetic ca urmare a permeabilității foarte mari a acestuia. Liniiile de cîmp tipice ale inducției magnetice pot fi utile (cele care străbat întrefierul înălțându-se cu bobina mobilă și figurate în jumătatea din dreapta a figurii nr.2) sau de scăpări (cele care nu trec prin întrefier, figurate în jumătatea din dreapta a aceleiași figuri). Dacă presupunem că permeabilitatea este infinită, din aplicarea legii circuitului magnetic pe o linie de cîmp util rezultă:

$$(1) \oint_p \vec{H} d\vec{l} = \mathcal{C}_{Sp}$$

adică:

$$(2) \frac{B_v}{\mu_0} \cdot \delta = W_L \cdot I_\alpha$$

Cîmpul în zona centrală unde se află spirele bobinei mobile va avea o valoare constantă fiind orientat în sens radial așa ca în fig.3. La trecerea unui curent prin bobina mobilă ca urmare a aplicării unei tensiuni la bornele b-b' (U_β și i_β pe fig.3), apar forțe f asupra spirelor și bobina β se pune în mișcare (regimul MOTOR al convertorului). Îndată ce s-a pus în mișcare apar în spirele bobinei β și tensiuni electromotoare produse prin mișcarea acestora în cîmpul magnetic.



- fig.3 -

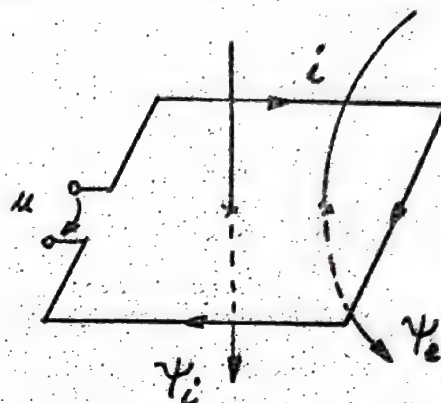
Convertorul se poate folosi și într-un regim inversat, de exemplu ca "microfon". Vibrațiile sonore transmise pilniei δ se comunică bobinei mobile sub formă de oscilații de translație. Ca urmare a mișcării față de cîmpul magnetic de excitație, se induc în spire tensiuni electromotoare (regimul GENERATOR al convertorului) culese la bornele b-b'. Dacă la bornele b-b' se află o impedanță, atunci apare un curent indus și apare și o forță care se opune mișcării.

Pentru studiul cantitativ al fenomenelor descrise, vom scrie mai întâi legea inducției electromagnetice combinată cu legea

circuitului electric (Ohm), pe traseul format de circuitul conductor al bobinei mobile și o linie a tensiunii la borne. Pentru stabilirea univocă a semnelor diferitelor mărimi, se consideră ca sensuri instantanee pozitive cele din fig. 4 pe care s-au notat: u-tensiunea la borne, i -curentul,

Ψ_i - fluxul total magnetic produs de către curentul i (fluxul de autoinducție), Ψ_e - fluxul magnetic total exterior. Prin aplicarea legilor va rezulta:

$$(3) \quad e_p = R_p \dot{i}_p - u_p = - \frac{d}{dt} (\Psi_{ip} + \Psi_{ep})$$



- Fig. 4 -

Pentru deplasări în zona centrală a bobinei mobile, se poate scrie Ψ_i funcție de inductanța proprie L_p a bobinei și curent, sub forma:

$$(4) \quad \Psi_{ip} = L_p i_p$$

Fluxul exterior variază liniar cu coordonata x (fig. 2):

$$(5) \quad \Psi_{ep} = \frac{x}{l} (\Psi_{max} - \Psi_{min}) - \Psi_{max}$$

diferența dintre fluxul maxim și minim fiind evident:

$$(6) \quad \Psi_{max} - \Psi_{min} = w \cdot B_u \cdot \pi D l$$

Luând în considerare cele spuse putem scrie (3) sub forma:

$$(7) \quad u_p = R_p \dot{i}_p + L_p \frac{d\dot{i}_p}{dt} - e_{ep}$$

în care t.e.m. e_{ep} are expresia:

$$(8) \quad e_{ep} = - \frac{d\Psi_{ep}}{dt} = - \frac{v}{l} (\Psi_{max} - \Psi_{min}) = - w B_u \pi D v$$

Forța exercitată asupra bobinei mobile se determină pe baza expresiei generale:

$$(9) \quad d\vec{f}_p = i_p d\vec{l} \times \vec{B}_u$$

care pentru cazul considerat (fig. 3) devine:

$$(10) \quad f_p = w B_u \pi D i_p$$

cu sensul și direcția din fig.3. Pentru completarea caracterizării fenomenelor mai trebuie scrisă ecuația de mișcare a bobinei mobile:

$$(11) \quad \mathcal{F}_r = M \frac{dv}{dt} + A \cdot v + \mathcal{F}_r$$

în care M este masa totală a bobinei și pilnii, A este coeficientul frecărilor viscoase aerodinamice, iar \mathcal{F}_r este forța rezistentă ce se opune mișcării.

Pe baza relațiilor precedente sistemul de ecuații care caracterizează funcționarea convertorului descris, se poate scrie sub forma:

$$(12) \quad \begin{cases} \mathcal{U}_\beta = (R_\beta + D \cdot L_\beta) i_\beta + (w B_0 \pi D) v \\ \mathcal{F}_r = (w B_0 \pi D) i_\beta - (A + D \cdot M) v \end{cases}$$

în care s-a notat cu $D = d/dt$ operatorul de derivare în raport cu timpul. Avem deci și relația:

$$(13) \quad v = D \cdot x$$

Diverse regimuri de funcționare ale convertorului se pot studia pe baza sistemului (12) în care se particularizează în modul următor:

a) pentru regimul static în care mărimile sînt constante în timp se consideră:

$$D \equiv 0$$

b) pentru regimul staționar în care mărimile variază sinusoidal în timp se consideră:

$$D \equiv j \cdot \omega$$

mărimile din sistem fiind înlocuite prin fazorii de timp corespunzători

c) pentru regimul tranzitoriu cu condiții inițiale nule se consideră:

$$D \equiv p = \sigma + j \cdot \omega$$

iar mărimile din sistem se înlocuiesc prin imaginile Laplace.

În continuare vom studia regimul staționar, considerînd că forța rezistentă \mathcal{F}_r este o forță de tip elastic:

$$(14) \quad \mathcal{F}_r = K \cdot x$$

Sistemul de ecuații în fazori, este în acest caz:

$$(15) \quad \begin{cases} \underline{U}_\beta = (R_\beta + j L_\beta \omega) \underline{I}_\beta + (w B_0 \pi D) j \omega \underline{x} \\ K \underline{x} = (w B_0 \pi D) \underline{I}_\beta - (A + j M \omega) j \omega \underline{x} \end{cases}$$

Dacă se elimină din sistem deplasarea \underline{X} se poate determina impedanța echivalentă a convertorului față de bornele de intrare b-b' :

$$(16) \underline{Z}_{ech} = (R_\beta + j\omega L_\beta) + \frac{1}{\frac{A}{\xi^2} + \frac{K}{j\omega \xi^2} + j \frac{\omega M}{\xi^2}} = \underline{Z}_{e\beta} + \underline{Z}_{m\beta}$$

în care s-a notat: $\xi = \omega B_0 T D$

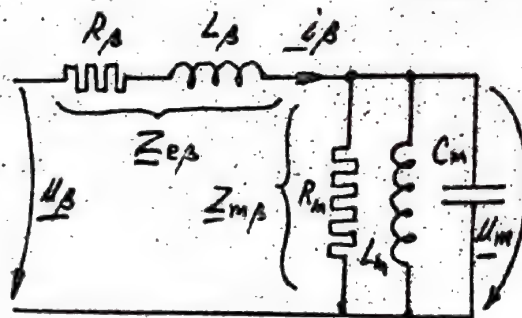
Expresia (16) îi corespunde schema echivalentă în raport cu bornele de intrare din fig.5 formată din inserierea impedanței $\underline{Z}_{e\beta}$ electrice cu impedanța $\underline{Z}_{m\beta}$ mecanică.

Pentru parametrii echivalenței R_m , L_m și C_m se găsesc expresiile:

$$(17) R_m = \frac{\xi^2}{A}$$

$$(18) L_m = \frac{\xi^2}{K}$$

$$(19) C_m = \frac{M}{\xi^2}$$



-fig.5-

Dacă se elimină curentul \underline{I}_β din (15), atunci se determină deplasarea bobinei cu expresia:

$$(20) \underline{X} = \frac{\xi \cdot \underline{U}_\beta}{(R_\beta + j\omega L_\beta) [(K - \omega^2 M) + j\omega A] + j\omega \xi^2}$$

din care se poate determina mai departe amplitudinea și defazajul în raport cu tensiunea la borne.

Studiul fenomenelor devine mai clar și mai intuitiv dacă se recurge la diagramele fazoriale. Astfel, dacă se ține seama de faptul că (13) devine $\underline{v} = j\omega \underline{X}$, ecuația a doua din (15) se va scrie ținând seama și de relațiile (17....19):

$$(21) \underline{I}_\beta = \xi \cdot \underline{v} \cdot \underline{Z}_{m\beta}^{-1}$$

În mod asemănător se scrie:

$$(22) -\underline{e}_\beta = \underline{U}_\beta - \underline{Z}_{e\beta} \cdot \underline{I}_\beta = \underline{U}_m = \underline{Z}_{m\beta} \cdot \underline{I}_\beta = \xi \underline{v}$$

Relațiilor (15), (21), (22) le corespunde diagrama fazorială din fig.6 cu ajutorul căreia se pot calcula foarte simplu pe baze geometrice diferite mărimi interesante pentru studiul convertorului. Să considerăm de exemplu puterea activă absorbită pe la bornele b-b' dată de expresia:

$$(23) P_p = U_p \cdot I_p \cdot \cos \varphi$$

și care pe baza diagramei se mai poate scrie:

$$(24) P_p = I_p [R_p I_p + E \cdot \cos \epsilon] = \\ = R_p I_p^2 + f_p \cdot v \cdot \cos \epsilon$$

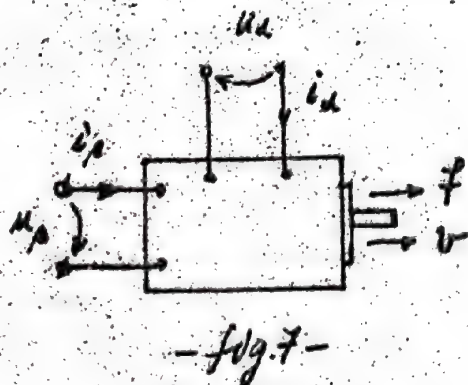
Ultimul termen reprezintă valoarea medie în timp pe un număr întreg de perioade a puterii mecanice la ieșirea convertorului, astfel că (24) reprezintă bilanțul de puteri active al său:

$$(25) P_p = p_{cup} + P_{mec}$$

Conform teoremei conservării puterilor active și schemei echivalente din fig.5, rezultă că puterea mecanică medie corespunde cu pierderile Joule în rezistența echivalentă R_m .

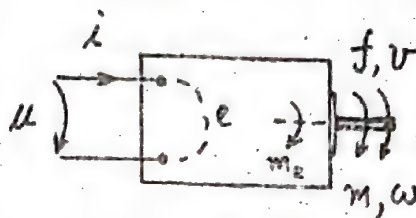
Pe baza exemplului concret analizat vom desprinde unele concluzii cu caracter general, pe care le vom reînfrîni în studiul mașinilor electrice clasice.

I. Privit în ansamblu și exclusiv prin prisma legăturilor spre exterior, convertorul electromecanic considerat se poate reprezenta simplificat printr-un multiplu cu două porți de acces electrice și o poartă de acces mecanică (fig.7)



Mărimile de stare corespunzătoare, pe căile de acces, se grupează pe perechi fiind cele indicate pe figură. Cum de obicei excitația este constantă (U_d este constant în timp, deci ξ e constant)) multiplul se reduce la un cuadripol electromecanic cu o poartă de intrare și alta de ieșire, una electrică, alta mecanică.

În acest caz dispărînd poarta "de excitație" nu mai sînt necesari indicii β ai mărimilor electrice astfel că cuadripolul electromecanic se reprezintă simplu ca în fig. 8 alăturată. Pe calea mecanică de acces s-au trecut fie forța f și viteza rectilinie v (cazul mașinilor cu mișcare de deplasare prin translație), fie cuplul m și viteza unghiulară ω (cazul mașinilor cu mișcare de rotație).



- fig. 8 -

II. Relațiile fundamentale care stau la baza analizei funcționării convertorului electromecanic reprezentat general prin cuadripolul din fig. 8 sînt următoarele patru relații:

[[a.]] Ecuatia de echilibru a tensiunilor (7) generalizată în forma:

$$(26) \quad f(\mu, i, e, t) = 0$$

în care apare cuplul variabilelor de stare pe poarta de acces electrică (tensiunea la borne μ și curentul la borne i) și o mărime specifică convertorului, tensiunea electromotoare e .

[[b.]] Ecuatia de echilibru a forțelor (cuplurilor) (11) generalizată în forma:

$$(27) \quad g(m, \omega, m_e, t) = 0$$

în care apare cuplul variabilelor de stare pe poarta de acces mecanică (forța sau cuplul exterior la ax și viteza m, ω) și o mărime specifică convertorului, cuplul (forța) electromagnetic m_e .

[[c.]] Formula tensiunii electromotoare (8) generalizată sub forma:

$$(28) \quad e = h(\omega, \phi)$$

[[d.]] Formula forței (cuplului) electromagnetic (10) generalizată sub forma:

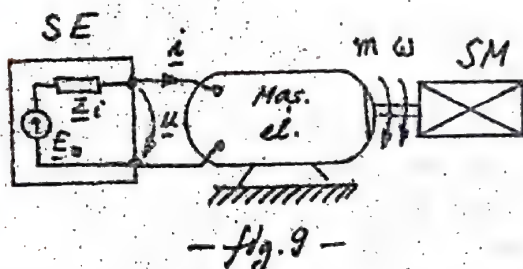
$$(29) \quad m_e = \mathcal{L}(i, \phi)$$

Primele două relații fundamentale (26), (27) în care apare timpul t , sînt ecuații de evoluție și au un caracter general dacă mărimile tensiune electromotoare e și cuplu (forță) electromagnetic m (f) rămîn nespecificate, fiind tipice pentru mașinile electrice. Celelalte două relații fundamentale (28), (29) reprezintă expresii specifice tipului de mașină considerat, variînd ca formă de la

un tip de mașină la altul. Ele trebuie în consecință stabilite concret pentru fiecare tip nou de mașină studiat. Mărimea ϕ care apare în ambele expresii (28), (29) reprezintă fluxul magnetic necesar procesului de conversie, produs în mod separat de către un circuit special de "excitație" de către un sistem cu magneți permanenți, sau chiar de către curenții din înfășurările de lucru.

III. Dacă fluxul magnetic ϕ se consideră dat, relațiile fundamentale (26...29) formează un sistem de patru relații cu șase necunoscute funcție de timp: u, i, e, m, ω , care nu se poate rezolva decât dacă se mai adaugă încă două relații între aceleași mărimi, sau dacă se cunosc două din cele șase mărimi prezentate anterior.

Cele două relații suplimentare necesare pentru a se asigura unicitatea soluției, caracterizează proprietăți ale celor două sisteme cu care interacționează mașina, sistemul electric SE și sistemul mecanic SM (fig. 1). Astfel, dacă sistemul electric se poate reduce de exemplu cu ajutorul teoremelor generale din teoria rețelelor electrice, la schema echivalentă a unui generator de t.e.m. constantă în serie cu o impedanță internă (fig. 9)



atunci ecuația necesară se obține din teorema a II-a a lui Kirchhoff :

$$(30) \quad u = e_0 - R \cdot i - L \cdot \frac{di}{dt}$$

sau în fazori, dacă regimul este permanent sinusoidal:

$$(31) \quad \underline{U} = \underline{E}_0 - \underline{Z}_i \cdot \underline{I}$$

Dacă știm și pentru sistemul mecanic o asemenea relație de dependență, redusă prin metodele cunoscute din mecanica teoretică la axul mașinii electrice, cum ar fi de exemplu faptul că cuplul este constant și independent de viteză (ca în cazul mașinilor de ridicat):

$$(32) \quad M = M_0$$

atunci sistemul de relații devine complet și putem determina cu ajutorul lui orice mărime ca funcție de timp, cu condiția ca să cunoaștem parametrii mașinii (în cazul exemplului concret analizat, acești parametri sînt mărimile R, L, ξ, A și M

din sistemul (12))

Se vede astfel încăodată că fenomenele din mașina electrică nu se pot considera separat, independent de sistemele electric și mecanic cu care ea interacționează, decât în cazuri particulare ca de exemplu atunci când $Z_i = 0$ ceea ce înseamnă $U = E_0$ deci alimentare la tensiune constantă și dacă $M = M_0 = \text{constant}$. În cazul acesta cunoaștem două mărimi μ și M celelalte patru putând fi determinate univoc din ecuațiile fundamentale ale mașinii electrice singure.

Din aceste motive un curs de mașini electrice studiază fenomenele din mașină care sînt independente de condițiile exterioare sau care pot fi considerate așa în primă aproximație. Fenomenele ce depind de condițiile exterioare sînt studiate doar ocazional, considerîndu-se că ele fac obiectul altor cursuri ca "acționări electrice", "rețele și sisteme electrice", "partea electrică a centralelor electrice" etc...

Pe baza celor spuse rezultă următorul mod de abordare sistematică a teoriei mașinilor electrice:

I. Mai întîi se studiază problemele cele mai generale cu cel mai înalt grad de independență față de condițiile exterioare și care se întîlnesc la orice mașină indiferent de tipul său constructiv și funcțional. Acestea sînt cele patru probleme enunțate în partea de jos p. 3 din prezentul capitol.

II. Pentru diferitele tipuri de mașini electrice se expun elementele de construcție și principiul de funcționare strict necesare, formulele tensiunii electromotoare și ale cuplului electromagnetic, ecuațiile de evoluție pe la borne și pe la axul mașinii.

III. Pentru regimul staționar se particularizează corespunzător ecuațiile de funcționare (în mărimi constante pentru curent continuu și în mărimi fazoriale pentru curent alternativ) și se indică diagramele de fazori și schemele echivalente care permit stabilirea comodă a performanțelor și caracteristicilor specifice acestui regim.

IV. Pentru regimul tranzitoriu și pentru alte regimuri (cel trifazat nesimetric, cel deformant etc...) se indică ecuațiile cele mai generale și modelele cele mai adecvate de caracterizare a fenomenelor. Se tratează cele mai frecvent întîlnite regimuri acotînd în evidență parametrii cei mai importanți și modul de determinare a acestora.

V. Pentru diferite tipuri de mașini se arată încercările experimentale fundamentale care permit predeterminarea funcționării și a performanțelor, aflarea unor parametri, precum și verificarea generală a corectitudinii execuției mașinii.

Cu toate că un astfel de program poate apărea seducător, din motive specifice diferitelor tipuri de mașini considerate, în continuare ne vom abate adesea de la această schemă. Teoria unitară, deși logică, structurată și chiar estetică, nu reprezintă totdeauna cel mai didactic mod de abordare a mașinilor electrice, fiind posibilă doar într-un stadiu avansat al învățării acestora.

2. PRODUCEREA CIMPULUI MAGNETIC IN MASINILE ELECTRICE.

2.1. INTRODUCERE.

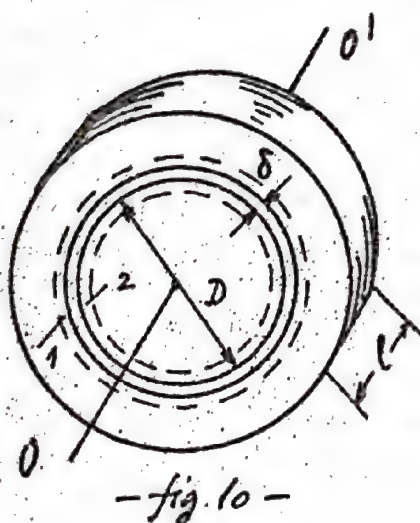
Agentul fizic, analog aburului în mașinile termice, prin intermediul căruia se realizează procesul conversiei electromecanice în mașinile electrice, este cîmpul electromagnetic. Deși principial se poate folosi fie cîmpul electric, fie cel magnetic, interes economic și industrial îl prezintă doar mașinile cu cîmp magnetic la care densitatea de energie acumulată în cîmp este mult mai mare (vol. I pag. 25). Producerea cîmpului magnetic se poate face cu metodele cunoscute din teoria electromagnetismului și anume:

- cu curenți electrici de conducție
- cu medii magnetizate permanent (magneți permanenți)
- cu curenți de convecție
- cu curenți de deplasare (variația în timp a cîmpului electric)
- cu curenți Röntgen

Dintre aceste metode interes industrial îl prezintă numai primele două moduri, singurele folosite la mașinile electrice clasice actuale. Deoarece folosirea magneților permanenți este limitată la puteri mici, vom studia numai cîmpul magnetic produs cu ajutorul curenților continui și alternativi mono sau polifazați care străbat conductoarele filiforme liniare ale diferitelor tipuri de înfășurări. Cîmpul magnetic produs în acest mod depinde de intensitatea curentului, de configurația geometrică și traseul curentului prin înfășurare (deci de tipul înfășurării), de configurația geometrică și proprietățile magnetice ale celor două armături (STATOR și ROTOR) separate de INTREFIER care formează circuitul magnetic al mașinii.

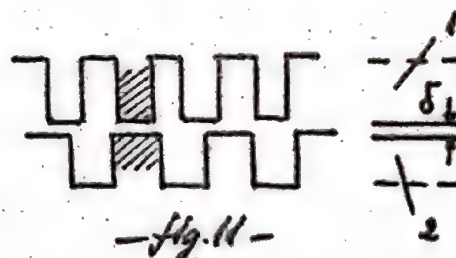
La marea majoritate a mașinilor electrice rotative configurația geometrică a circuitului magnetic este relativ simplă, avînd o structură cilindrică simetrică față de axul de simetrie care coincide cu axul arborelui rotorului. Există două tipuri de structuri care se întîlnesc cel mai des:

a) Structura cilindrică concentrică perfect simetrică (fig. 10) la care ambele armături sînt corpuri cilindrice cu simetrie perfectă de rotație în jurul axului OO' care este și axul de rotație al rotorului. Cele două armături se realizează din tole subțiri stanțate din



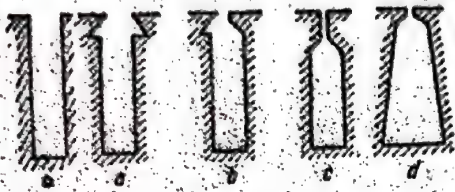
tablă de oțel electrotehnic laminat la cald (sau la rece, la mașini de mare putere, caz în care se folosesc segmente circulari înbinați) cu grosimi de 0,35 sau 0,5 mm, suprapuse în pachete distanțate (pentru a forma canale de răcire radiale). Planele tolelor sînt perpendiculare pe axul OO' iar lungimea rotorului este cu puțin mai mare decît a statorului (pentru a elimina erorile de montare în sens axial care ar modifica suprafața comună a celor două armături din spre întrefier și pentru a micșora pierderile în fier prin cu-

renți turbionari cauzate în timpul rotației rotorului de către liniile de cîmp ce corespund fluxului magnetic din părțile frontale ale mașinii. Spațiul de aer dintre cele două armături numit întrefier are grosimea δ constantă la acest tip, abstracție făcînd de existența creștăturilor pe una sau ambele armături, în zonele notate cu 1 și 2 pe fig. 10 și reprezentate simplificat pe fig. 11. Creștăturile sînt ne-



cesare pentru plasarea în ele a conductoarelor de bobinaj și sînt în realitate de diferite forme (fig. 12) funcție de tipul conductorului de bobinaj rotund sau dreptunghiular, subțire sau în formă de bară. Pereții creștăturilor se fac paraleli (caz în care dinții hașurați pe fig. 11 rezultă trapezoidali), sau înclinați (caz în care dinții au pereții paraleli). Axul creștăturilor se face paralel cu axul de rotație OO' , sau înclinat cu o mică pantă, așa cum se va vedea mai departe.

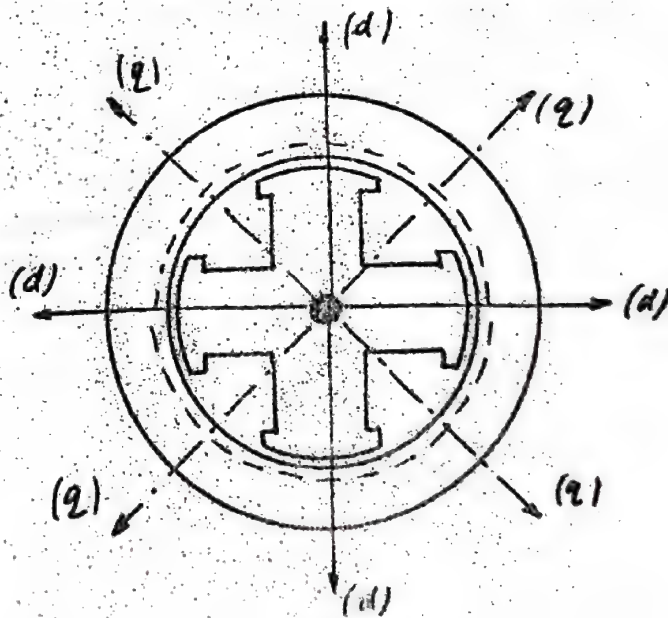
La primele tipuri de mașini electrice conductoarele de bobinaj se plaseau la suprafața armăturilor direct în întrefier, ceea ce prezenta dezavantajul că fixarea conductoarelor și rigidizarea lor față de solicitările forței centrifuge puneau probleme deosebite tehnologice și constructive. În plus, din cauza grosimii conductoarelor nu se putea realiza un întrefier mic, iar gradul de siguranță în funcționare era foarte redus. Aceste dezavantaje se evită prin plasarea conductoarelor în creștături și închiderea acestora cu pene care pot prelua forțele centrifuge corespunzătoare. În acest mod întrefierul se poate realiza oricât de redus ($0,2 \dots 1,8$ mm la mașini



-fig. 12-

de mică putere și $0,8 \dots 16$ mm la puteri mijlocii și mari), iar conductoarele pot fi izolate și protejate mecanic corespunzător.

b) Structura cilindrică cvasisimetrică (fig. 13) la care doar una din cele două armături este cilindrică perfect simetrică, iar cealaltă armătură este simetrică numai față de două plane ce trec prin axa de rotație (d) și (q) având un întrefier ce variază în mod periodic. Întrefierul este mic în dreptul axelor d numite longitudinale și mare în dreptul axelor q numite transversale. În afară de varianta reprezentată simplificat pe fig. 13 alăturată se întâlnesc și variante în execuție inversă (armătura cu proeminențe la exterior, rotorul perfect cilindric la interior).

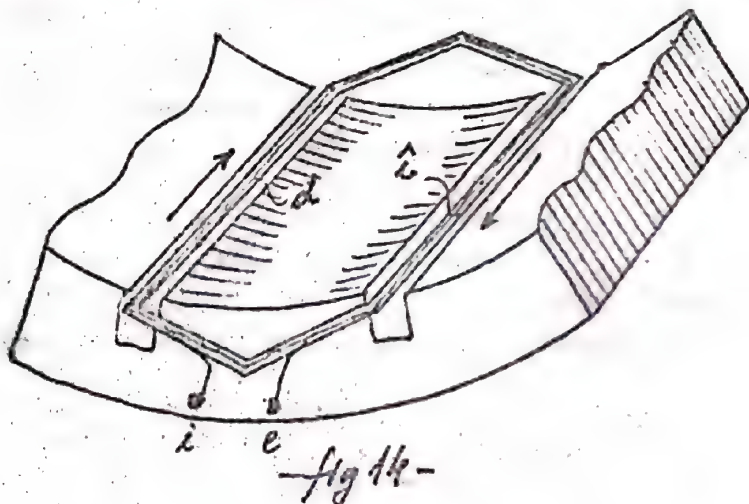


-fig. 13-

Structura de tip a) este specifică mașinilor asincrone și sincrone cu poli înecați, iar cea de tipul b) este specifică mașinilor de curent continuu și sincrone cu poli așezați. Este aproape evident că în cazul a) studiul câmpului magnetic este mult simplificat față de cazul b), mai dificil.

Din aceste motive vom studia la început cazul a) al mașinilor cu întrefier constant și creștere uniformă a uneia sau ambelor armături. Rezultatele stabilite se vor extinde apoi și pentru cazul b), în cadrul unui capitol separat (cap. 2.3.).

Conductoarele parcurse de curenți de conducție care alcătuiesc înfășurarea sau înfășurările mașinilor electrice, se grupează în elemente distincte structural, tehnologic și constructiv cum sînt bobinele (secțiile) realizate din mai multe spire identice suprapuse, izolate între ele (prin izolația conductorului) și izolate în comun față de armătura pe care sînt dispuse (fig. 14), grupele de bobine (zone) și înfășurările distincte (faze).



Fiecare bobină se plasează cu cele două laturi ale sale în câte două creștături, una fiind denumită convențional latură de ducere (d pe fig. 14) iar cealaltă latură de întoarcere (i pe aceeași figură). Numărul de spire al unei bobine se notează prin W_s fiind același la toate bobinele, sau diferit de la

o bobină la alta (mai rar). Mănunchiul de conductoare rectilinii din interiorul creștăturilor formează laturile active, de ducere și de întoarcere, ale bobinei, restul conductoarelor formînd laturile frontale (inactive) ale bobinei.

2.2. CIMPUL MAGNETIC LA MASINI CU INTREFIER CONSTANT

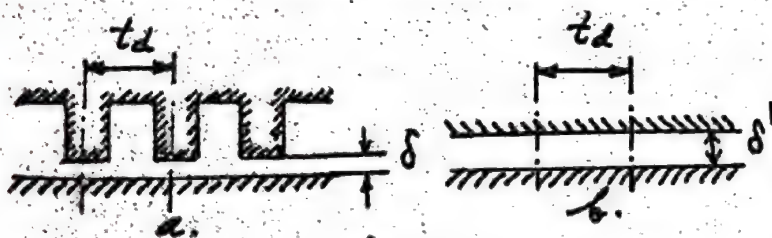
2.2.1. Ipoteze fundamentale.

Aspectul general al cimpului magnetic chier în condițiile unei configurații geometrice relativ simple ca aceea din fig. 10 rămîne destul de complicat datorită prezenței creștăturilor, a repartiției curenților de conducție pe spațiul creștăturii, a lungimii finite în sens axial a armăturilor și a caracteristicilor magnetice a materialului feromagnetic al tolelor. Un calcul exact al cimpului ținînd

seama de toți acești factori poate fi în principiu efectuat, fie pe cale analitică, fie pe bază de metode numerice. O asemenea abordare "exactă" a problemei conduce însă la expresii complicate, greu de aplicat și care estompează esența fenomenului, de aceea se preferă o cale mai puțin exactă, dar mai utilă și mai comodă pentru alcătuirea unei teorii a funcționării mașinilor electrice. Această cale se bazează pe anumite idealizări și ipoteze simplificatoare care conduc la un model mai simplu, apropiat de cel real, eventualele diferențe putând fi considerate ulterior prin introducerea unor factori de corecție. Ipotezele și idealizările admise sînt următoarele:

1. Configurația circuitului magnetic este perfect simetrică d.p.v. geometric, cu simetrie cilindrică concentrică (de tipul celei din fig.10).
2. Cîmpul electromagnetic este de tip plan-paralel, fiind același în toate planele perpendiculare pe axul de simetrie, ce reprezintă în același timp axul de rotație al rotorului. Acest lucru revine la neglijarea efectelor de capăt, datorate lungimii finite în sens axial a mașinii.
3. Materialul feromagnetic al celor două armături este omogen și isotrop, fiind din punct de vedere magnetic idealizat (fără pierderi active, cu permeabilitate magnetică infinită).
4. Efectul creștăturilor existente pe una sau ambele armături nu se ia în considerare, modelul de calcul adoptat presupunind că suprafețele spre întrefier a celor două armături sînt netede și perfect concentrice (ca în fig.10). Pentru a ajunge la această idealizare se recurge la două simplificări:

4.1. Dacă se consideră mai întîi cazul mai simplu cînd numai una din armături posedă creștături (echidistante), situația reală din fig.15 se echivalează cu cea ideală din aceeași figură



- fig.15 -

(b), astfel ca permeanța magnetică pe distanța unui pas t_d dentar și pe o lungime egală în sens axial (de obicei se ia egală cu unitatea), să fie aceeași.

Întrefierul echivalent δ' astfel rezultat, este evident mai mare ca cel real δ și se poate exprima funcție de acesta prin intermediul factorului Carter :

$$(33) \quad \delta' = K_c \cdot \delta$$

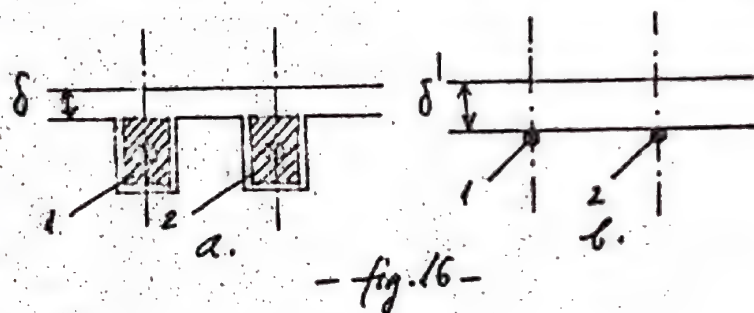
Factorul Carter depinde numai de configurația geometrică (δ , t_d , lățimea b și adâncimea h a creștăturii) putînd fi calculat cu metoda transformărilor conforme (expunerea acestui calcul iese din cadrul prezentului curs). O valoare aproximativă a lui, este:

$$(34) \quad K_c \cong \frac{t_d}{t_d - \frac{b^2}{b + 5\delta}}$$

influența adâncimii creștăturii fiind neglijabilă de cele mai multe ori.

În cazul cînd ambele armături sînt creștate, se determină cei doi factori Carter parțiali (presupunînd de fiecare dată cealaltă armătură netedă) și se consideră cu aproximație un factor global dat de produsul celor doi factori parțiali.

4.2. O a doua simplificare se referă la repartiția spațială a curentului ce trece prin laturile bobinelor plasate în creștături, considerat re-



partizat uniform pe secțiunea transversală a acestora, ca în fig. 16 a, alăturată și care se consideră în modelul idealizat, concentrat în dreptul axelor creștăturilor,

ca în fig. 16 b. Creștătura cu curent total $w_g \cdot I$ repartizat dispăre, fiind înlocuită cu un conductor unic, filiform, prin care circulă în același sens, curentul $I' = w_g \cdot I$. În unele cazuri se consideră curenții filiformi echivalenți chiar în întrefier, la mijlocul său; alteleori, ca în cazul mașinilor de curent continuu, zona creștată se înlocuiește printr-o pinză subțire și continuă de curent la suprafața din spre întrefier a armăturii.

5. Grosimea întrefierului echivalat se consideră foarte mică în raport cu diametrul rotorului D . Cum armăturile au permeabilitate magnetică infinită, liniile de cîmp magnetic în întrefier sînt drepte radiale, care se pot considera paralele, cu excepția zonelor din imediata apropiere a conductoarelor ce echivalează creștăturile. În cele ce urmează, vom neglija aceste perturbații locale ale cîmpului.

În acest mod, liniile de câmp fiind practic paralele, rezultă că în lungul unei linii de câmp valoarea inducției magnetice nu variază, astfel că din punct de vedere spațial câmpul magnetic din întrefier depinde numai de o singură coordonată (model unidimensional). Desigur, liniile de câmp poate însă să varieze de la un punct din întrefier la altul, ca urmare a intensificării sau slăbirii câmpului.

Ca sistem de coordonate pentru determinarea punctului din întrefier în care se determină câmpul, se folosește fie sistemul liniar, periferic (coordonata x a punctului M considerat în raport cu o axă de referință legată de una din armături, sau de embele în repaus), fie sistemul unghiular-central (unghiul α dintre axele OO_1 și MO_1 , exprimat de preferință în radiani).

Cel de-al doilea sistem are avantajul independenței de dimensiuni, precum și alte avantaje legate de defazajele electrice după cum se va vedea mai departe. Trecerea de la o coordonată la alta se face foarte simplu pe baza relației:

$$(35) \quad x = \frac{D}{2} \cdot \alpha$$

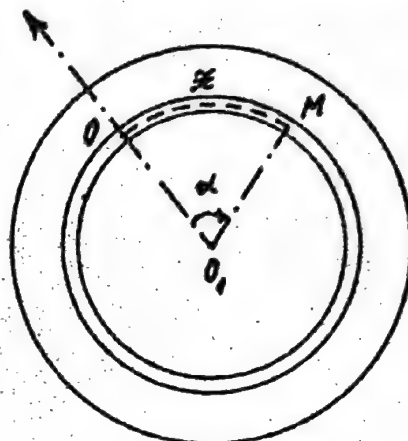
În urma simplificărilor admise, rezultă că sub acțiunea curenților din conductoarele înfășurărilor din creștături apare un câmp magnetic H nul în armături ($\mu_{Fe} = \infty$) și diferit de zero numai în întrefier. Liniile de câmp sînt segmente de drepte în întrefier, radiale (practic paralele dacă δ este mic), câmpul fiind practic funcție doar de coordonata x sau α , atît timp cît curenții sînt constanți.

La mașinile electrice de curent alternativ cerința fundamentală a producerii câmpului magnetic este ca repartitia spațială în lungul întrefierului (deci în funcție de x sau α) a câmpului să fie sinusoidală, deci de forma:

$$(36) \quad h(x) = H_m \cdot \sin \frac{\pi x}{\tau}$$

sau

$$(37) \quad h(\alpha) = H_m \cdot \sin p\alpha$$



- fig. 17 -

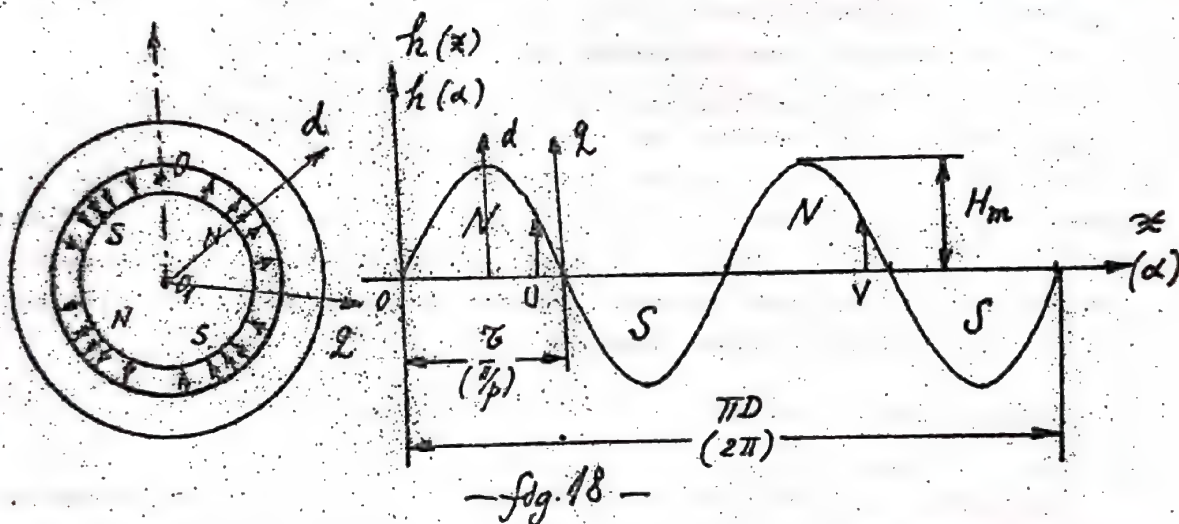
după cum se folosesc, coordonate liniară x , sau cea unghiulară α .

Deoarece într-un punct M dat cimpul are aceeași valoare indiferent de coordonate alese, cele două expresii (36), (37) trebuie să aibă aceeași valoare pentru x și α legați între ei prin relația (35), ceea ce conduce la expresia:

$$(38) \quad \tau = \frac{\pi D}{2p}$$

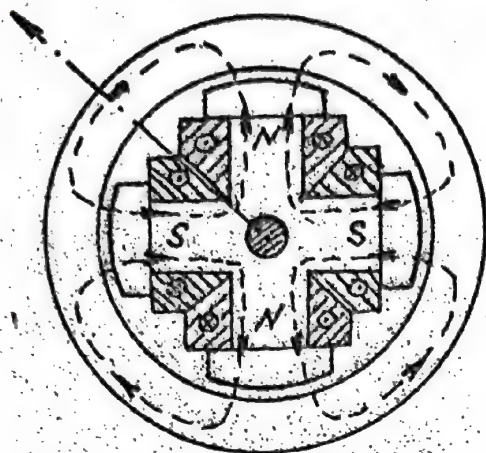
Cum periodicitatea cu 2π a lui α este evidentă (pentru α , $\alpha + 2\pi$, $\alpha + 4\pi$... etc, se obține un același punct M din întrefier), rezultă că p trebuie să fie neapărat un număr întreg.

Semnificația lui p și τ rezultă din fig. 18 unde s-a considerat cazul particular $p = 2$.



Se vede că în acest caz cimpul magnetic din întrefier are 4 zone distincte, în care liniile de cimp au același sens, fie de la rotor spre stator, fie invers. Aceste zone sînt denumite convențional "poli" ai cimpului magnetic (denumirea provine de la faptul că un cimp asemănător se poate obține și cu sistemul cu patru poli de data aceasta reali, din fig. 19). O axă, oarecare dusă din centru prin punctul din întrefier unde cimpul are valoare maximă (ca axa d din fig. 18) se numește axa unui pol (nord-N: sau sud-S), iar o axă asemănătoare dusă printr-un punct de anulare a cimpului (ca axa q din fig. 18) se numește axă neutră. Aceste axe reprezintă axe de simetrie sau antisimetrie ale curbei de repartiție în întrefier a cimpului și joacă un rol însemnat în teoria mașinilor electrice.

Răvenind la semnificația fizică, se constată deci că p reprezintă numărul de perechi de poli (fictivi sau reali) ai cimpului magnetic. În consecință $2p$ reprezintă numărul total de poli de am-



- fig. 19 -

bele polarități (totdeauna par).

Mărimea τ dată de (38) se numește pas polar și reprezintă distanța cea mai scurtă măsurată pe linie mijlocie a întrefierului între două axe neutre succesive, sau două axe de poli succesive. Pasul polar se poate exprima și în unități unghiulare, rezultând egal cu π/p .

Pentru o altă alegere a axei de referință, expresiile (36), (37) pot fi scrise în cosinus (dacă se alege ca referință o axă de pol) sau chiar în forma cea mai generală:

$$(39) \quad h(x) = H_m \cos\left(\frac{\pi x}{\tau} - \frac{\pi \delta}{\tau}\right), \text{ sau } h(\alpha) = H_m \cos p(\alpha - \gamma)$$

pentru o alegere oarecare a axei de referință.

2.2.2. Noțiunea de unghi electric.

Fenomenele magnetice și electrice din mașinile electrice prezintă o anumită periodicitate în spațiu și în timp, în general diferită de periodicitatea fenomenului mecanic de rotație. La mașinile la care cîmpul magnetic are $2p = 2$, pentru o rotație completă de 2π radiani, cîmpul magnetic variază după o sinusoidă completă, deci tot cu 2π radiani. La mașinile cu $2p > 2$, pentru aceeași rotație completă de 2π radiani în spațiu, cîmpul magnetic variază după mai multe sinusoidă complete (în număr de p), adică din punct de vedere electromagnetic, cu $p \cdot 2\pi$ radiani "electrici". În plus, din punctul de vedere al fenomenelor electromagnetice, situația este identică în toate punctele din întrefier distanțate reciproc la multipli întregi ai unghiului $2\pi/p$ (adică la multipli întregi de 2τ), ca de exemplu punctele U și V din fig. 18. Poli cîmpului magnetic sînt identici și nu pot fi individualizați (toți poli de aceeași polaritate sînt indiscernabili). Din aceste motive, precum și din altele ce vor rezulta mai departe, este util să reperăm punctele din întrefier prin așa numitele unghiuri "electrice" care se definesc în funcție de cele geometrice, reale prin:

$$(40) \quad \alpha_e = p \cdot \alpha$$

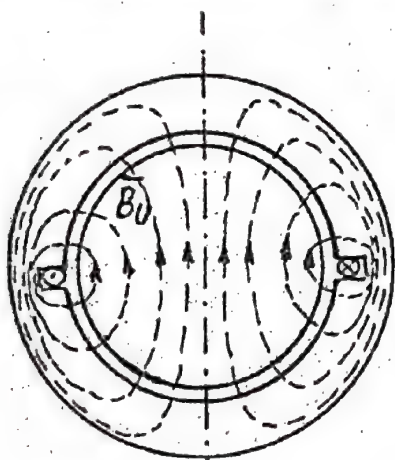
adică:

$$\text{Unghi electric} = p \cdot \text{Unghi geometric}$$

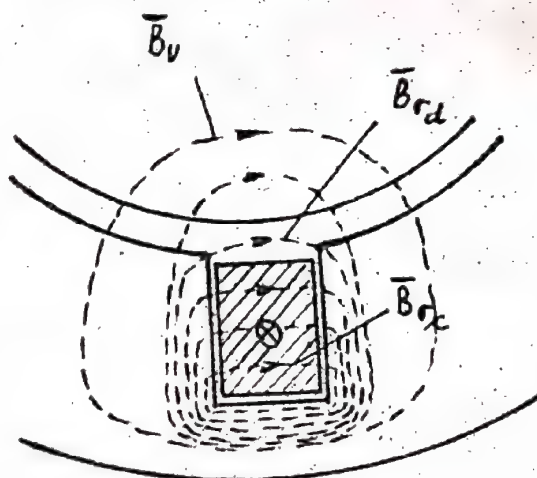
Folosind noțiunea de unghi electric putem spune că punctele U și V din fig.18 se află la 360° electrice (2π rad) unul de altul, deci, din punct de vedere magnetic reprezintă un același punct.

2.2.3. Cimpuri utile și de scăpări.

Idealizările de la par.2.2.1. se referă îndeosebi la simplificarea modelului de calcul pentru așa numitul cimp magnetic util. Problemele cimpului magnetic de scăpări (de dispersie) trebuie luate în considerare în mod separat.



- fig. 20 -



- fig. 21 -

În mașina reală structura cimpului inducției magnetice \vec{B} (care în întregul coincide cu un factor constant μ_0 cu cimpul \vec{H}) este destul de complexă. O parte din liniile de cimp străbat întregul, închizându-se prin ambele armături și formează cimpul util (liniile notate cu \vec{B}_u pe fig.20 și 21), iar altă parte a liniilor de cimp se înfășură doar cu mănunchiurile de conductoare ale înfășurării, închizându-se doar printr-o armătură (ca de exemplu cele notate cu \vec{B}_{sc} și \vec{B}_{sd} pe fig.21) și care formează cimpul de scăpări (de dispersie).

Riguros vorbind, scindarea cimpului în cimp util și de scăpări este univocă și corectă doar dacă se consideră două înfășurări cuplate magnetic (ca în vol.I pag.113 la transformator), așa cum se arată în fig.22, unde s-au notat cu \vec{B}_u o linie de cimp util și cu

\overline{B}_{16} și \overline{B}_{26} două linii de cîmp de scăpări, ale înfășurării 1 și respectiv, 2. Totuși, scăpările înfășurării 1 nu se modifică sensibil în absența înfășurării 2, astfel că putem păstra aceste noțiuni și în cazul unei singure înfășurări, așa cum s-a arătat.

Cîmpurile de scăpări compor-tă în general trei componente di-ferite:

a) Cîmpul de scăpări al cres-tăturilor format din linii de cîmp ce se închid transversal de la un perete la altul (\overline{B}_{6c} pe fig.21)

b) Cîmpul de scăpări dentar format din linii de cîmp ce se închid transversal prin între-fier de la un dinte la cel ve-cin (\overline{B}_{6d} pe fig.21 și fig.23)

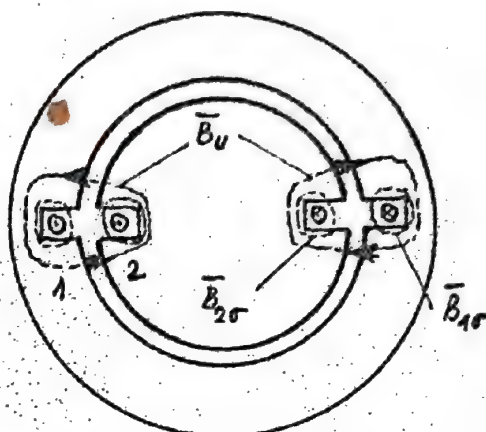
c) Cîmpul de scăpări al ca-petelor de bobine (frontal), la care liniile de cîmp se înlanțuiesc inelar cu laturile inactive ale bobino-lor (\overline{B}_{6f} pe fig.23)

Particularitățile dis-tinctive ale cîmpului de scăpări sînt următoarele:

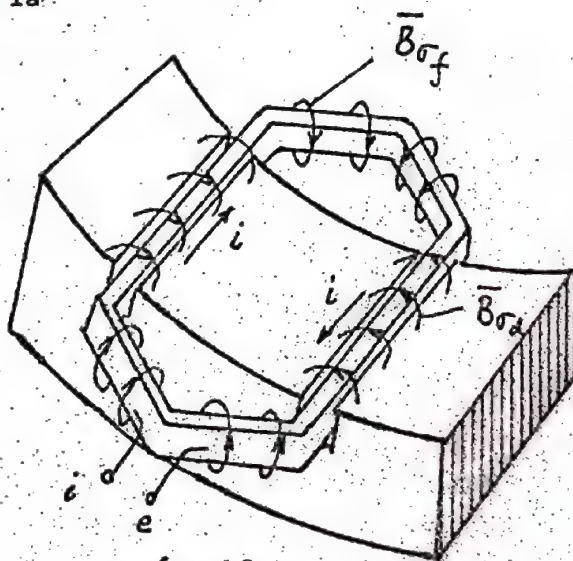
- sînt produse doar de către o singură înfășura-re parcursă de acelaș cu-rent, liniile de cîmp res-pective înlanțuindu-se nu-mai cu înfășurarea dată;

- pe traseul lor li-niile cîmpului de scăpări străbat spații de aer mult

mai largi decît cele ale cîmpului util (unele din ele ca cele ale lui \overline{B}_{6f} se închid exclusiv prin aer în cea mai mare parte). Din acest motiv, aceste cîmpuri nu sînt afectate prea tare de sa-turația magnetică a armăturii. Practic indiferent de gradul de sa-



-fig. 22-



-fig. 23-

turație magnetică, fluxul magnetic de scăpări înălțuit în totalitate cu înfășurarea rămâne strict proporțional cu curentul din înfășurare.

- spectrul cîmpului de scăpări rămîne invariabil același și imobil față de înfășurarea care-l produce, chier dacă aceasta se află eventual în mișcare. Dacă curentul prin înfășurare este variabil în timp, la fel va fi și fluxul total de scăpări. Tensiunea electromotoare indusă în înfășurare prin fenomen de autoinducție este de aceeași natură ca în transformator, fiind produsă exclusiv prin transformare (t.e.m. statică)

In cele ce urmează ne vom ocupa numai de cîmpurile magnetice utile ale înfășurărilor, urmînd ca cele de scăpări să fie considerate separat la fiecare tip de mașină în parte.

2.2.4. Relații fundamentale.

Ipotezele simplificatoare admise la par. 2.2.1. permit calculul cîmpurilor utile din întrefier pe baza relațiilor integrale fundamentale ale electromagnetismului, ceea ce reprezintă o cale mult mai simplă decît integrarea ecuațiilor diferențiale ale lui Maxwell. Înainte de a trece la expunerea acestor relații, vom observa că studiul cîmpului magnetic util din întrefierul mașinilor cu $\delta = \text{constant}$ se poate face în trei moduri echivalente, considerînd fie inducția magnetică, fie intensitatea cîmpului magnetic, fie tensiunea magnetică ca funcții de x , sau de α , la curent constant.

Din definiția tensiunii magnetice, rezultă că pentru linia de cîmp situată exclusiv în spațiul de aer din întrefier, avem:

$$(41) \quad \mathcal{V}_\delta(x) = \int_1^2 \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_1^2 H dl = h(x) \delta' = h(x) K_c \delta$$

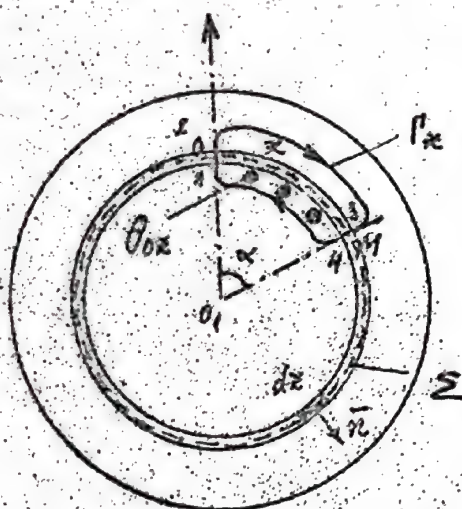
în dreptul punctului din întrefier determinat de coordonata x .

În acest punct, între cele trei mărimi enunțate anterior, va exista relația evidentă:

$$(42) \quad \boxed{b(x) = \mu_0 \cdot h(x) = \mu_0 \cdot \frac{\mathcal{V}_\delta(x)}{K_c \cdot \delta}}$$

care ne arată că toate cele trei mărimi sînt strict proporționale între ele, deci la mașinile cu întrefier constant, curbele de repartiție spațială în lungul întrefierului $b(x)$, $h(x)$ și $\mathcal{V}_\delta(x)$, au aceeași formă de variație, diferind doar prin factori constanți.

Cu toate acestea studiul repartiției spațiale în întrefier a cimpului magnetic în mașinile electrice se face prin intermediul tensiunii magnetice în întrefier, deoarece rezultatele stabilite se pot extinde în anumite ipoteze și la mașinile cu întrefier variabil, unde relația (42) se schimbă în ceea ce privește ultima egalitate.



— fig. 24 —

Pentru stabilirea relațiilor fundamentale necesare determinării repartiției cimpului în întrefier, se consideră secțiunea transversală a mașinii din fig. 24 împreună cu o axă O_1O de referință, în raport cu care se socotesc coordonatele x (sau α) ale unui punct curent M din întrefier. Se consideră curba închisă Γ_x din figură care străbate de două ori întrefierul, în dreptul axei (punctul O) și în dreptul punctului curent M , închizându-se prin cele două armături astfel ca să conțină în interior în întregime toată solenația de pe una din armături, repartizată pe distanța OM , θ_{ox} . Idealizarea admisă la 4.2.

fig. 16 permite înlăturarea oricăror ambiguități în acest sens.

Să aplicăm acum pe curba Γ_x legea circuitului magnetic sub formă integrală, care pentru regim cvasistationar se reduce la teorema circulației cimpului magnetic a lui Ampère:

$$(43) \quad \oint_{\Gamma_x} \vec{H} d\vec{e} = \int_{S_x} \vec{J} d\vec{A} = \theta_{S_x}$$

Integrala curbilinie se poate separa pe trei componente:

- partea din întrefier în dreptul punctului O luat ca origine
- partea din întrefier în dreptul punctului M curent
- părțile din fibrul statoric și rotor, care din cauza ipotezei 3 ($\mu_{Fe} = \text{infinit}$) este nulă. Avem deci:

$$(44) \quad \oint_{\Gamma_x} \vec{H} d\vec{e} = \oint_{\Gamma_x} H d\ell = \int_{1 \text{ an}}^2 H d\ell + \int_{3 \text{ an}}^4 H d\ell + \int_{2 \text{ fer}}^3 H d\ell + \int_{4 \text{ fier}}^1 H d\ell$$

Dacă se consideră convențional sensul pozitiv al liniilor de

cimp din spre rotor spre stator, atunci prima integrală este tensiunea magnetică în întrefier în punctul O, pozitivă, iar a doua integrală este tensiunea magnetică în întrefier în punctul M, negativă. Celelalte două ultime integrale sînt nule. Rezultă:

$$(45) \quad \boxed{V_f(0) - V_f(\pi) = \theta_0 x}$$

adică prima relație fundamentală.

Pentru stabilirea celei de-a doua relații fundamentale, se consideră suprafața închisă Σ formată din porțiunea cilindrică dusă prin mijlocul întrefierului (fig. 24) și două capace circulare perpendiculare pe axul de simetrie O_1 axiei distanțate în sens axial la lungimea 1 a mașinii. Aplicăm acestei suprafețe legea fluxului magnetic:

$$(46) \quad \oint_{\Sigma} \vec{B} d\vec{A} = 0$$

Ca urmare a ipotezei 2 de la pct. 2.2.1, cimpul magnetic nu are componente axiale, deci fluxurile prin cele două capace sînt nule. Rămîne numai fluxul prin întrefier, unde inducția magnetică este radială, deci paralelă cu elementul de arie orientat. Avem:

$$(47) \quad \int_{\Sigma_{lat}} \vec{B} d\vec{A} = \int_0^{\pi D} b(x) l dx = 0$$

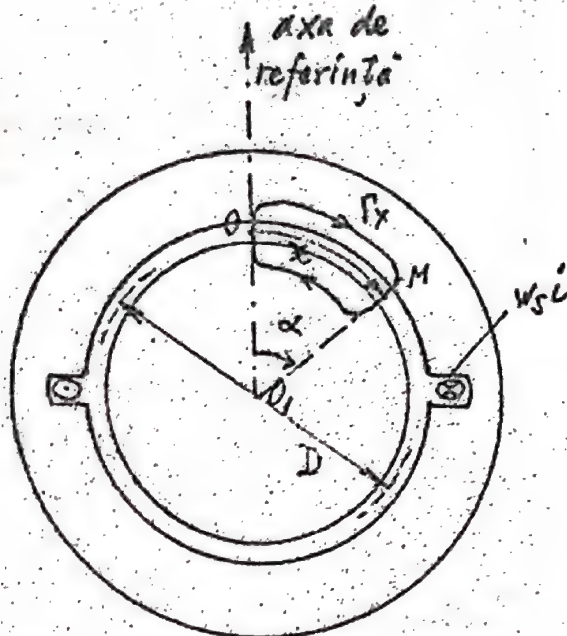
Dacă se ține seama de (42) rezultă a doua relație căutată:

$$(48) \quad \boxed{\int_0^{\pi D} V_f(x) dx = 0}$$

Relațiile (45) și (48) se pot exprima evident și în unități unghiulare (lăsăm aceasta în seama cititorului).

Înainte de a exemplifica aplicarea acestor relații, vom observa că în toate problemele de cimpuri în mașini pe care le vom studia, se presupune că curentul total prin orice plan perpendicular pe axul de simetrie axial O_1 , este nul (ceea ce înseamnă practic că orice conductor prin care "intră" curent este dublat de un al doilea prin care "iese" acelaș curent, adică intrările și ieșirile înfășurărilor se fac pe aceeași parte a mașinii). Nesocotirea acestei condiții conduce la complicații și rezultate paradoxale a căror considerare depășește cadrul prezentului curs.

Aplicația nr.1 Să considerăm o bobină simplă cu deschidere diametrală, avind w spire identice, suprapuse, ale cărei laturi sînt plasate în două crenelături de pe stator, ca în fig.25.



-fig.25-

De data aceasta avem posibilitatea de a alege în mod convenabil axa de referință O_1O . Pentru aceasta alegem această axă în axa de simetrie a bobinei, cu sensul pozitiv corelat cu sensul curentului i prin laturile bobinei, după regula burghiului drept ceea ce păstrează convenția de sens pozitiv a liniilor de cîmp de la rotor spre stator.

Vom aplica relația (45) pe curba Γ_x , variind x de la zero la πD . Atît timp cît x e cuprins între 0 și $\pi D/4$, θ_{ex} este nul și prin urmare:

$$V_f(x) = V_f(0)$$

adică păstrează o valoare constantă. Imediat ce x depășește valoarea $\pi D/4$, avem:

$$V_f(0) - V_f(x) = w\phi_c$$

adică:

$$V_f(x) = V_f(0) - w\phi_c$$

dacă $\frac{\pi D}{4} < x < \frac{3\pi D}{4}$. Curba tensiunii magnetice în întrefier înregistrează deci un salt în dreptul laturii bobinei. După ce x depășește valoarea $(3/4)\pi D$ solenația θ_{ex} devine din nou zero. Valoarea $V_f(0)$ rămasă nedeterminată pînă în prezent se află din aplicarea condiției (48), care semnifică din punct de vedere geometric faptul că aria curbei $V_f(x)$ de deasupra axei este egală cu aria curbei de dedesubtul axei.

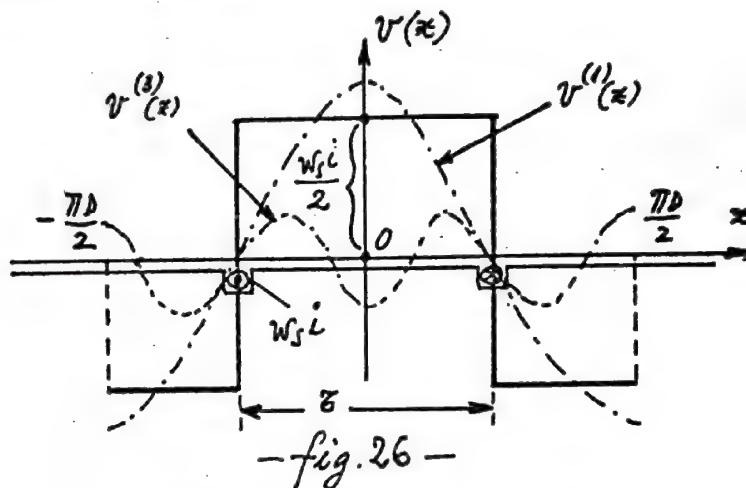
Se ajunge astfel la curba de repartiție a tensiunii magnetice din fig.25, reprezentată cu linie plină. Observăm:

a. Repartiția tensiunii magnetice (deci și a cîmpului) este dreptunghiulară, prezentînd două salturi în dreptul laturilor bo-

binei, egale ca valoare cu solenația laturii $w_s \cdot l$.

b. Sensul în care au loc salturile, depinde de sensul curentului din dreptul laturii respective.

c. Câmpul magnetic format în acest mod are doi poli de polarități opuse ($2p = 2$); spectrul liniilor inducției magnetice utile este cel din fig.20.



d. Valoarea maximă a tensiunii magnetice este:

$$(49) \quad V_m = \frac{w_s l}{2}$$

Aplicația nr.2 Să vedem care ar trebui să fie repartiția solenației la periferia din spre întrefier a unei armături, pentru a produce în întrefier un câmp magnetic repartizat sinusoidal, de exemplu de forma:

$$(50) \quad h(x) = H_m \cdot \cos \frac{\pi x}{\tau}$$

ceea ce conduce la o expresie a tensiunii magnetice:

$$(51) \quad \underline{V_\delta(x) = V_m \cdot \cos \frac{\pi x}{\tau}}$$

O asemenea expresie corespunde primei armonici spațiale a curbei $V_\delta(x)$ din fig.26, dacă se descompune repartiția dreptunghiulară în serie Fourier în raport cu variabila x .

Cum repartiția (51) satisface din motive evidente condiția (48), vom folosi doar condiția (45), care conduce la relația:

$$(52) \quad \theta_{0x} = V_m \left(1 - \cos \frac{\pi x}{\ell} \right)$$

adică solenația trebuie să aibă o repartiție continuă (de tip pinză continuă de curent) de densitate liniară variabilă. Dacă definim această densitate liniară a pinzei de curent prin:

$$(53) \quad A(x) = \frac{dI}{dx} \left[\frac{A}{m} \right]$$

atunci solenația θ_{0x} este dată de :

$$(54) \quad \theta_{0x} = \int_0^x A(x) \cdot dx$$

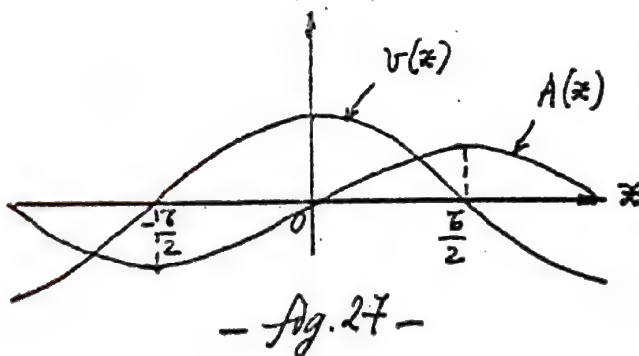
Rezultă că densitatea căutată este o soluție a ecuației integrale ce rezultă din (52) și (54):

$$(55) \quad V_m \left(1 - \cos \frac{\pi x}{\ell} \right) = \int_0^x A(x) dx$$

Se observă imediat că soluția acestei ecuații este:

$$(56) \quad \underline{A(x) = \frac{\pi V_m}{\ell} \cdot \sin \frac{\pi x}{\ell}}$$

Aspectul celor două curbe este redat în fig.27.

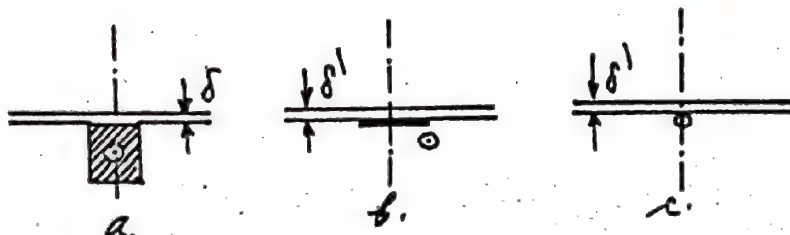


Rezultă că o repartiție sinusoidală a cîmpului în întrefier se realizează doar cu repartiție continuă spațială a curenților, foarte dificilă de realizat tehnologic, dar posibilă a fi realizată în mod aproximativ cu o creștere uniformă avansată a armăturii și cu număr variabil de conductoare

re în creștături (astfel de înfășurări speciale se numesc înfășurări sinusoidale, fiind folosite rar, căci sînt scumpe și presupun o calificare superioară a bobinatorului).

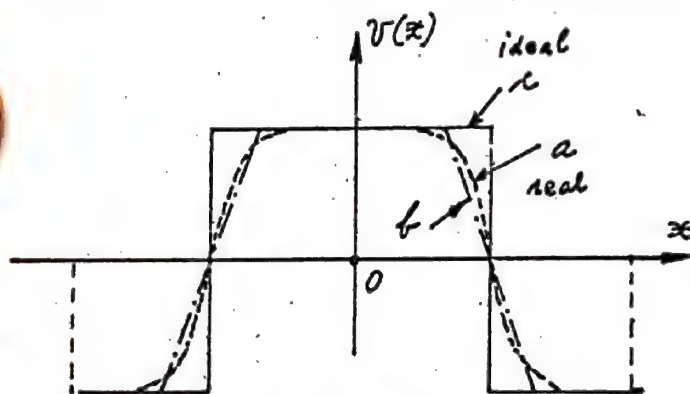
2.2.5. Efectuarea unor corecții.

În cele ce urmează vom lua în considerație abaterile ce au loc în mașinile reale de la ipotezele 3 și 4.2, pentru a introduce unele corecții privind calculul cîmpului magnetic util.



- fig. 28 -

(I) Este evident că variația bruscă, în salt, a tensiunii magnetice a cîmpului util în dreptul axei creștăturii în care se situează o latură de bobină cu curent electric, se datorește idealizării admise la 4.2. pct. 2.2.1. Dacă curentul repartizat în creștătură se presupune concentrat în strat subțire la suprafața armăturii, cu densitate liniară constantă ca în fig. 28 b, atunci saltul lui $V_d(x)$ în dreptul axei creștăturii nu se mai face brusc, ci liniar ca în fig. 29 curba (b). În cazul real (fig. 28 a), trecerea are un caracter ce



- fig. 29 -

corespunde unei curbe ca ~~curba (a)~~ (a) pe fig. 29.

Se remarcă deci, că salturile se fac în realitate cu anumite recordări, ceea ce are ca urmare un efect de reducere a unor armonici spațiale de ordin superior din curba tensiunii magnetice. Ca urmare a acestui efect, curbele teoretice cu salturi considerate în teorie conduc la rezultate într-un anumit sens acoperitoare.

(II) Pentru a ține seama de faptul că permeabilitatea magnetică a armăturilor este finită și variabilă cu gradul de satu-

rație, să considerăm exemplul de la aplicația nr.1 și să alegem din spectrul liniilor de cîmp (fig.20) un tub de flux (τ_x pe fig.30). Scriind relația (43) pe linia mijlocie de cîmp a tubului se obține:

$$(57) \quad \begin{aligned} 2V_f(x) + 2V_f(x) &= W_f i \\ V_f(x) + V_f(x) &= \frac{W_f i}{2} = \Theta_e \end{aligned}$$

În această relație s-a ținut seama de simetria cîmpului și s-a notat cu $2V_f(x)$ tensiunea magnetică din armătura statorică și rotorică care de data aceasta nu mai este nulă. Prin Θ_e s-a notat solenația laturii de bobină necesară magnetizării unei jumătăți a tubului considerat.

În continuare să presupunem, fără a face o eroare prea mare, că tubul de flux considerat este de secțiune transversală constantă.

A doua relație (57) se scrie:

$$(58) \quad h_f(x) \cdot \delta' + h_f(x) l_f(x) = \Theta_e$$

Deoarece fluxul magnetic se conservă în lungul tubului, avem:

$$(59) \quad \mu_0 h_f(x) l_f(x) = \Theta_e$$

de unde: $h_f(x) = \frac{\Theta_e}{\mu_0 l_f(x)} = h_\delta(x)$

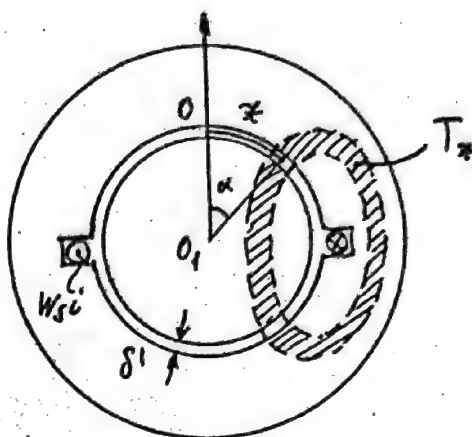
Înlocuind în relația (58), se

obține următoarea relație între mărimile din miezul feromagnetic al armăturilor, presupuse identice:

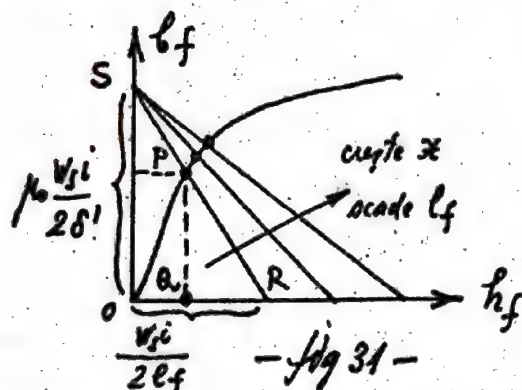
$$(60) \quad \frac{h_f(x)}{\mu_0} \cdot \delta' + h_f(x) l_f(x) = \Theta_e = \frac{W_f i}{2}$$

Cunoscînd caracteristica de magnetizare a materialului (fig.31) se trasează dreapta de ecuație (60) și prin intersecție cu curba de magnetizare se află $h_f(x)$ și $h_\delta(x)$. Tensiunea magnetică în întrefier fiind proporțională cu $h_f(x)$, va fi dată la o scară anumită, de mărimea segmentului PQ.

Pe măsură ce coordonata x crește de la zero spre $\frac{\tau}{2}$, lungi-

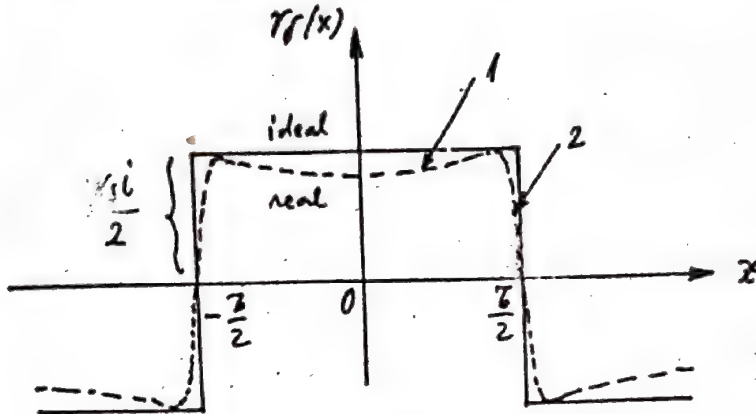


-Fig 30-



-Fig 31-

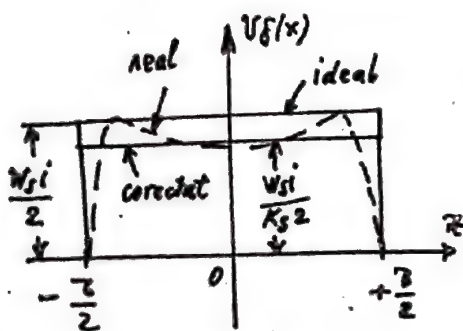
cea liniei medii de câmp din fier $\ell_f(x)$ scade, astfel că dreapta (60) se rotește spre dreapta (punctul S rămâne fix, dar punctul R se duce spre dreapta pe fig.31), noul segment PQ crescînd. Rezultă că efectul saturației magnetice conduce la curbarea ten-



- fig. 32 -

siunii magnetice în întrefier (proporțională cu PQ) în zona notată cu 1 pe fig.32, unde s-a ținut seama și de efectul expus la pag.30.

Repartiția reală a tensiunii magnetice este deci curba trasată punctat pe fig.32. Pentru a se ține seama de situația reală, se aproximează curba reală punctată tot printr-o curbă dreptunghiulară, astfel ca fluxul magnetic corespunzător unui pol să fie același, ceea ce revine la egalitatea ariilor limitate de axe absciselor în intervalul $-\frac{\pi}{2} < x < +\frac{\pi}{2}$.



- fig. 33 -

și de curbele reală și corectată (fig.33). În locul amplitudinii $\frac{W_s i}{2}$ a tensiunii magnetice ideale, noua tensiune magnetică luînd în considerație saturația se poate scrie:

$$(61) \quad V_m = \frac{W_s i}{2 K_s}$$

în care K_s este un coeficient de saturație supraunitar. El reprezintă

o valoare medie a coeficienților de saturație parțiali ce se definesc pe fiecare tub de flux, punînd în (57):

$$(62) \quad \mathcal{M}_l = \frac{W_s i}{2} = V_f(x) \left[1 + \frac{V_f(x)}{V_s(x)} \right] = K_s(x) \cdot V_s(x)$$

relație din care rezultă:

$$(63) \quad v_f(x) = \frac{W_f i}{2 K_f(x)}$$

asemănător cu (61). Să determinăm fluxul pentru un pol, al repartiției reale: $+\frac{\tau}{2}$ $+\frac{\tau}{2}$

$$(64) \quad \phi_g = \int_{-\frac{\tau}{2}}^{+\frac{\tau}{2}} f(x) l dx = \mu_0 \frac{l}{\delta'} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{+\frac{\tau}{2}} v_f(x) dx$$

Acelaș flux pentru repartiția corectată va fi:

$$(65) \quad \phi_g = B_g \cdot \tau \cdot l = \tau \cdot l \cdot \mu_0 \frac{W_f i}{2 K_f} \cdot \frac{1}{\delta'}$$

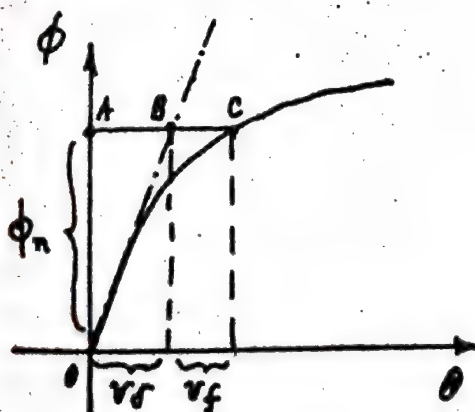
Dacă egalăm (64) cu (65) și ținem seama de (63), rezultă:

$$(66) \quad \frac{1}{K_f} = \frac{1}{\tau} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{+\frac{\tau}{2}} \frac{dx}{K_f(x)} = \text{val. medie pe } \tau \text{ a lui } \frac{1}{K_f(x)}$$

În practică coeficientul de saturație se determină din caracteristica de magnetizare globală, pe baza unei expresii asemănătoare cu cea din (62):

$$(67) \quad K_f = 1 + \frac{v_f}{v_g} = \frac{v_g + v_f}{v_g} = \frac{AC}{AB}$$

(segmentele AC și AB se determină la valoarea fluxului la care lucrează mașina - fig.34)



- fig.34 -

Considerarea efectelor saturației magnetice în mașinile electrice este importantă deoarece din motive economice toate mașinile actuale sînt puternic saturate, fapt ce are numeroase implicații asupra fenomenelor din mașină și asupra valorilor parametrilor acestora.

Se reține concluzia că la o mașină saturată tensiunea magnetică în întrefier este mai mică ca în cazul aceleiași mașini ne-saturate. Pentru a păstra acelaș

cîmp magnetic în întrefier, trebuie o solenație mai mare în cazul mașinii saturate decît în cazul celei nesaturate.

Trebuie observat deasemenea, că saturația joacă un rol secundar în deformarea curbei lui $\mathcal{V}_f(x)$ (zona 1, de pe fig.32), rolul de bază avîndu-l caracterul finit al permeabilității magnetice. La o aceeași solenație a laturii bobinei, curba reală a lui $\mathcal{V}_f(x)$ are valoarea maximă sub cea a curbei ideale, dar practic se pot considera egale, deoarece valorile permeabilității magnetice relative sînt de ordinul miilor la tolele obișnuite.

Luarea în considerație a permeabilității finite și existența conductoarelor cu curenți la suprafața armăturilor, conduce și la alte efecte, cum ar fi modificarea traseului liniilor de cîmp (teorema refracției liniilor inducției magnetice se complică în prezența existenței unei pinze de curenți pe suprafața de refracție), efecte care sînt neglijabile în condiții obișnuite.

2.2.6. Cîmpul înfășurărilor în simplu strat.

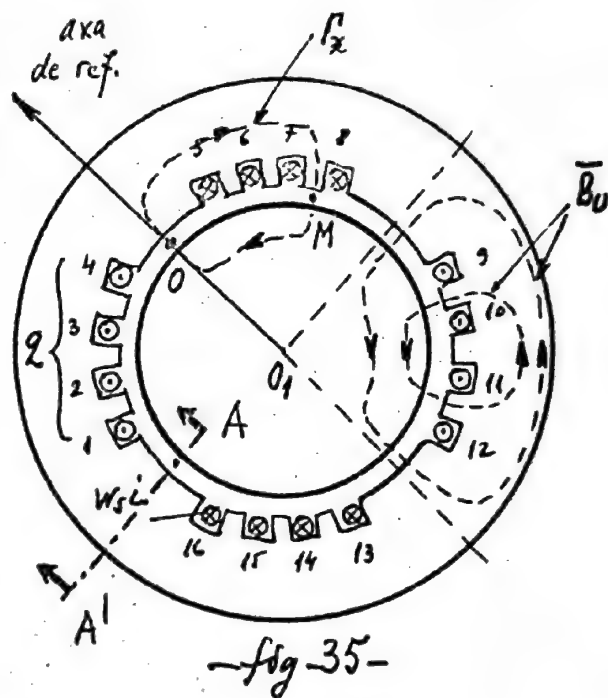
Cîmpul magnetic în întrefier produs de către bobina simplă de la aplicația nr.1 cap.2.2.4. este departe de a satisface cerința fundamentală de repartizare sinusoidală spațială. Tensiunea magnetică produsă este dreptunghiulară și conține numeroase armonici spațiale de amplitudini considerabile (pe fig.26 s-au figurat prin linii întrerupte armonica fundamentală $\mathcal{V}^{(1)}(x)$ și armonica spațială de ordinul trei $\mathcal{V}^{(3)}(x)$). Cîmpul produs are numai doi poli.

Pentru producerea în general a unui cîmp magnetic cu 2p poli și cu o repartiție mai apropiată de cea sinusoidală, se folosesc mai multe bobine, decalate reciproc în spațiu, alcătuiind grupuri identice la periferia armăturii într-un mod pe care-l vom explica mai departe.

În figura 35 se arată modul de producere în întrefier a unui cîmp magnetic cu 2p = 4 poli, folosind un număr de 8 bobine, ale căror 16 laturi (mănunchiuri) sînt dispuse în 16 creștături numerotate de la 1 la 16, formînd patru zone distincte la periferia stato- rului. Pentru a forma numărul de poli arătat, curenții prin laturile bobinelor trebuie să circule în sensurile indicate (aceleași convenții ca în electrotehnică !). Din motive de simetrie spectrul liniilor de cîmp se împarte în patru zone identice, diferite numai ca sensuri ale liniilor de cîmp. Pe figura 35 s-a reprezentat schema-

tic aspectul a două linii de cimp tipice, notate cu \vec{B}_u (este vorba doar de cimpul util). În general, numărul de laturi (mănunchiuri) dintr-o zonă se notează cu q (deci pe fig.35 avem $q = 4$) și se numește numărul de bobine dintr-un grup (Obs: această denumire este convențională și provizorie; mai departe se va arăta că q reprezintă numărul de creștături pe pol și fază).

Înainte de a trece la studiul curbei de repartiție a tensiunii magnetice pentru cazul concret considerat, vom folosi reprezentarea desfășurată a suprafeței laterale a armăturii bobinate, pentru a arăta modul uzual de prezentare a înfășurărilor mașinilor electrice pe care-l vom folosi de acum înainte. Pentru aceasta se presupune o tăietură în sens axial (după o generatoare) a armăturii bobinate ('tăietura A-A' pe fig.35), urmată de "îndreptarea" ei și rotirea cu 90° , astfel ca pe desen să apară planul suprafeței interioare.



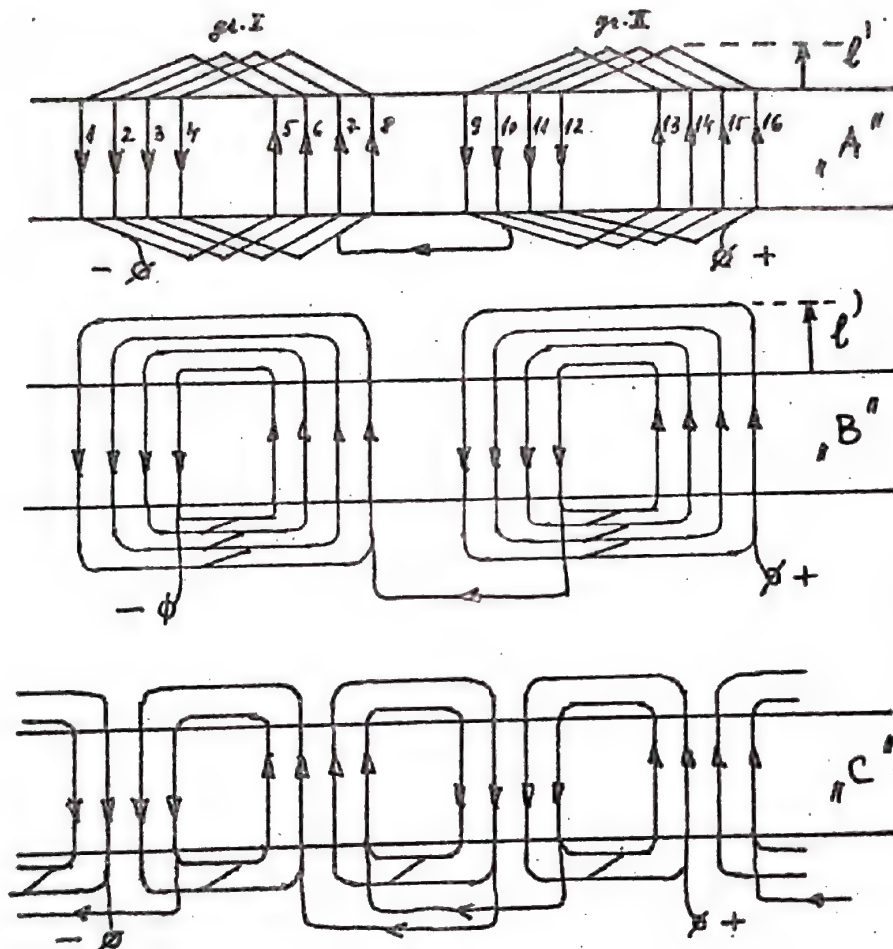
-fig 35-

Creștăturile nu se desenează, ci numai laturile de bobine, care se reprezintă prin linii drepte pe distanța axială a mașinii și prin linii frânte sau curbe în afară. Sensul de parcurs al curentului electric de conducție, se trece prin săgeți pe laturile active.

În fig.36 se prezintă mai multe moduri de realizare constructiv-tehnologică a unei înfășurări simplu strat, care să corespundă situației în vedere transversală (frontală), din fig.35 de mai sus.

Deși variantele din fig.36 arată diferit, ele sînt toate echivalente din punct de vedere al cimpului magnetic util produs, dacă curentul ce parcurge în serie conductoarele înfășurărilor este același, iar w_p - nr. de conductoare dintr-o latură este același.

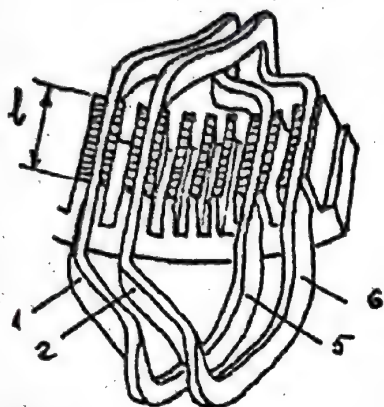
Prima variantă "A" reprezintă o înfăşurare simplu strat cu bobine egale, realizate cu ajutorul unui singur şablon de bobină. Bobinele sînt repartizate uniform (cu acelaş decalaj spaţial de o creastăură între ele) în cadrul a două grupe de bobine I şi II



-fig. 36-

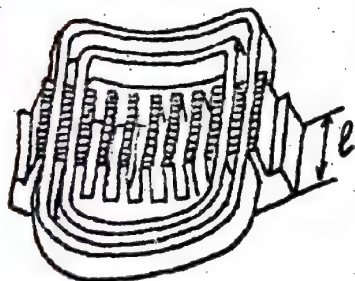
fiind astfel conectate în serie, încît curenul electric să le străbată în sensurile figurate prin săgeţi pe fig. 36, care corespund cu sensurile din fig. 35. Înfaşurarea are două borne de alimentare, una de intrare a curenului (+), alta de ieşire (-). Deşi, prezintă avantajul folosirii unui singur şablon, realizarea tehnologică înţiapînă dificultăţi în zona capetelor de bobine (zona laturilor frontale, inactive), din cauza încrucişărilor prin suprapunerea a mănunchiurilor de conductoare. Acest lucru necesită realizarea unor forme

forme spațiale profilate destul de complicate (fig.37), la care zonele frontale ale capetelor de bobine apar curbate formind așa numitele înfășurări în coroană, continue, ce se repetă în mod uniform la periferia axială a armăturii.

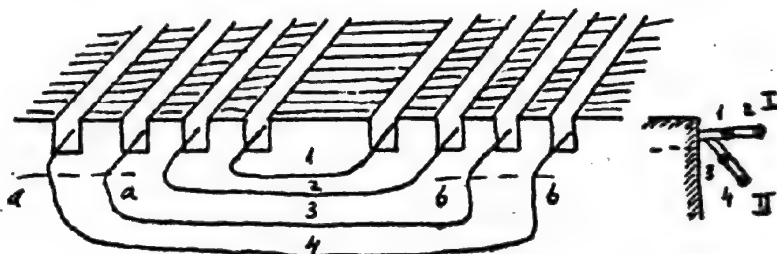


- fig. 37 -

A doua variantă "B" reprezintă o înfășurare cu bobine neegale, de tip concentric, la care sînt necesare patru tipuri de șabloane, dar la care dispunerea capetelor de bobine se face fără încrucișări, deci fără probleme tehnologice deosebite, după modul arătat pe fig.38.; Avem din nou două grupe de bobine, la fel ca la tipul A anterior. Atît tipul A, cît mai ales tipul B de înfășurare, pot conduce la o lungire exagerată în sens axial a mașinii (cu distanța notată cu l pe fig.36, de ambele părți ale armăturii), caz în care se poate realiza o dispunere în două plane a capetelor de bobine, așa cum se arată schematic în fig.39. Pentru aceasta se îndoaie în zonele a-a și b-b capetele de bobine ale bobinelor 3 și 4, la unghiul de 45° .



- fig. 38 -



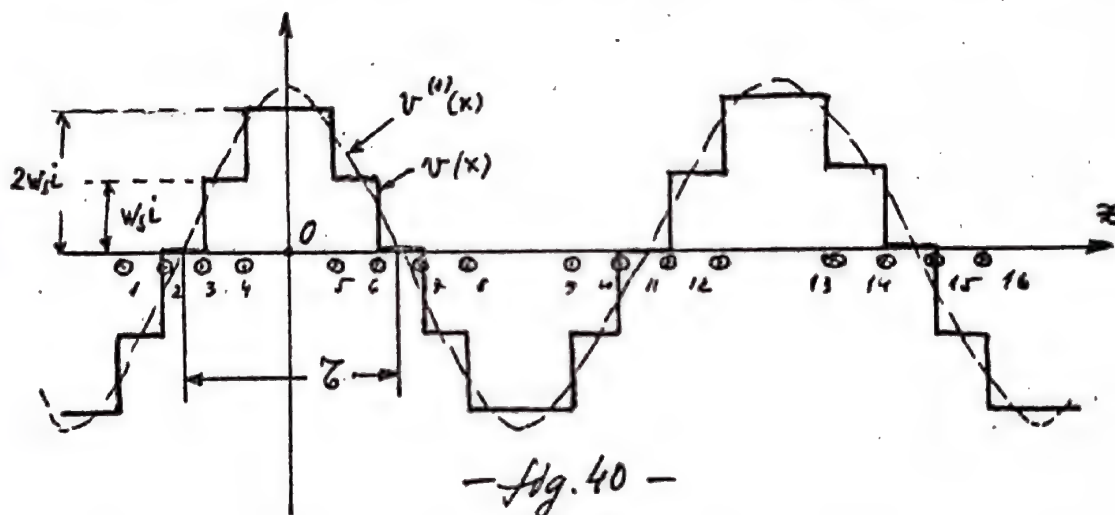
- fig. 39 -

A treia variantă "C" reprezintă o înfășurare asemănătoare cu cea precedentă concentrică, dar numai cu două tipuri diferite de bobine, dispuse în patru grupuri de bobine. Pe lângă avantajul reducerii numărului necesar de șabloane la două, ea prezintă în plus avantajul reducerii lungimii l axiale, fără dispunere în două plane a capetelor de bobine și permite în cazul mașinilor de mare putere, o secționare în patru bucăți a armăturii (celelalte tipuri permit numai secționare în două jumătăți). Astfel, secțiunile armăturilor se pot bobina separat, transportindu-se separat la locul montării generale unde se face asamblarea, legăturile dintre grupuri făcându-se

ulterior (prin lipire la cald).

Aşa cum s-a mai spus, cele trei variante sînt echivalente din punct de vedere al producerii cîmpului magnetic util, dar diferă din punct de vedere al cîmpului de scăpări frontal (B_{sf}), precum şi din punct de vedere al parametrilor (pot avea rezistenţe electrice şi reactanţe de scăpări diferite).

Revenind la studiul repartiţiei în întrefier a tensiunii magnetice utile pentru cazul concret considerat în fig.35, vom aplica cele două relaţii (45) şi (48) de la pct.2.2.4. ducînd curba \sqrt{x} de calcul, ca în fig.35, prin dreptul diferitelor puncte M din întrefier. Se obţine astfel curba de repartiţie în trepte reprezen-



tată în fig.40 alăturată. Se observă că spre deosebire de cazul de la aplicaţia nr.1 a unei bobine simple, curba în trepte din figură se apropie mai bine de o sinusoidă, fiind în consecinţă mai bine aproximată prin armonica spaţială fundamentală $V''(x)$, trasată în linie întreruptă pe figură. Cîmpul magnetic produs este cu $2p = 4$ poli. Se vede imediat că pentru producerea unui cîmp cu $2p$ poli, sînt necesare p grupuri de bobine de tip A, sau B formînd $2p$ zone de creştături cu laturi de bobine.

Dacă mărim numărul q_1 de bobine dintr-un grup, va creşte numărul de trepte din curba tensiunii magnetice, încît posibilitatea de aproximară a curbei reale printr-o sinusoidă devine mai precisă. După cum vom vedea mai departe, pentru q_1 mai mare de 5,6,7, câştigul realizat pe această cale devine insignifiant şi nejustificat din

punct de vedere economic.

Amplitudinea tensiunii magnetice rezultă egală cu:

$$(68) \quad V_m = \frac{2w_0 i}{2}$$

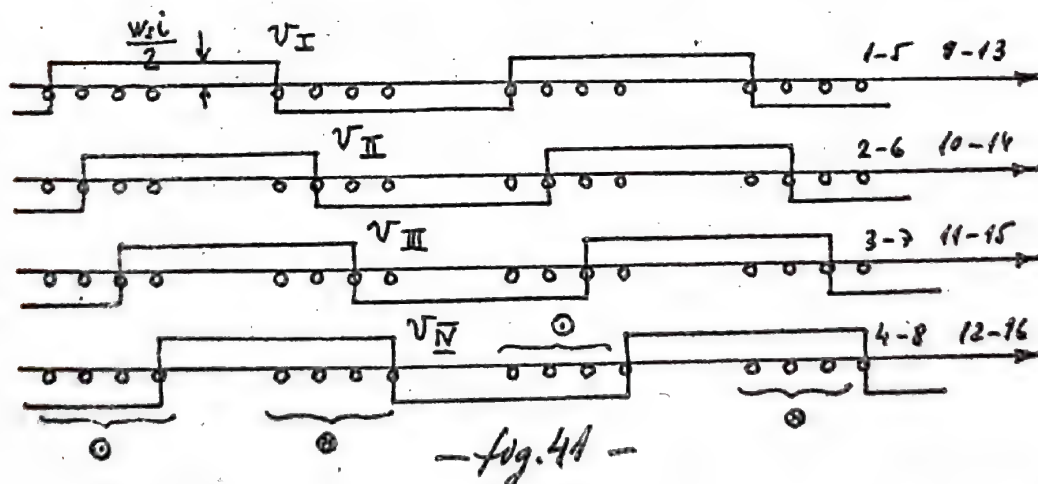
decă în toate creștăturile avem același w_0 și 1 (vom considera în totdeauna acest caz; cazurile mai complicate cu numere diferite de spire, sau cu creștere neuniformă depășesc cadrul prezentului curs, fiind obiectul lucrărilor de specialitate).

Deoarece teoria și funcționarea mașinilor electrice se bazează pe ipoteza simplificatoare a repartiției sinusoidale a cîmpului magnetic în întrefier, efectele armonicilor superioare fiind considerate separat, prezintă interes aprecierea valorilor maxime ale armonicilor spațiale ale curbei în trepte a lui $V(x)$. Dezvoltarea directă în serie Fourier a lui $V(x)$ conduce datorită proprietăților de simetrie evidente ale funcției, la o sumă de forma:

$$(69) \quad V(x) = V_{m2}^{(1)} \cos \frac{\pi x}{\tau} - V_{m2}^{(3)} \cos \frac{3\pi x}{\tau} + V_{m2}^{(5)} \cos \frac{5\pi x}{\tau} - \dots$$

dar determinarea directă a coeficienților este dificilă. Din acest motiv se preferă o altă cale mai simplă, indirectă, bazată pe aplicarea principiului de suprapunere a efectelor, valabil la sistemele liniare (decă în ipoteza neglijării saturației magnetice).

Pentru a aplica acest principiu, vom considera curba în trepte



te a lui $V(x)$ din fig. 40, ca un rezultat al compunerii (prin adunarea ordonatelor) tensiunilor magnetice parțiale V_I , V_{II} , V_{III} și V_{IV} , produse separat de înfășurările cu bobine simple (1-5 cu 9-13), (2-6 cu 10-14), (3-7 cu 11-15) și (4-8 cu 12-16) din fig. 41.

În acest caz armonica spațială superioară de ordin (ν) a lui $V(x)$ pentru $q > 1$, va fi suma armonicilor spațiale de același ordin ale tensiunilor magnetice $V_I \dots V_{II}$, pentru care $q = 1$, mai ușoare de calculat, deoarece corespund unei repartiții dreptunghiulare, fără trepte, la care funcția este constantă (prime și a treia armonică sînt reprezentate prin linii întrerupte pe fig.26).

În raport cu axa de simetrie a unei bobine simple (axa ce trece prin punctul O din fig.26) luată ca origine pentru variabila x , se obține o dezvoltare Fourier de forma lui (69) (cu alte valori ale coeficienților, bineînțeles), în care amplitudinea armonicilor de ordin (ν) este dată de formula lui Fourier-Euler:

$$(70) \quad V_m^{(\nu)} = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} V(x) \cos \frac{\nu \pi x}{T} dx = \frac{1}{\delta} \int_{-\delta}^{+\delta} V(x) \cos \frac{\nu \pi x}{\delta} dx$$

Ținînd seama de caracterele de simetrie ale funcției, avem:

$$(71) \quad V_m^{(\nu)} = \frac{4}{\delta} \int_0^{+\delta/2} V(x) \cos \frac{\nu \pi x}{\delta} dx = \frac{4}{\delta} \cdot \frac{W_{SI}}{2} \int_0^{+\delta/2} \cos \frac{\nu \pi x}{\delta} dx =$$

$$= \frac{4}{\delta} \cdot \frac{W_{SI}}{2} \cdot \frac{\delta}{\nu \pi} \left[\sin \frac{\nu \pi x}{\delta} \right]_0^{\delta/2}$$

Calculînd integrala, obținem:

$$(72) \quad V_m^{(\nu)} = \frac{1}{\nu} \cdot \frac{4}{\pi} \left(\frac{W_{SI}}{2} \right) \sin \frac{\nu \pi}{2} = \pm \frac{1}{\nu} \left(\frac{2}{\pi} W_{SI} \right)$$

semnele $+$ fiind valabile pentru $\nu = 1, 5, 9, 13, \dots$, iar semnele $-$ pentru $\nu = 3, 7, 11, 15, \dots$, ceea ce justifică reprezentarea din figura 26, precum și forma de scriere din (69).

Se observă:

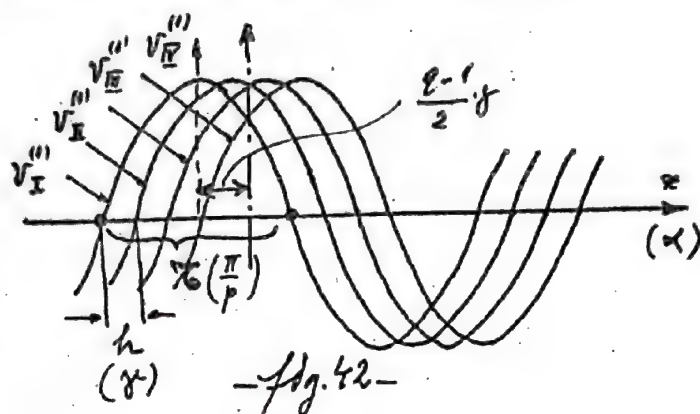
(1) - Armonica spațială fundamentală $V^{(1)}(x)$ are amplitudinea de $4/\pi$ ori mai mare decît amplitudinea lui $V(x)$.

(2) - Armonica spațială de ordin (ν) are amplitudinea de ν ori mai mică, decît fundamentală, deci mărimea armonicilor superioare scade cu creșterea ordinului.

Pentru a determina acum armonica fundamentală a curbei lui $V(x)$ din fig.40, vom însuma armonicile fundamentale ale celor 4 curbe decalate uniform din fig.41, reprezentate pe fig.42.

Dacă alegem ca axă de referință pentru x axa de simetrie a tensiunii V_I (corespunde axei de simetrie a bobinei 1-5 la ti-

pul "A" din fig.36), expresiile analitice ale acestor armonici fundamentale vor fi (generalizăm pentru orice q):



$$(73) \quad \begin{cases} v_I^{(1)}(x) = V_m^{(1)} \cdot \cos \frac{\pi x}{\tau} \\ v_{II}^{(1)}(x) = V_m^{(1)} \cdot \cos \frac{\pi(x-h)}{\tau} \\ \dots \\ v_{[q]}^{(1)}(x) = V_m^{(1)} \cdot \cos \frac{\pi[x-(q-1)h]}{\tau} \end{cases}$$

Deoarece este vorba de însumarea unor mărimi sinusoidale de aceeași perioadă, este preferabilă folosirea unei metode analoge cu cea fazorială, cunoscută de la teoria curenților alternativi sinusoidali (acolo însă, mărimile variază în timp, pe cînd în cazul acesta este vorba de o variație în spațiu, de unde și denumirea de "armonici spațiale"). Pentru introducerea unei astfel de metode, foarte fecundă în teoria mașinilor electrice, vom trece la exprimarea în coordonate unghiulare și vom folosi noțiunea de unghi electric introdusă la pct. 2.2.2. anterior. Relațiile (73) devin, ținînd seama de (35) și (38) :

$$(74) \quad \begin{cases} v_I^{(1)} = V_m^{(1)} \cdot \cos p\alpha = V_m^{(1)} \cos \alpha e \\ v_{II}^{(1)} = V_m^{(1)} \cdot \cos p(\alpha - \gamma) = V_m^{(1)} \cos(\alpha e - \gamma e) \\ \dots \\ v_{[q]}^{(1)} = V_m^{(1)} \cos p[\alpha - (q-1)\gamma] = V_m^{(1)} \cos(\alpha e - (q-1)\gamma e) \end{cases}$$

În aceste relații θ este unghiul la centru geometric, care corespunde decalajului spațial h de o creștătură:

$$(75) \quad h = \frac{D}{2} \cdot \theta$$

iar θ reprezintă aceeași mărime exprimată în unghi electric cu formula (40).

Pentru aplicarea metodei fazoriale vom considera așa numitul plan electric al secțiunii mașinii, care este un plan imaginar în care unghiurile din secțiunea transversală reală a mașinii se reprezintă prin valorile lor în grade electrice. În acest plan electric, tuturor punctelor din secțiunea reală distanțate la multipli de 2τ sau de $\frac{2\pi}{p}$ grade reale (radiani), le corespunde un punct unic. Acest lucru are o semnificație fizică fundamentală: în toate punctele considerate avem aceeași stare magnetică, deci d.p.v. magnetic ele reprezintă un acelaș punct. Folosirea consecventă a noțiunii de plan electric permite:

1 - înlăturarea unor ambiguități și nedeterminări în alegerea axelor de referință (în fig. 40 tot așa de bine se poate lua ca axă, axa de simetrie a următorului pol, de aceeași polaritate, expresiile armonicilor spațiale rămânând neschimbate)

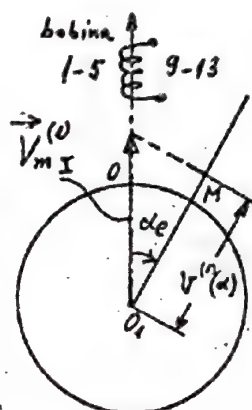
2 - definirea univocă a axei unei înfășurări (toate cele p axe de simetrie ale polilor de acelaș nume, care reprezintă axe de simetrie ale grupurilor de bobine, de tip "A" sau "B" numai, se contopesc în planul electric într-o singură axă, "axa înfășurării")

3 - definirea fazorilor spațiali ai tensiunii magnetice

În legătură cu acest ultim punct, primul termen din (74) se reprezintă simbolic în planul electric prin fazorul spațial $\vec{V}_m^{(n)}$ așezat pe axa înfășurării cu bobinele 1-5 și 9-13, având amplitudinea:

$$(76) \quad V_m^{(n)} = \frac{2}{\pi} w_r i$$

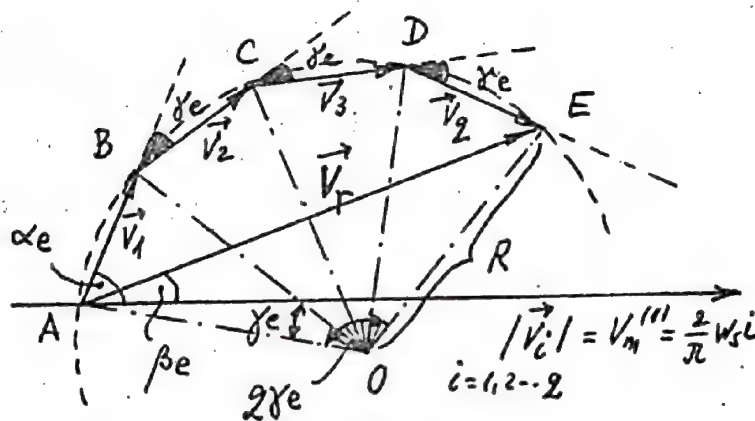
rezultată din (72) și sensul corelat cu sensul curentului prin bobine, după regula burghiului drept (fig. 43). Trecerea inversă de la $\vec{V}_m^{(n)}$ la expresia valorii reale $V_x^{(n)}$ pentru punctul M din întrefier situat la unghiul α , se face ducând axa O_1M la unghiul elec-



-fig.43-

tric $\alpha_e = p \cdot \alpha$ și efectuind proiecție lui $\vec{V}_{mI}^{(1)}$ pe aceeași axă (această proprietate va mai fi întâlnită și în alte situații mai departe și în cele ce urmează va fi denumită "teorema proiecției") Vom nota fazorii spațiali prin săgeți deasupra notației, pentru a-i deosebi de fazorii de timp clasici notați cu linie (bară) dedesubtul notației (\vec{V} , respectiv \underline{U}).

Pentru însumarea termenilor din (74) vom reprezenta fiecare termen prin fazorul spațial corespunzător și vom însuma fazorii după regula poligonului, obținând fazorul reprezentant al sumei căutate. Acest lucru este redat în fig. 44, unde pentru simpli-



- fig. 44 -

ficare s-au notat cu $\vec{V}_1 = \overrightarrow{AB}$, $\vec{V}_2 = \overrightarrow{BC}$, $\vec{V}_2 = \overrightarrow{DE}$.

Fazorul rezultat $\vec{V}_r = \overrightarrow{AE}$ este determinat de amplitudinea $V_{mq}^{(1)}$ și de "faze" β_e . În raport cu axa de referință a lui $\vec{V}_I^{(1)}$, aleasă și pentru scrierea celorlalți termeni din (74), el ocupă o poziție dată de "defazajul" spațial $\alpha_e - \beta_e$. Dacă se notează cu R raza cercului în care apare înscris poligonul ABCDE, avem:

$$(77) \quad \begin{cases} V_m^{(1)} = |\vec{V}_1| = 2R \sin \frac{\gamma_e}{2} \\ V_{mq}^{(1)} = |\vec{V}_r| = 2R \sin \frac{2\gamma_e}{2} \end{cases}$$

Dacă cele q înfășurări cu bobine simple în care s-a descompus înfășurarea inițială la aplicarea suprapunerii efectelor, nu ar fi decalate reciproc, ci ar fi perfect suprapuse una peste alta în aceleași creștături, am avea în mod evident:

$$(78) \quad V_{m2}^{(1)} = 2 \cdot V_m^{(1)} = 2 \left(\frac{2}{\pi} w s i \right)$$

Din cauza răsfirării prin decalare spațială uniformă este evident că în relația precedentă trebuie introdus un coeficient de corecție subunitar:

$$(79) \quad V_{m2}^{(1)} = k_2^{(1)} \cdot 2 \cdot V_m^{(1)} = \frac{2}{\pi} k_2^{(1)} 2 w s i$$

Expresia acestui coeficient rezultă din (77) și (79):

$$(80) \quad k_2^{(1)} = \frac{\sin \frac{2\delta e}{2}}{2 \cdot \sin \frac{\delta e}{2}}$$

El se numește factor de repartizare (grupare) al înfășurării în simplu strat și depinde numai de configurația geometrică a înfășurării. Pentru o înfășurare dată, are o valoare constantă.

Din fig.44 mai rezultă pe lângă amplitudinea fundamentalei $V_{m2}^{(1)}$ și defazajul spațial al tensiunii magnetice fundamentale rezultante față de fundamentala tensiunii magnetice $V_I^{(1)}$, care corespunde primului termen din (74), a cărei axă de simetrie s-a luat ca referință:

$$(81) \quad \alpha_e - \beta_e = \frac{180^\circ - \delta e}{2} - \frac{180^\circ - 2\delta e}{2} = \frac{2-1}{2} \cdot \delta e$$

Prin urmare, expresia tensiunii magnetice fundamentale rezultante este:

$$(82) \quad V_n^{(1)} = V_I^{(1)} + V_{II}^{(1)} + \dots + V_{[2]}^{(1)} = V_{m2}^{(1)} \cdot \cos \left[\alpha_e - \frac{2-1}{2} \delta e \right]$$

Valoarea sa maximă se obține în $\alpha_e = \frac{2-1}{2} \cdot \delta e$, adică în axa de simetrie a grupului de bobine (fig.42), adică în axa unică a înfășurării întregi, dacă se consideră planul electric. De aceea dacă se adoptă această nouă axă ca axă de referință, expresia precedentă se va scrie mai simplu:

$$(83) \quad V_n^{(1)}(\alpha_e) = V_{m2}^{(1)} \cdot \cos \alpha_e \quad ; \quad V_n^{(1)}(\kappa) = V_{m2}^{(1)} \cos p\alpha$$

sau în coordonate liniare, reale:

$$(84) \quad V_n^{(1)}(\pi) = V_{m2}^{(1)} \cos \frac{\pi x}{6}$$

Aceasta reprezintă primul termen din dezvoltarea în serie Fourier de armonici spațiale (69), adică armonica spațială fundamentală, care prezintă o importanță deosebită în studiul mașinilor electrice, deoarece explicarea funcționării și comportării lor se face în principal pe baza aproximării tensiunii magnetice reale din întrefier (și a inducției magnetice) cu armonica fundamentală.

Într-un mod asemănător se determină și amplitudinile celorlalți termeni din (69). Astfel pentru armonica de ordin (γ) vom avea de însumat armonicile de ordin (γ) ale curbelor decalate din fig. 41, care se scriu ținând seama de (72) :

$$(85) \quad \begin{cases} v_{\text{I}}^{(\gamma)}(x) = \frac{1}{\gamma} V_m^{(1)} \cos \frac{\gamma \pi x}{\tau} \\ v_{\text{I}}^{(\gamma)}(x) = \frac{1}{\gamma} V_m^{(1)} \cos \frac{\gamma \pi (x-h)}{\tau} \\ \dots \\ v_{\text{I}[\gamma]}^{(\gamma)}(x) = \frac{1}{\gamma} V_m^{(1)} \cos \frac{\gamma \pi [x-(\gamma-1)h]}{\tau} \end{cases}$$

Procedând într-un mod analog, se determină amplitudinea:

$$(86) \quad V_{m2}^{(\gamma)} = k_2^{(\gamma)} \cdot 2 \cdot \left(\frac{1}{\gamma} V_m^{(1)} \right) = \frac{2}{\gamma \pi} k_2^{(\gamma)} \cdot 2 \omega \tau c$$

în care coeficientul de corecție are expresia:

$$(87) \quad k_2^{(\gamma)} = \frac{\sin \frac{\gamma \pi \tau c}{2}}{2 \cdot \sin \frac{\gamma \pi c}{2}}$$

Armonica de ordin (γ) va avea atunci expresia:

$$(88) \quad \underline{v_n^{(\gamma)}(\alpha_e) = V_{m2}^{(\gamma)} \cos \gamma \alpha_e} \quad ; \quad \underline{v_n^{(\gamma)}(\alpha) = V_{m2}^{(\gamma)} \cos \gamma p \alpha}$$

sau:

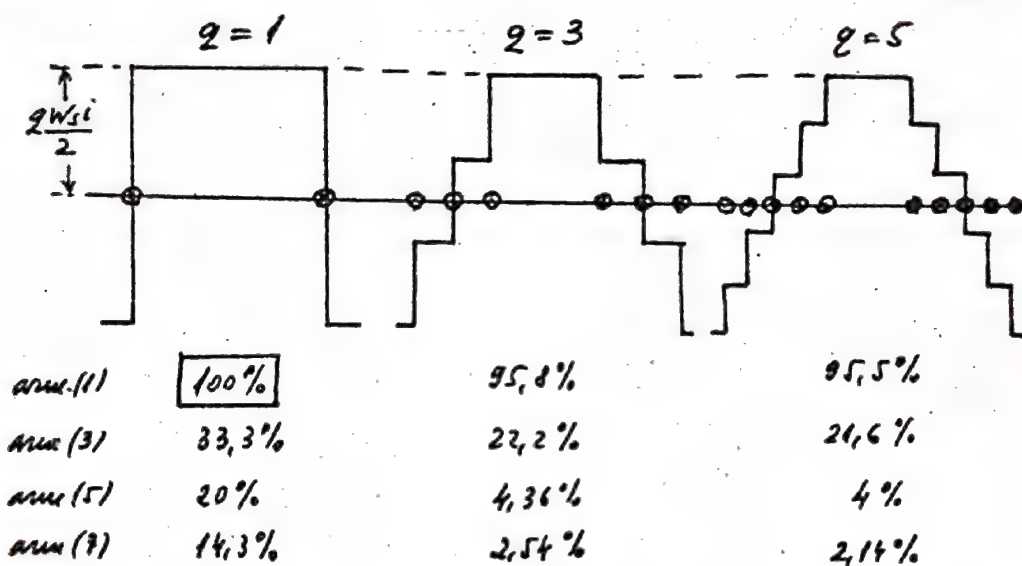
$$(89) \quad \underline{v_n^{(\gamma)}(x) = V_{m2}^{(\gamma)} \cos \frac{\gamma \pi x}{\tau}}$$

scrisă față de aceeași axă ca și (83), (84) adică axa înfășurării.

Se observă că spre deosebire de cazul înfășurării cu bobine simple ($q = 1$) la care amplitudinea armonicii (γ) este de

ori mai mică ca fundamentale, în cazul $q > 1$ acest raport se modifică cu raportul factorilor de repartizare, deci spectrul decompunerii Fourier se poate modifica în mod avantajos (în sensul reducerii armonicilor superioare și fără a afecta sensibil armonica fundamentală).

În fig. 45 se reprezintă la scară trei cazuri corespunzând valorilor $q = 1$; 3 ; 5 pentru o înfășurare ce ocupă zone date ale periferiei armăturii, avînd în toate cazurile aceeași valoare a produsului $q \cdot w_s \cdot i$ care determină amplitudinea reală maximă a tensiunii magnetice (a se vedea formula (68)). Sub figură sînt tre-



- fig. 45 -

cute în procente din armonica fundamentală pentru $q = 1$, armonicile principale pentru cele trei cazuri. Calculele s-au făcut pentru o înfășurare trifazată (zonele bobinate ocupă o treime din dublul pasului polar), pe baza formulelor (79), (80), (86) și (87). Putem să observăm următoarele:

- 1 - Creșterea numărului de bobine pe un grup q afectează puțin armonica fundamentală, care scade doar cu câteva procente;
- 2 - Armonica a treia scade ceva mai mult, dar fără reduceri importante (scade cel mai mult de la $q = 1$ la $q = 3$, cu 11%);
- 3 - Armonicile de ordin 5 și 7 scad substanțial sub 5% deja la $q = 3$;
- 4 - Efectele scăderii procentuale ale armonicilor nu mai marchează scăderi importante pentru creșterea în continuare a lui q ;

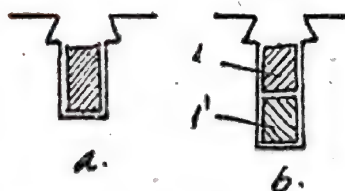
prin urmare nu se justifică folosirea unor valori foarte mari ale lui q (practic q ia valori în intervalul 3...8, valorile superioare fiind folosite la mașini de foarte mare putere). Mărirea lui q permite mai bună folosire a periferiei armăturii, permițând obținerea unor cîmpuri puternice și creșterea gradului de uniformizare a încălzirii magnetice și termice a mașinii.

Pentru reducerea în continuare a conținutului de armonici superioare se folosesc înfășurările în dublu strat, care permit prin așa numita scurtare a pasului chiar reducerea completă a unor armonici.

2.2.7 Cîmpul înfășurărilor în dublu strat.

Trecerea în cursul dezvoltării construcției mașinilor electrice de la înfășurările simplu strat la cele în dublu strat, a însemnat un mare pas înainte în îmbunătățirea funcționării și indicilor tehnico-economici a acestora. Aceste înfășurări asigură o mai bună utilizare a mașinii, mai ales în cazul mașinilor trifazate după cum vom vedea, permițând din punct de vedere tehnologic o dispunere mai rațională a capetelor frontale ale bobinelor și mai ales, permițând îmbunătățirea formei de repartiție a cîmpului în întregul prin scurtarea pasului.

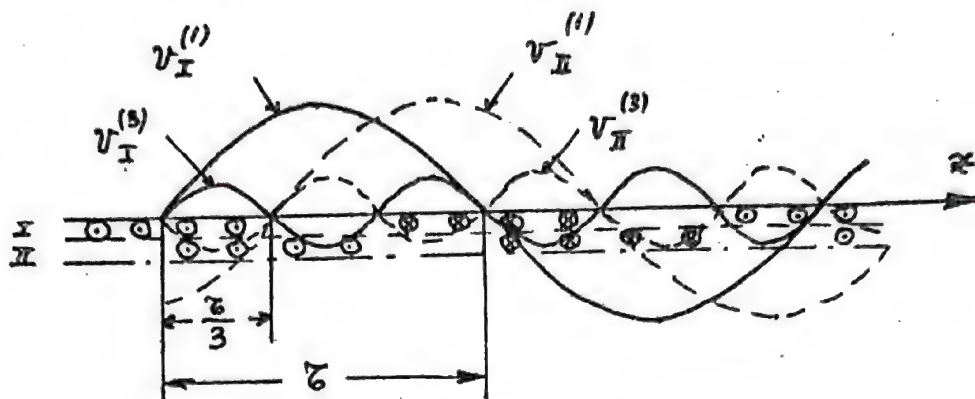
Spre deosebire de înfășurările în simplu strat la care în fiecare creastă se plasează doar o singură latură de bobină (fig. 46 a), la înfășurările în dublu strat se plasează două laturi de bobine suprapuse (fig. 46 b), una l în stratul "superior", alta l' în stratul inferior.



- Fig. 46 -

Să presupunem momentan că în cele 2 straturi sînt realizate independent două înfășurări simplu strat perfect identice, una în stratul superior, cealaltă în stratul inferior. Se poate arăta imediat că dacă se realizează o decalare spațială corespunzătoare a celor două straturi, putem anihila complet o armonică spațială, fără ca să

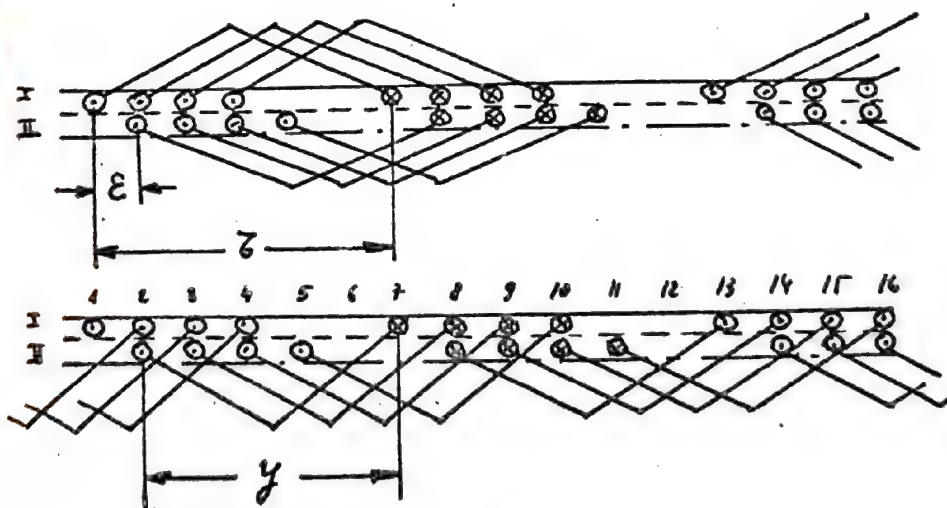
reducem prea mult armonica fundamentală. Acest lucru este arătat în fig. 47, unde se arată anihilarea armonicii de ordin trei, ca urmare a decalării cu $\frac{\tau}{3}$ a celor două straturi. Este evident că pentru anihilarea armonicii de ordin (ν), decalarea este $\frac{\tau}{\nu}$.



-fig. 47-

Dacă ne referim la tipul de înfășurare cu bobine egale ("A" pe fig.36) se constată că distanța y măsurată pe linia mediană din întrefier dintre o latură și cealaltă latură a aceleiași bobine denumită pasul înfășurării este egală cu pasul polar τ (intervalele dintre creștăturile 1-5-9-13 pe fig.35 sînt egale între ele și corespund pasului polar). Astfel de înfășurări se numesc cu pas diametral (din cauză că dacă $p = 1$, cele două laturi ale unei bobine sînt exact opuse diametral, ca în fig.20).

Putem transforma cele două straturi decalate, cu înfășurări cu pas diametral, în modul arătat în fig.48, bobinele avînd de data a-

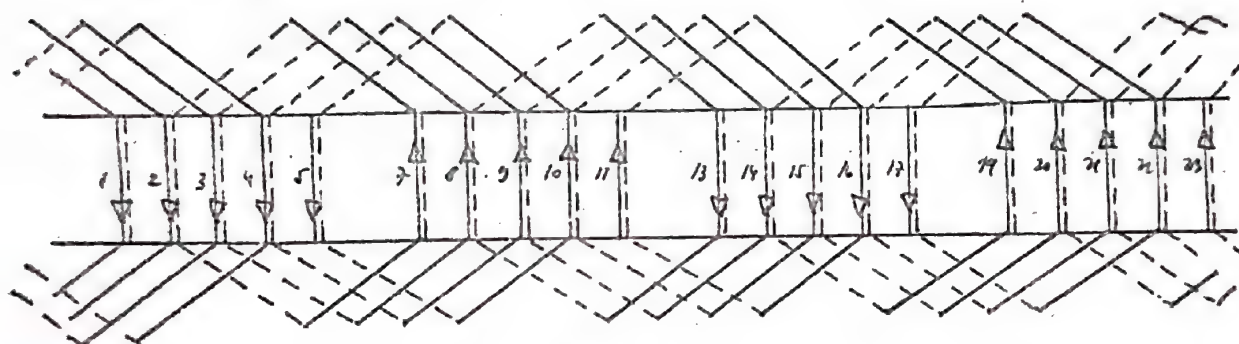


-fig. 48-

ceasta o latură într-un strat și cealaltă latură în celălalt strat, iar pasul γ (se mai numește și deschiderea bobinei) fiind mai mic decât τ , adică cu pas scurtat, mărimea $\varepsilon = \tau - \gamma$ numindu-se scurtare.

În acest mod rezultă o înfășurare dublu strat cu pas scurtat, în cazul căreia rezultă o îmbunătățire a formei curbei tensiunii magnetice, deoarece prin alegerea potrivită a scurtării se pot anihila anumite armonici superioare spațiale supărătoare.

Aspectul unei asemenea înfășurări, pentru cazul analog celui din fig. 35 ($q=4$, $2p=4$), este redat pe fig. 49, într-o reprezentare desfășurată.

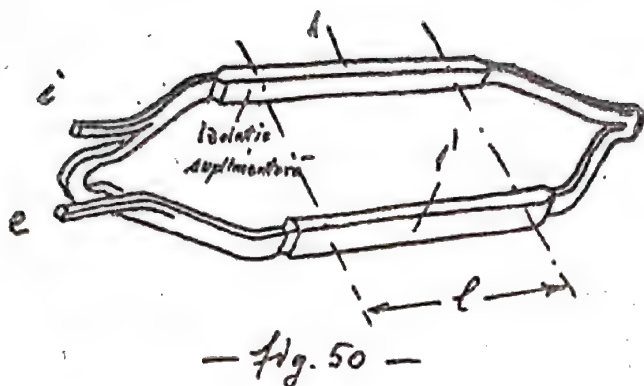


- Fig. 49 -

Laturile de bobine din stratul superior sînt reprezentate cu linie plină, iar cele din stratul inferior cu linie întreruptă. Sensul de păcurgere a laturilor de către curentul electric, este dat de săgețile de pe desenul înfășurării, unde nu s-au mai figurat și legăturile dintre bobine, sau bornele înfășurării.

Se observă că avem creștături cu două laturi de bobine parcurse de curent (cele trei din mijloc, de ex. 2, 3, 4), dar avem și creștături doar cu o singură latură de bobină parcursă de curent (cele laterale ca de ex. 1, 5).

Pentru dispunerea comodă a laturilor de bobine în zonele frontale, acestea se profilează corespunzător cu ajutorul șabloanelor, căpătînd forme ca în fig. 50. În fig. 51 se arată modul de dispunere al capetelor de bobine la înfășurarea dublu strat de tip coroană. Se remarcă lipsa încrucișărilor capetelor de bobine și dispunerea paralelă, ordonată și uniformă a mănunchiurilor de conductoare.



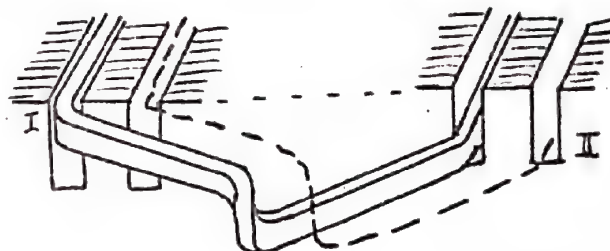
- fig. 50 -

În continuare ne vom ocupa de stabilirea expresiei armonicii fundamentale a tensiunii magnetice a înfășurării în dublu strat cu pas scurtat. Deoarece această înfășurare provine din două înfășurări simplu strat cu pas diametral

decalate spațial cu scurtarea ε , vom avea de însumat două sinusoides ca cele din fig. 52 unde se reprezintă și fazorii spațiali împreună cu compunerea lor.

Unghiul electric care corespunde scurtării ε se determină din:

$$(90) \beta_e = p\beta = p\left(\frac{2\varepsilon}{D}\right) = 2p \frac{(\tau - y)\pi}{2p\tau} = \pi\left(1 - \frac{y}{\tau}\right)$$



- fig. 51 -

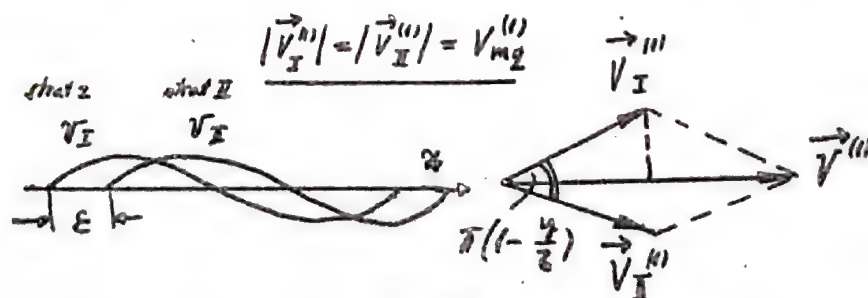
Amplitudinea tensiunii magnetice fundamentale va fi:

$$(91) V^{(1)} = 2 V_{m2}^{(1)} \cos \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{y}{\tau}\right) = 2 V_{m2}^{(1)} \sin \frac{\pi y}{2\tau}$$

Factorul:

$$(92) k_s^{(1)} = \sin \frac{\pi y}{2\tau}$$

subunitar, se numește factor de scurtare. El joacă un rol analog cu



- fig. 52 -

factorul de repartizare (grupare) (80) intervenind ca factor de corecție datorită înlocuirii sumării aritmetice prin cea fazorislă.

Ținând seama de expresia (79), putem scrie (91) sub forma:

$$(93) \quad V^{(1)} = 2 k_s^{(1)} k_2^{(1)} \cdot \frac{2}{\pi} 2 W s i$$

Putem da acestei expresii a fundamentalei tensiunii magnetice o formă mai compactă. Pentru aceasta observăm:

1 - produsul celor doi factori de corecție subunitari se notează prîn:

$$(94) \quad k_w^{(1)} = k_s^{(1)} k_2^{(1)}$$

mărimpe pe care o vom numi factor de bobinaj (înfășurare) față de armonica fundamentală ;

2 - produsul

$$(95) \quad W = 2 p 2 W_s$$

reprezintă numărul total de conductoare din creștăturile bobinate ale înfășurării, egal cu numărul total de spire în serie al înfășurării W ;

Cu aceste observații expresia (93) devine:

$$(96) \quad V^{(1)} = \frac{2}{\pi} \frac{k_w^{(1)} W}{p} \cdot i$$

una din expresiile fundamentale din studiul mașinilor electrice. Produsul $k_w^{(1)} W$ se mai numește și "numărul echivalent de spire" al înfășurării, pe o pereche de poli. În adevăr, comparînd (96) cu armonica fundamentală (72) pentru o înfășurare cu bobine simple, și considerînd $p = 1$, se observă că produsul $k_w^{(1)} W$ joacă rolul lui w_s !!

La mașini de mare putere cu curenți puternici se execută înfășurări cu mai multe căi de curent în paralel, în număr de a, identice. Dacă notăm curentul printr-o cale cu i_a , formula (96) se va scrie:

$$(97) \quad V^{(1)} = a \left(\frac{2}{\pi} \frac{k_w^{(1)} W}{p} i_a \right) = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{k_w^{(1)} W}{p} (a i_a)$$

deci rămîne valabilă sub formă inițială, dacă prin i se înțelege curentul total la borne !

Dacă se adoptă ca axă de referință axe de simetrie a oricărui grup de bobine, expresia repartiției în întregul a fundamentalei tensiunii magnetice a unei înfășurări se va scrie:

$$(98) \quad V^{(1)}(x) = V^{(1)} \cos \frac{\pi x}{\tau}$$

sau în coordonate unghiulare:

$$(99) \quad V^{(1)}(\alpha) = V^{(1)} \cos p\alpha$$

Se observă imediat că folosind planul electric și noțiunea de fazor spațial, teorema proiecției (fig.43) rămâne valabilă pentru fazorul de amplitudine (96), de pe axa unică a înfășurării.

În ceea ce privește armonicile spațiale superioare ale înfășurării în dublu strat, se folosește aceeași compunere din fig.52, observând că decalajul lor spațial se modifică din cauză că numărul de poli ce corespunde armonicii de ordin (ν) este $p_\nu = \nu \cdot p$ (fig.53). Din acest motiv, decalajul spațial ε în raport cu fundamentalele din fig.52, apare ca decalaj $\nu \cdot \varepsilon$ în raport cu armonicile de ordin (ν). Urmind o cale analogă cu cea dată de expresiile (90) și (91) se obține pentru amplitudine:

$$(100) \quad V^{(\nu)} = 2 V_{m\tau}^{(\nu)} \sin \frac{\nu \pi \tau}{2\tau}$$

în care factorul de scurtare este:

$$(101) \quad k_s^{(\nu)} = \sin \frac{\nu \pi \tau}{2\tau}$$

Ținând seama de (86) și (95) (în care nu apare p_ν ci p) se ajunge la expresia:

$$(102) \quad V^{(\nu)} = \frac{1}{\nu} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \frac{k_w^{(\nu)} W}{p} i$$

a amplitudinii armonicii de ordin (ν), în care:

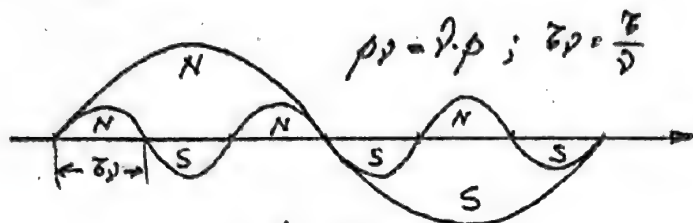
$$(103) \quad k_w^{(\nu)} = k_s^{(\nu)} \cdot k_g^{(\nu)}$$

cu expresiile (87) și (101). Expresia repartiției față de aceeași axă ca (98) este:

$$(104) \quad v^{(p)}(x) = \pm V \cdot \cos \frac{p\pi x}{\tau}$$

(+ p. p = 5, 9, 13 ...)

(- p. p = 3, 7, 11 ...)



-fig. 52-

Printr-o alegere potrivită a scurtării, respectiv a pasului y se pot reduce total unele armonici superioare, fără o reducere prea mare a fundamentalei.

Pentru aceasta este

suficient să anulăm $k_s^{(p)}$ pentru armonica dorită, păstrând în același timp o valoare a lui $k_s^{(1)}$ cât mai aproape de unitate:

$$(105) \quad \begin{cases} k_s^{(p)} = \sin \frac{p\pi y}{2\tau} = 0 \\ k_s^{(1)} = \sin \frac{\pi y}{2\tau} \approx 1 \end{cases}$$

De aci rezultă pasul raportat:

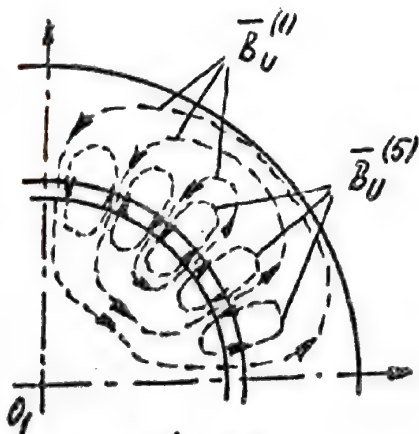
$$(106) \quad \frac{y}{\tau} = \frac{2k}{p}$$

în care întregul k se alege astfel ca (106) să fie cât mai apropiat de unitate.

De exemplu, pentru anularea completă a armonicii de ordin 5, rezultă:

$$y = \frac{4}{5}\tau = 0,8\tau$$

valoare în jurul căreia se situează pasul majorității înfășurărilor.



-fig. 53-

Efectele armonicilor spațiale superioare ale tensiunii magnetice se neglijează de obicei în studiul fenomenelor de bază din mașinile electrice, admitînd expresia (98), (99) drept expresia a tensiunii magnetice reale, cu amplitudinea (96). Cu toate acestea, prezența acestor armonici se face simțită în anumite fenomene, din care vom aminti aici creșterea fluxurilor de scăpări.

Dacă se consideră exemplul din fig.53 pentru o mașină cu 4 poli, în care se arată spectrul simplificat al liniilor de câmp pentru armonica fundamentală ($\vec{B}_u^{(1)}$) și pentru armonica a cincea ($\vec{B}_u^{(5)}$), se constată că liniile de câmp ale acestora din urmă se închid pe trasee în mare parte comune cu cele ale câmpurilor de scăpări (acest lucru devine evident dacă presupunem că avem un număr de creștături egal cu 5, pe pol). Deși sînt linii de câmp ce aparțin câmpului util, în teoria mașinilor electrice bazată pe aproximarea câmpului real prin prima armonică se consideră câmpurile produse de armonicile superioare drept câmpuri de scăpări (așa numitele scăpări diferețiale) care se adaugă celor 3 componente studiate la pct.2.2.3.

2.2.8. Cîmpul înfășurărilor monofazate.

Pînă acum am considerat cazul armăturilor fixe prevăzute cu înfășurări în care circulă curenții constanti. În mașinile electrice cel puțin una din armături se rotește, iar curenții variază în general în timp. De aceea începînd cu prezentul capitol vom studia cazuri mai generale, întîlnite des în funcționarea mașinilor.

Să considerăm o înfășurare în care de data aceasta curenții nu mai este constant, ci variază cosinusoidal în timp, fiind un curent alternativ de pulsație ω :

$$(107) \quad i = I_m \cdot \cos \omega t = I\sqrt{2} \cdot \cos \omega t$$

Cîmpul magnetic produs fiind proporțional cu curenții, va varia alternativ în timp, deci tensiunea magnetică în întrefier va fi o funcție de două variabile, poziția din întrefier x și timpul t . Dacă aproximăm tensiunea magnetică reală prin armonica spațială fundamentală și ținem seama de (96), (98) și (107), vom avea următoarea expresie:

$$(108) \quad v''(x, t) = V^{(1)} \cos \frac{\pi x}{\tau} \cdot \cos \omega t$$

în care am notat amplitudinea maximă în timp și spațiu cu:

$$(109) \quad V^{(1)} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{k_w'' W}{p} \cdot I$$

Notăția superioară cu doi indici servește la specificarea ordinelor armonice de timp și spațiu. Astfel, dacă se consideră armonică (ν) spațială și armonică (λ) de curent:

$$(110) \quad i^{(\lambda)} = I_{\lambda} \cdot \sqrt{2} \cdot \cos \lambda \omega t$$

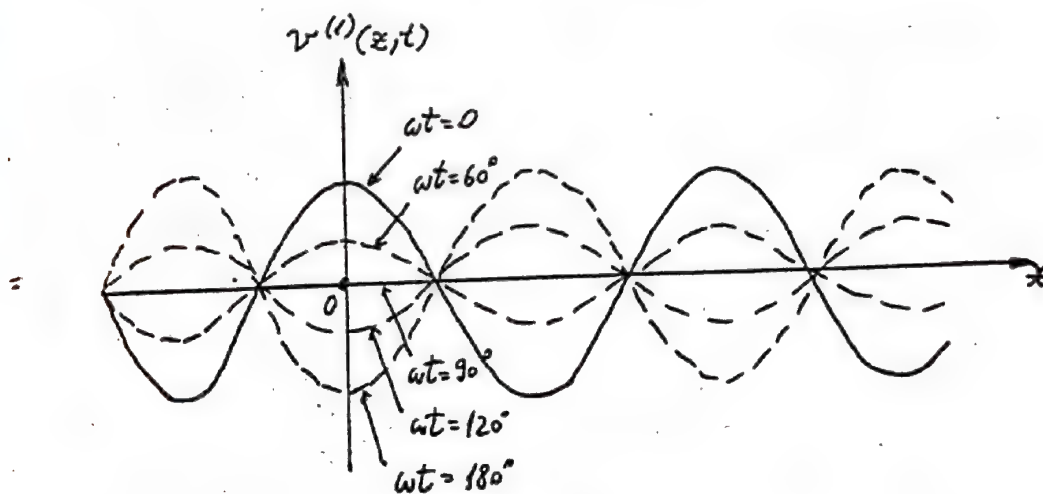
avem corespunzător:

$$(111) \quad v^{(\nu, \lambda)}(x, t) = V^{(\nu, \lambda)} \cdot \cos \frac{\nu \pi x}{\tau} \cdot \cos \lambda \omega t$$

în care:

$$(112) \quad V^{(\nu, \lambda)} = \frac{1}{\nu} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{k_w^{(\nu)} W}{p} \cdot I_{\lambda}$$

Să reprezentăm repartitia în spațiu (față de variabila x) dată de expresia (108), la diferite momente de timp, stabilite prin intermediul lui ωt , așa cum se arată în fig. 54.



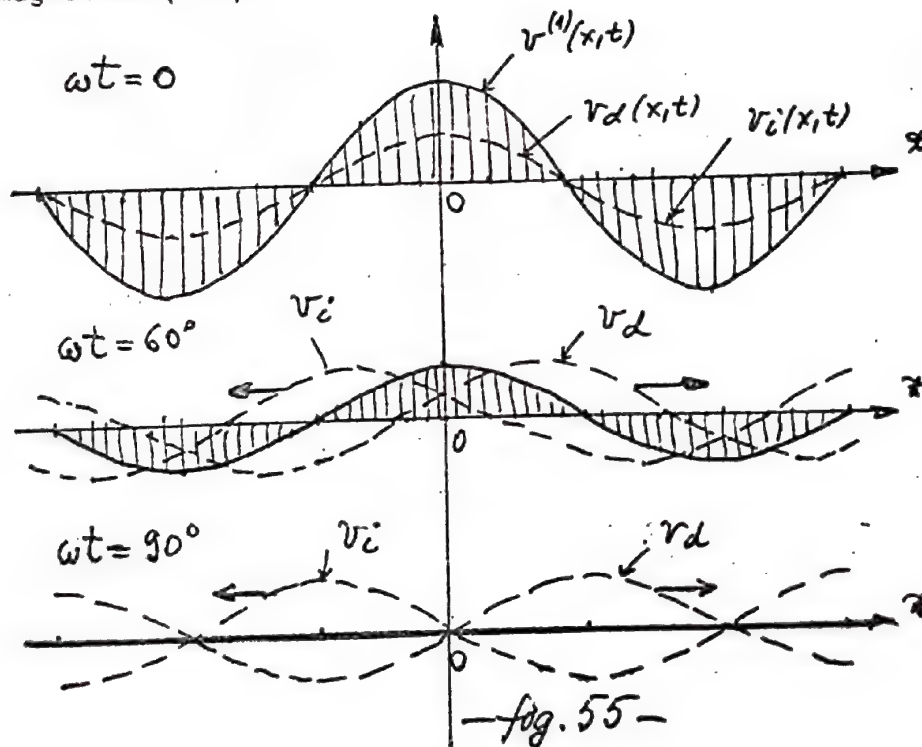
- fig. 54 -

Se observă că în interior apare un cîmp magnetic fix în spațiu (maximele cîmpului și punctele unde se anulează, sînt mereu în aceleași locuri) și alternativ în timp (valoarea și sensul cîmpului variază în timp, în mod periodic), care seamănă cu o undă staționară, avînd nodurile la mijlocul zonelor bobinate, iar ventrele în dreptul axelor de simetrie ale înfășurării. În cele ce urmează vom numi un astfel de cîmp, cîmp pulsatoriu.

Este evident că un astfel de cimp, la fel ca o undă staționară, se poate considera ca rezultat al suprapunerii a două unde ce se propagă în sensuri opuse. Pentru aceasta este suficient să transformăm produsul celor două funcții cosinus, obținind descompunerea:

$$(113) \quad v^{(1)}(x,t) = \underbrace{\frac{V_m^{(1)}}{2} \cos\left(\frac{\pi x}{\ell} - \omega t\right)}_{v_d(x,t)} + \underbrace{\frac{V_m^{(1)}}{2} \cos\left(\frac{\pi x}{\ell} + \omega t\right)}_{v_i(x,t)}$$

În fig. 55 se arată pozițiile acestor unde la momentele de timp $\omega t = 0, 60^\circ$ și 90° , precum și suma lor care reprezintă tensiunea magnetică (108).



Se observă că ambii termeni din (113) satisfac ecuația undelor:

$$(114) \quad \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \left(\frac{\omega}{\pi}\right)^2 \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}$$

în care după cum se știe coeficientul din membrul doi reprezintă viteza de propagare, adică:

$$(115) \quad v = \frac{\omega}{\pi} = 2f\ell$$

Din punct de vedere fizic, ea reprezintă viteza cu care ar trebui să se deplaseze un observator în lungul întrefierului, pentru ca "să vadă" în dreptul său o valoare constantă a tensiunii magnetice. În adevăr, dacă impunem:

$$(116) \quad \frac{\pi x}{\tau} \pm \omega t = \text{const.}$$

și dacă diferențiem această relație, rezultă:

$$(117) \quad \frac{\pi}{\tau} \cdot dx \pm \omega \cdot dt = 0$$

din care avem imediat viteza de propagare; cele două unde de tensiune magnetică au aceleași viteze, aceleași amplitudini (jumătate din cea inițială), dar sensuri contrare. Ele dau naștere în întrefier, la două cîmpuri magnetice învîrtitoare circulare (adică de amplitudini constante).

Dacă folosim coordonate unghiulare, expresia (108) trebuie scrisă:

$$(118) \quad v^{(1)}(\alpha, t) = V^{(1,1)} \cos \alpha \cdot \cos \omega t$$

iar descompunerea (113) se scrie:

$$(119) \quad v^{(1)}(\alpha, t) = \frac{V^{(1,1)}}{2} \cos(p\alpha - \omega t) + \frac{V_m^{(1,1)}}{2} \cos(p\alpha + \omega t)$$

Viteza unghiulară reală de deplasare a undelor rezultă fie din condiția:

$$(120) \quad p\alpha \pm \omega t = \text{const.}$$

prin diferențiere, fie din (115) în care se ține seama de relațiile:

$$(121) \quad v = \frac{D}{2} \Omega \quad \omega = 2\pi f \quad \tau = \frac{\pi D}{2p}$$

Rezultă:

$$(122) \quad \boxed{\Omega = \frac{\omega}{p}}$$

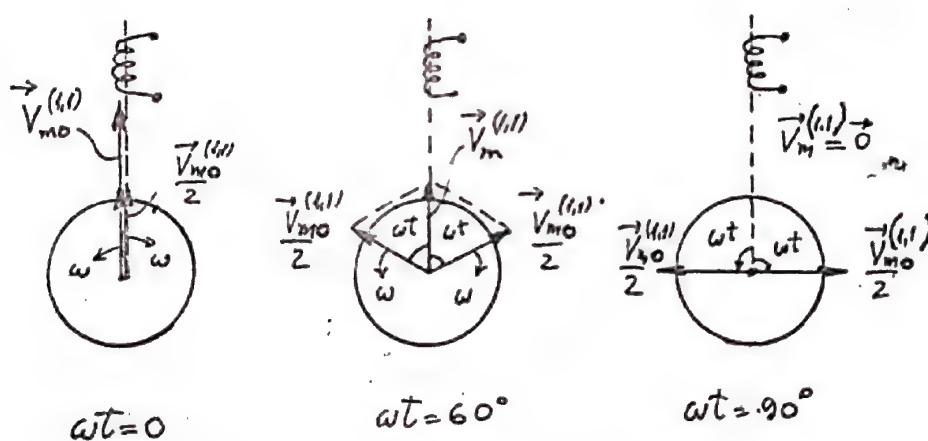
o formulă de asemenea fundamentală în teoria mașinilor electrice. Dacă se folosesc în loc de rad/s unitățile practice rot/min, se poate scrie pentru turație (viteza de rotație) n, formula:

$$(123) \quad \boxed{n = \frac{60f}{p}} \quad ; \quad f [Hz]$$

Putem extinde reprezentarea simbolică fazorială de la 2.2.6. și în cazul aceste. Expresiei (118) îi corespunde în planul electric al secțiunii mașinii un fazor spațial de amplitudine:

$$V_m^{(1)} = V^{(1)} \cos \omega t$$

variabilă în timp, situat pe axa înfășurării, deci de poziție fixă. În același timp, termenilor descompunerii din (119) li se poate face să corespundă fazori spațiali de amplitudini constante $\frac{1}{2} V^{(1)}$ care se rotesc cu vitezele ω în planul electric, în sensuri opuse, formind cu axa înfășurării la momentul t , unghiuri de ωt grade electrice. Fiecare undă învârtitoare se poate reprezenta deci prin fazor spațial rotitor. Pe această cale descompunerii (119) i se poate da o imagine fazorială reprezentată în fig. 56, pentru aceleași valori ale lui ωt ca în fig. 55.



-fig. 56-

Comparînd între ele cele două metode de compunere-descompunere din fig. 55 și 56, se observă imediat avantajul metodei fazoriale, mai comodă și intuitivă.

Rezumînd cele spuse, se constată că o înfășurare (monofazată) prin care trece curent alternativ sinusoidal, produce un cîmp pulsatoriu, echivalent cu două cîmpuri învîrtitoare circulare, opuse. Viteza de deplasare, depinde esențial de frecvența curentului.

Dacă presupunem că armătura cu înfășurarea considerată se rotește (de exemplu, cea rotorică) într-un sens, cu o viteză Ω_r , vitezele celor două cîmpuri învîrtitoare față de cealaltă armătură (statorică) nu vor mai fi egale. Aplicînd teorema compunerii vitezelor unghiulare, cele două viteze vor fi:

$$\begin{aligned} \Omega_d &= \Omega + \Omega_r \\ \Omega_i &= -\Omega + \Omega_r \end{aligned} \quad (124)$$

(a-a presupus rotirea armăturii în sensul cîmpului direct Ω_d , adică în sensul în care se consideră pozitive x și ω). În cazul particular cînd $\Omega_r = \Omega$, unul din cele două cîmpuri învîrtitoare (cel invers) devine fix (deci constant în timp) față de armătura fixă (statorul), deși continuă să apară în mișcare față de armătura în mișcare. Se observă deci, că în mașinile electrice la care totdeauna una din armături se află în mișcare, un același cîmp magnetic poate să apară în moduri foarte diferite, funcție de armătura în raport cu care se consideră punctele din întrefier.

2.2.9. Cîmpul înfășurărilor trifazate. Producerea cîmpurilor magnetice învîrtitoare pe cale electrică.

Înfășurările monofazate prezintă dezavantajele lăsării libere a unui număr anumit de creștături ale armăturii (dacă s-ar folosi și acestea sporul de tensiune magnetică d.p.v. al fundamentalei ar fi mic, iar forma de undă s-ar strica, căci din trapezoidală ar deveni triunghiulară), precum și imposibilitatea de a produce un cîmp magnetic învîrtitor unic, fără deplasarea armăturii.

Înfășurările polifazate nu au aceste dezavantaje, permițînd o mult mai bună folosire a spațiului și producerea simplă a unui singur cîmp magnetic învîrtitor. O înfășurare polifazată comportă un număr de m înfășurări monofazate identice, numite "fazele" mașinii (a nu se confunda cu noțiunea de fază d.p.v. al defazării) numărul m fiind numărul de faze al mașinii. Aceste m faze sînt plasate în creștăturile aceleiași armături, fiind decalate spațial în mod uniform la unghiuri electrice de $\frac{2\pi}{m}$ (excepție face doar înfășurarea bifazată la care decalarea este de $\frac{\pi}{2}$ grade electrice.)

Dacă se ține seama de faptul că o bobină ocupă două creștături, că un grup de bobine are q bobine, iar o înfășurare simplu strat are p grupuri de bobine, rezultă că numărul total de creștături al unei înfășurări m -fazate este:

$$(125) \quad Z = 2pmq$$

Din această formulă rezultă noua denumire a lui q , ca număr de creștături pe pol și fază pe care o vom folosi de acum înainte.

Principiile de realizare ale înfășurărilor polifazate rezultă cel mai clar prin considerarea unui exemplu concret. Vom considera o înfășurare trifazată ($m = 3$), care să producă un cîmp magnetic cu $2p = 4$ poli. Pentru a nu complica prea tare desenul înfășurării ne vom limita la $q = 2$.

Numărul total de creștături al armăturii este după (125):

$$Z = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24 \text{ creștături}$$

Distanțele la periferia armăturii în întrefier, le vom măsura în intervale de creștături, care reprezintă o unitate mai comodă în studiul înfășurărilor. Calculăm mai întâi pasul polar τ în intervale de creștături (i.c.):

$$\tau = \frac{Z}{2p} = \frac{24}{4} = 6 \text{ i.c.}$$

Alegem apoi pasul înfășurării, egal aproximativ cu 80% din pasul polar, din motivele expuse la pct. 2.2.7., pe care-l rotunjim la un număr întreg de i.c. Astfel:

$$y = 0,8 \cdot \tau = 0,8 \cdot 6 = 4,8 \text{ deci } y = 5 \text{ i.c.}$$

Determinăm în continuare decalajul spațial în i.c. dintre fazele înfășurării. Unghiul geometric, real, dintre două creștături vecine este:

$$\eta = \frac{2\pi}{Z} = \frac{360^\circ}{24} = 15^\circ$$

Unghiul electric care corespunde unui interval de creștătură este atunci:

$$\eta_e = p \cdot \eta = 2 \cdot 15^\circ = 30^\circ$$

Deoarece între două faze avem unghiul electric $\frac{2\pi}{m} = \frac{240^\circ}{3} = 120^\circ$ rezultă că decalajul între faze în i.c. va fi dat de relația:

$$\xi_e = \frac{Z}{p \cdot m} = \frac{120^\circ}{30^\circ} = 4 \text{ i.c.}$$

Pe baza datelor calculate se trece la realizarea înfășurării, repartizând laturile de bobine din creștăturile numerotate de la 1 la 24 pe faze. Acest lucru se face cel mai comod presupunând înfășurarea de tipul cu bobine egale și alcătuind un tabel de repartizare ca cel alăturat. Pentru repartizare vom pleca de la faza A, că-

Faza A		Faza B		Faza C	
I	II	I	II	I	II
1	6	5	10	9	14
13	18	17	22	21	2
2	7	6	11	10	15
14	19	18	23	22	3
20	1	24	5	4	9
8	13	12	17	16	21
19	24	23	4	3	8
7	12	11	16	15	20

reia fi repartizăm bobina 1-6 cu latura de ducere în stratul I și cea de întoarcere în stratul II. Pentru a respecta principiile de simetrie trifazată, imediat ce repartizăm o bobină unei faze, repartizăm bobine identice celorlalte faze, la decalajul necesar în i.c. dat de ξ_e , adică în cazul nostru 4 i.c. Observăm că distanța dintre cele două laturi ale bobinelor este egală cu pasul $y = 5$ i.c. Bobinele analoge lui 1-6

de pe celelalte faze sînt deci 5-10 și 9-14 după care peste 4 creștături revenim la o bobină a fazei A ș.a.m.d. pînă ce se încheie un parcurs al periferiei armăturii (primele două rînduri din tabel). În continuare, repartizăm fazei A bobina alăturată 2-7 și efectuăm al doilea parcurs de repartizare (următoarele două rînduri din tabel). Deoarece $q = 2$ și laturile superioare din creștăturile 1 și 2 au fost alocate, se trece la alocarea laturilor inferioare din creștăturile 1 și 24 (ultimele patru rînduri din tabel), necesare asigurării scurtării alese a pasului, de un i.c.

În fig. 57 de pe pagina următoare se arată aspectul înfășurării, bobinele celor trei faze fiind desenate diferit (faza A cu linie continuă, faza B cu linie-punct, iar faza C cu puncte-puncte). Deducînd din înfășurări se arată zonele ocupate de cele trei faze în ambele straturi ale înfășurării, care pun în evidență existența unor creștături parcurse de un același curent al unei faze și creștături parcurse de către doi curenți, ce aparțin unor faze diferite. Se mai observă că sensul în care se succed cele trei faze (de la stînga la dreapta pe fig. 57) este invers sensului în care se succed zonele bobinate ale fazelor !

În mod evident, înfășurarea din fig. 57 poate fi realizată și în alte variante (cu bobine concentrice).

Pe fig. 58 este reprezentată o secțiune transversală prin mașină, cu zonele bobinate, pe care este dusă axa de referință în raport

$$(127) \quad v_c^{(1)}(x,t) = V^{(1)} \cos \frac{\pi}{6} \left(x - \frac{4}{3} z \right) \cos \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right)$$

În continuare aplicăm descompunerea fiecărui termen din (127) în unde directe și inverse stabilite la pct.2.2.8. obținind:

$$v_A^{(1)} = \frac{V^{(1)}}{2} \cos \left(\frac{\pi x}{6} - \omega t \right) + \frac{V^{(1)}}{2} \cos \left(\frac{\pi x}{6} + \omega t \right)$$

$$(128) \quad v_B^{(1)} = \frac{V^{(1)}}{2} \cos \left(\frac{\pi x}{6} - \omega t \right) + \frac{V^{(1)}}{2} \cos \left(\frac{\pi x}{6} + \omega t - \frac{4\pi}{3} \right)$$

$$v_C^{(1)} = \frac{V^{(1)}}{2} \cos \left(\frac{\pi x}{6} - \omega t \right) + \frac{V^{(1)}}{2} \cos \left(\frac{\pi x}{6} + \omega t - \frac{8\pi}{3} \right)$$

Tensiunea magnetică fundamentală rezultantă se obține prin însumarea tuturor termenilor din (128); suma celor trei termeni defazați cu $\frac{4\pi}{3}$ fiind nulă, obținem:

$$(129) \quad v^{(1)} = v_A^{(1)} + v_B^{(1)} + v_C^{(1)} = \frac{3}{2} V^{(1)} \cos \left(\frac{\pi x}{6} - \omega t \right)$$

adică expresia unei unde învîrtitoare unice. Cîmpul magnetic corespunzător se poate determina din (42).

Să ne apropiem puțin asupra rezultatului obținut. Constatăm că o înfășurare trifazată în repaus, parcursă de un sistem trifazat de curenți simetric, produce în întrefier o undă învîrtitoare a tensiunii magnetice fundamentale, care are următoarele caracteristici:

1 - amplitudinea este constantă, egală cu $3/2$ din amplitudinea tensiunii magnetice a unei faze (în cazul general a m faze, este de $m/2$ ori mai mare !)

2 - viteza de deplasare în întrefier a undei este constantă și egală cu una din expresiile (115), (122), (123) ; un cîmp magnetic caracterizat de aceste două proprietăți (1) și (2) se numește cîmp magnetic învîrtitor circular.

3 - sensul de deplasare al undei în întrefier este sensul direct (al valorilor pozitive ale lui x), deci sensul succesiunii fazelor ; rezultă că orice schimbare a două legături la rețea între ele (schimbare a două faze) conduce la inversarea sensului de deplasare a undei.

4 - poziția în întrefier la un moment dat de timp a undei, dată prin coordonate punctului în care unda are amplitudine maximă (axă a cimpului) se obține din (129) prin anularea parantezei:

$$(130) \quad x = \frac{2\omega t}{\pi}$$

Dacă se consideră coordonate unghiulare, rezultă:

$$(131) \quad \alpha = \frac{2x}{D} = \frac{2\omega t}{\pi D} = \frac{2\left(\frac{\pi D}{2p}\right)\omega t}{\pi D} = \frac{\omega t}{p}$$

ceea ce în grade electrice înseamnă:

$$(132) \quad \alpha_e = p\alpha = \omega t$$

Rezultă că axa cimpului din întrefier coincide cu axa fazei în care curentul instantaneu are valoarea maximă (exemplu: pentru $\omega t = 0$ curentul este maxim în faza A iar unda are maximumul după (132) în $\alpha_e = 0$, deci axa fazei A; pentru $\omega t = \frac{2\pi}{3}$ curentul este maxim în faza B iar unda are maximumul după (132) în $\alpha_e = \frac{2\pi}{3}$ deci în axa fazei B etc..)

Ținând seama de (109) putem pune (129) sub formele echivalente:

$$(133) \quad \begin{cases} v^{(1)}(x,t) = V_m \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{\delta} - \omega t\right) \\ v^{(1)}(\alpha,t) = V_m \cos(p\alpha - \omega t) = V_m \cos(\alpha_e - \omega t) \end{cases}$$

în care amplitudinea este:

$$(134) \quad V_m = \frac{3}{2} \left(\frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{k_w'' W}{p} \right) I$$

Să vedem acum ce se întâmplă cu armonicile spațiale superioare. Dacă luăm în considerare armonica spațială de ordin (ν), cele trei faze vor produce în întrefier tensiunile magnetice:

$$(135) \quad v_A^{(\nu)}(x,t) = V^{(\nu)} \cos \frac{\nu \pi x}{\delta} \cdot \cos \omega t$$

$$V_B^{(\nu)}(x,t) = V^{(\nu,1)} \cos \frac{\nu\pi}{6} \left(x - \frac{2}{3}\tau\right) \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$(135) \quad V_C^{(\nu)}(x,t) = V^{(\nu,1)} \cos \frac{\nu\pi}{6} \left(x - \frac{4}{3}\tau\right) \cos \left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)$$

în care amplitudinea maximă în timp și spațiu este:

$$(136) \quad V^{(\nu,1)} = \frac{1}{\nu} \left(\frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{E_w^{(\nu)} W}{\rho} \right) I$$

unde s-a ținut seama de (102) și de faptul că $I_m = \sqrt{2} \cdot I$.

Dacă descompunem în unde directe și inverse (135) avem:

$$(137) \quad \begin{cases} V_A^{(\nu)} = \frac{V^{(\nu,1)}}{2} \cos \left(\frac{\nu\pi x}{6} + \omega t \right) + \frac{V^{(\nu,1)}}{2} \cos \left(\frac{\nu\pi x}{6} - \omega t \right) \\ V_B^{(\nu)} = \frac{V^{(\nu,1)}}{2} \cos \left(\frac{\nu\pi x}{6} + \omega t - (\nu+1)\frac{2\pi}{3} \right) + \frac{V^{(\nu,1)}}{2} \cos \left(\frac{\nu\pi x}{6} - \omega t - (\nu-1)\frac{2\pi}{3} \right) \\ V_C^{(\nu)} = \frac{V^{(\nu,1)}}{2} \cos \left(\frac{\nu\pi x}{6} + \omega t - (\nu+1)\frac{4\pi}{3} \right) + \frac{V^{(\nu,1)}}{2} \cos \left(\frac{\nu\pi x}{6} - \omega t - (\nu-1)\frac{4\pi}{3} \right) \end{cases}$$

Tensiunea magnetică rezultantă se obține prin însumarea tuturor termenilor din membrul drept. Să considerăm câteva valori concrete ale ordinului (ν):

Pentru $\nu = 3$: Se constată că avem două sume de cîte trei sinusoides defazate uniform, la cîte 120° , deci rezultă o tensiune magnetică nulă. Armonicile spațiale de ordin trei nu produc deci cîmp magnetic util învîrtitor, în cadrul înfășurării trifazate. Din acest motiv nu trebuie să urmărim anihilarea acestor armonici prin scurtarea pasului!

Pentru $\nu = 5$: În acest caz suma termenilor din membrul al doilea din (137) conduce la rezultatul:

$$(138) \quad V^{(5)} = \frac{3}{2} V^{(5,1)} \cos \left(\frac{5\pi x}{6} + \omega t \right)$$

deci în întrefier apare un cîmp magnetic învîrtitor în sens invers celui produs de armonicile spațiale fundamentale. Cîmpurile inverse produc pierderi importante în mașini, de aceea este bine să anihilăm armonicele a cîneas prin scurtarea pasului ($\gamma = 0,876$)

Pentru $\gamma = 7$: In acest caz se obține iar un cîmp învîrtitor direct :

$$(139) \quad v^{(7)} = \frac{3V^{(9,1)}}{2} \cdot \cos\left(\frac{7\pi x}{2} - \omega t\right)$$

Se constată că prezența armonicilor spațiale superioare conduce la apariția în întrefier a mai multor cîmpuri învîrtitoare unele în sens direct, altele în sens invers. Amplitudinile acestor cîmpuri scad cu creșterea ordinului (γ), iar vitezele de deplasare scad de asemenea, fiind date de :

$$(140) \quad v_\gamma = \frac{2\gamma f}{\gamma} \quad \Omega_\gamma = \frac{\omega}{\gamma \cdot p}$$

Dacă considerăm tensiunea electromotoare indusă prin mișcare de un cîmp magnetic învîrtitor într-un conductor fix din întrefier paralel cu axa de simetrie a mașinii, aceasta este dată de formula $e = b \cdot l \cdot v$ (în cel mai simplu caz al cîmpului uniform, conductor liniar, dublă ortogonalitate a conductorului față de cîmp și viteză). Cum amplitudinea și viteza cîmpului învîrtitor de ordin (γ) scad de γ ori față de fundamentală, înseamnă că aceeași armonică în t.e.m. va scădea de γ^2 ori, deci în procesul inducerii t.e.m. efectul armonicilor superioare scade foarte mult.

2.2.10. Corelația spațio-temporală.

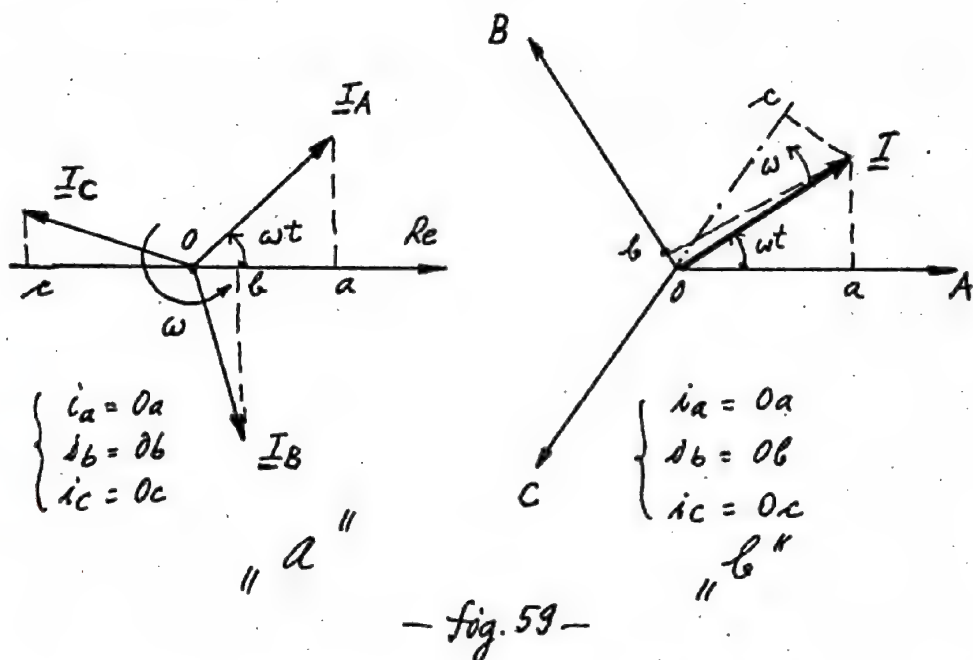
În mașinile electrice există o relație bine determinată între modul cum decurg fenomenele în timp în înfășurări și modul cum decurg fenomenele în spațiu în întrefier. În cazul în care curenții din înfășurări sînt sinusoidali cu simetrie trifazată, iar cîmpul din întrefier este de asemenea sinusoidal repartizat, această corelație este cea mai simplă și revine la o corespondență precisă între defazajul în timp al curenților și poziția din întrefier a unei învîrtitoare.

Pentru stabilirea acestei corelații vom face apel la reprezentarea prin fazor spațial rotitor în planul electric, a unei unde învîrtitoare a cîmpului magnetic, stabilită la pct. 2.2.8.

În prealabil reamintim reprezentarea prin fazori de timp a sistemului trifazat de curenți din (126), care se poate face în două variante :

A. Reprezentarea clasică cu trei faze \underline{I}_A , \underline{I}_B , \underline{I}_C la cîte 120 grade electrice, care se rotesc în sens trigonometric cu viteza unghiulară ω față de axa de proiecție (axa reală, în cazul folosirii numerelor complexe) (fig.59 a)

B. Reprezentarea modificată cu fazor unic trifazat \underline{I} , dar cu trei axe de proiecție, fiecare corespunzînd fenomenelor de pe o fază, dispuse în sens trigonometric (fig.59 b). Se constată că fazorul unic corespunde fazorului clasic \underline{I}_A , iar sensul axelor de proiecție este invers sensului de succesiune al fazorilor clasici (a se compara a cu b în fig.59)



Pentru mașini electrice variante a doua, cu fazor trifazat unic și cu trei axe de proiecție la 120 grade electrice pentru cele trei faze, prezintă mai mult interes, datorită asemănării cu situația din planul electric al secțiunii mașinii, în care avem la mașini trifazate tot trei axe la 120 grade electrice, care reprezintă cele trei axe ale celor trei faze.

Pentru a stabili corelația spațio-temporală vom considera planul electric al secțiunii mașinii văzut din aceea parte a mașinii (din față, sau din spate) din care cele trei axe ale celor trei faze A, B, C, se succed în sens trigonometric la periferia armăturii bobinate.

Vom suprapune peste acest plan, reprezentarea din fig.59 b,

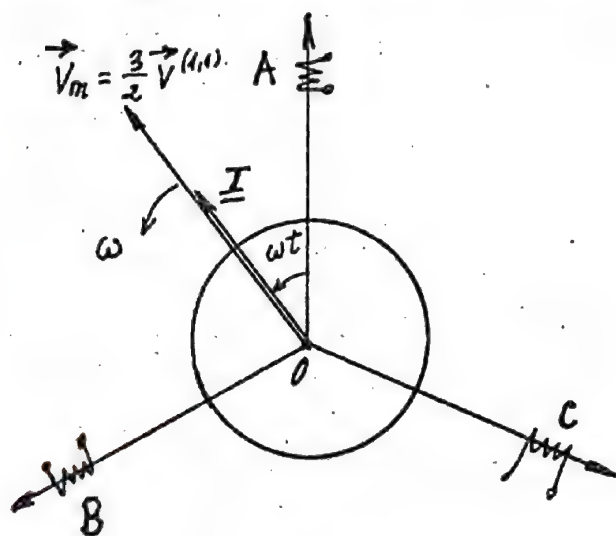
astfel încât cele trei axe de proiecție A,B,C, să coincidă cu cele trei axe ale fazelor A,B,C din planul electric.

Prin această suprapunere imaginară, una și aceeași axă admite două interpretări diferite:

- ca axă de simetrie unică a fazei corespunzătoare în planul electric al secțiunii mașinii
- ca axă de proiecție pentru determinarea valorii instantanee a curentului prin faza corespunzătoare ($i_a = Oa = \text{Pr } \underline{I}_{OA}$)

Tensiunea magnetică învîrtitoare rezultantă, de armonică spațială fundamentală (129), se reprezintă în planul electric prin fazorul spațial \underline{V}_m de amplitudine constantă dată de (134), care face cu axa fazei A unghiul electric dat de (132), în sensul succesiunii fazelor, adică în sens trigonometric (fig.60).

Se observă că fazorul unic trifazat face același unghi cu axa OA în timp, rotindu-se cu aceeași viteză și în același sens cu \underline{V}_m . Prin suprapunerea imaginară a celor două plane în modul arătat mai sus, se realizează o corespondență perfectă (prin suprapunere) a celor doi fazori, unul spațial altul temporal.



- fig. 60 -

Unei poziții anumite a fazorului de timp \underline{I} , ceea ce corespunde unui moment de timp bine determinat, îi va corespunde o poziție bine determinată în întrefier a unei învîrtitoare, dată de poziția în planul electric a fazorului spațial suprapus celui de timp.

Cele spuse la observația 4 pct.2.2.9. pag.65 cu privire la coincidența axei cîmpului cu axa fazei în care curentul este maxim,

devin în urma celor stabilite fapte evidente.

Prin stabilirea acestei corelații, rotația în timp a fazorului curentului electric și rotația în spațiu a fazorului spațial al unei învîrtitoare devin două fenomene suprapuse, sincrone. Fazorii corespunzători devin izomorfi și operațiile de compunere și descompunere a fazorilor spațiali, se reflectă corespunzător în operații ana-

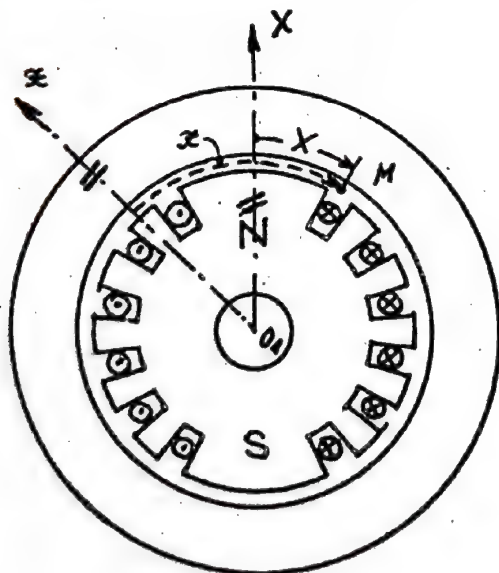
loge între fazorii de timp.

În urma stabilirii corelației spațio-temporale, decalajelor spațiale măsurate în grade electrice le corespund defazaaje identice, în timp.

Deoarece amplitudinea fazorului spațial \vec{V}_m este constantă, iar viteza de rotație de asemenea, extremitatea sa descrie în rotația continuă, un cerc, ceea ce explică denumirea de cîmp învîrtitor circular.

2.2.11. Producerea cîmpurilor magnetice învîrtitoare pe cale mecanică.

La cap.2.2.9. am arătat cum se poate produce în întrefierul celor două armături fixe un cîmp magnetic învîrtitor, cu ajutorul unei înfășurări trifazate simetrice alimentată cu un sistem trifazat simetric de curenți. În cele ce urmează, vom arăta cum se poate produce un cîmp magnetic învîrtitor pe altă cale și anume prin rotația uniformă a armăturii rotorice, cu înfășurare monofazată parcursă de curent continuu (fig.61) I_0 .



-fig.61-

Cît timp am considerat ambele armături fixe, sistemul de coordonate necesar pentru determinarea poziției din întrefier a unui punct curent M folosit pînă acum, convenea în același mod ambelor armături.

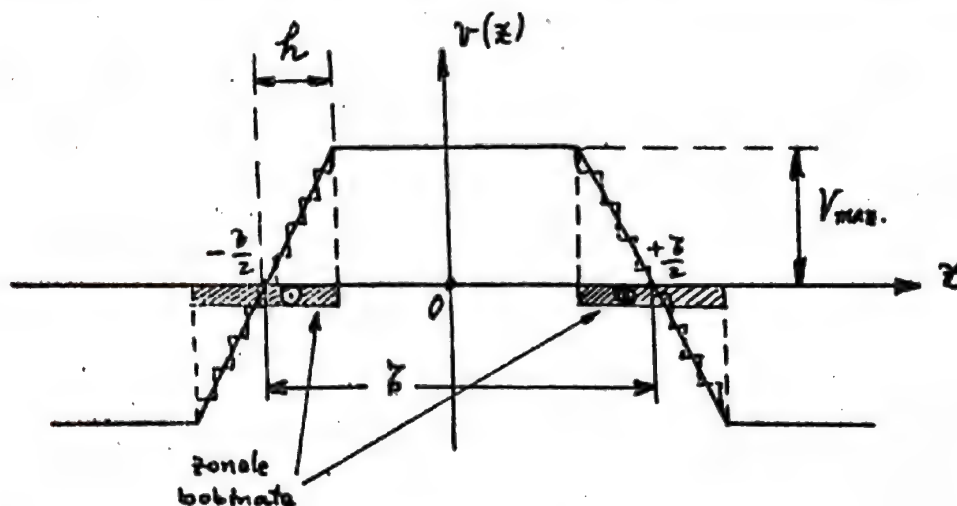
Considerarea uneia din armături în mișcare, impune folosirea a două sisteme de coordonate:

a) Sistemul fix, legat de armătura în repaus (axa de referință O_1x legată de stator în fig.61, față de care se măsoară distanța x a punctului M din întrefier)

b) Sistemul mobîl, legat de armătura în mişcare (axa de referinţă O_1X legată de rotor în fig.61, în raport cu care acelaşi punct M din întrefier are coordonata x)

Înfăşurarea de pe rotor este o înfăşurare simplu strat parcursă de curent continuu, unică (monofazată în sensul că $m = 1$). Cazul din fig.61 este tipic pentru rotorul maşinilor sincrone de mare viteză, numite turbogeneratoare, avînd $2p = 2$ sau $2p = 4$. Varianta constructivă corespunzătoare este cunoscută sub denumirea de rotor cu poai înecaţi. Zonele bobinate ocupă la periferia rotorului cam $\frac{2}{3} \tau$ restul de $\frac{1}{3} \tau$ fiind netede (lipsite de creştături), sau prevăzute cu creştături de dimensiuni mai mici, nebobinate. Acest lucru rezultă pe cale teoretică în modul următor:

Dacă se presupune că numărul de creştături în zonele bobinate este foarte mare, curba în trepte a tensiunii magnetice poate fi aproximată cu distribuţia trapezoidală din fig.62. Desvoltarea în se-



-fig.62-

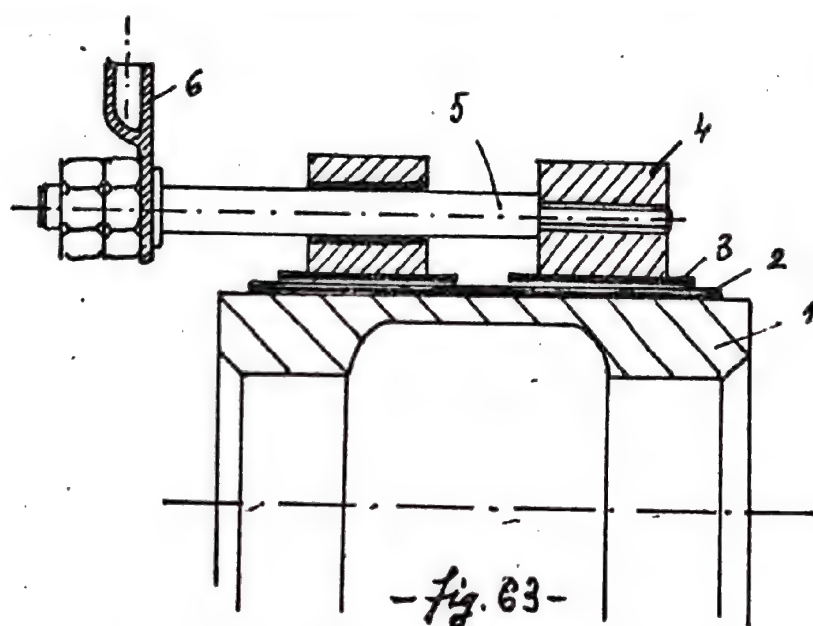
rie Fourier conduce la expresia următoare a tensiunii magnetice:

$$(141) \quad v(x) = \frac{4}{\pi^2} \cdot \left(\frac{\tau}{h} \right) \cdot V_{max} \left\{ \sin \frac{\pi h}{\tau} \cdot \cos \frac{\pi x}{\tau} - \frac{1}{3^2} \sin \frac{3\pi h}{\tau} \cos \frac{3\pi x}{\tau} + \frac{1}{5^2} \sin \frac{5\pi h}{\tau} \cos \frac{5\pi x}{\tau} - \frac{1}{7^2} \sin \frac{7\pi h}{\tau} \cos \frac{7\pi x}{\tau} \dots \right\}$$

Se vede din expresia (141) că dacă se alege h egal cu $\frac{7}{6}$ atunci dispăre armonica a treia spațială, iar armonicile de ordin 5 și 7 sînt de 4%, respectiv 2% din armonica fundamentală. Pentru orice altă valoare a lui h conținutul de armonici este mai mare și deci curba se abate mai mult de la forma sinusoidală.

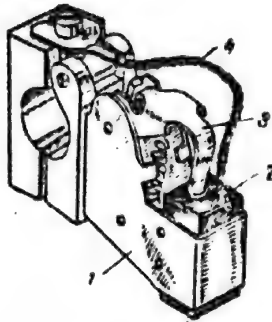
O problemă tehnică importantă ce trebuie rezolvată pentru alimentarea cu curent electric a înfășurării de pe armătura în mișcare, este problema contactului alunecător. Pentru aceasta se folosesc siste-

mul cu inele de contact și perii. Pe arborile rotorice se dispune o bucășă (butuc) de fontă ca cel din fig. 63 alăturată pe care se pune prin presare la cald un sistem de inele din fontă, bronz sau din oțel 4, izo-

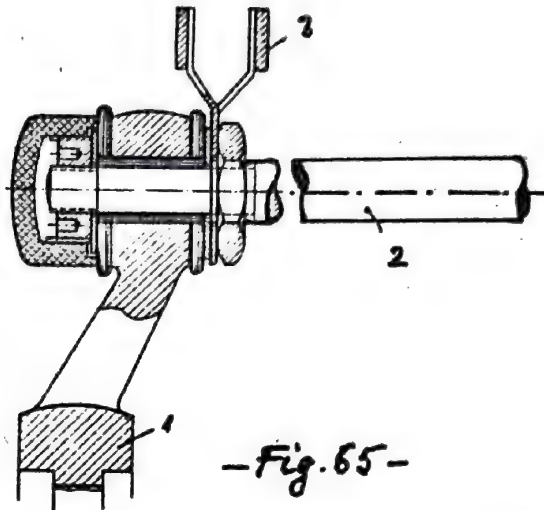


late printr-un cilindru de micanită 2 și două inele de armare 3.

Legăturile electrice de la înfășurare la cele două inele de contact, se realizează prin tije de contact 5 de care sînt fixați papuci de cablu 6, la care se aduc capetele înfășurării ce urmează să fi lipite sau sudate. Pe aceste inele de contact circulare, în mișcare, calcă un sistem de perii fixe în raport cu statorul. Periile sînt realizate dintr-un amestec de cărbune-grafit sau metal-cărbune și sînt menținute în poziția dorită (radială sau înclinată) de un sistem port-perie ca cel din fig. 64 care realizează funcția de ghidare (1 pe fig. 64) și de apăsare a periei pe suprafața inelului (3 pe fig. 64). Port periile sînt montate pe tija 2 (fig. 65) a sistemului de menținere într-o poziție fixă față de stator a întregii construcții. Prin papucii de cablu 3 și conductoare flexibile adecvate, legăturile electrice sînt aduse la bornele rotorice de pe carcasa statorului.



-Fig. 64-



-Fig. 65-

Pentru asigurarea unui bun contact electric, o parte a suprafeței periei este metalizată, în zona respectivă fiind prins prin nituire un căpșel metalic, de care se prinde prin lipire un sistem de conductoare răsucite pentru o mai mare flexibilitate (4 pe fig. 64), care conduce curentul electric direct la piesele de fixare pe tițe.

Să considerăm acum expresia tensiunii magnetice fundamentale în sistemul de coordonate mobil, în raport cu axa O_1X , care este și axă de simetrie a rotorului:

$$(142) \quad v''(x) = V^{(1)} \cos \frac{\pi x}{\delta}$$

în care:

$$(143) \quad V^{(1)} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{k_w'' W}{p} \cdot I_0$$

Să presupunem apoi, că rotorul se mișcă cu viteză uniformă în sensul pozitiv al creșterii coordonatei x (sensul orar). Fie legea de mișcare a rotorului:

$$(144) \quad x = v \cdot t + X$$

scrie în ipoteză că la $t = 0$ cele două axe coincid.

Înlocuind expresia lui x din (144) în (142), se vede imediat că față de sistemul de coordonate fix, tensiunea magnetică apare ca funcție de spațiu, dar și de timp. Cîmpul magnetic corespunzător care este constant în sistemul de coordonate legat de rotor, deoarece curentu

tul este continuu, apare în celălalt sistem legat de stator ca un cîmp magnetic învîrtitor circular anume:

$$(145) \quad V^{(1)}(x, t) = V^{(1)} \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{\tau} - \omega t\right)$$

deoarece:

$$(146) \quad \frac{\pi x}{\tau} = \frac{\pi}{\tau}(x - v \cdot t) = \frac{\pi x}{\tau} - \frac{\pi v t}{\tau}$$

și avem:

$$(147) \quad \frac{\pi v t}{\tau} = \frac{\pi \left(\frac{D}{2} \Omega\right) t}{\pi D} 2p = (p \Omega) t = \omega t$$

Din motive evidente, sensul rotației cîmpului învîrtitor coincide cu sensul rotației rotorului, iar viteza undei învîrtitoare este de asemenea egală cu cea a rotorului.

Producerea cîmpului magnetic învîrtitor prin rotația uniformă a armăturii cu înfășurarea parcursă de curent continuu (se mai numește și înfășurare de excitație), sau a unei armături prevăzută cu magneți permanenți, se numește producere a cîmpului învîrtitor pe cale mecanică, pentru a o deosebi de cea de la pct. 2.2.9 și pentru a pune în evidență esența fizică a fenomenului.

Între cele două metode fundamentale de producere a cîmpurilor magnetice învîrtitoare există asemănări și deosebiri care este bine să fie evidențiate. Astfel:

1 - Din punctul de vedere al armonicii fundamentale, în condiții de amplitudine, număr de poli, viteză și sens identice, cîmpul magnetic produs în întrefier este același. Un observator situat pe cealaltă armătură nu poate face deosebire între cele două moduri de producere a cîmpului învîrtitor.

2 - La producerea cîmpului învîrtitor pe cale mecanică viteza cîmpului este cea a armăturii cu înfășurarea de excitație (rotorică) deci poate fi măsurată pe cale mecanică (cu un tahometru). La producerea cîmpului învîrtitor pe cale electrică acest lucru nu este posibil. Viteza de deplasare a cîmpului poate fi numai calculată pe baza expresiilor (115), (122) sau (123), cunoscînd mărimile respective.

3 - Din punctul de vedere al armoniilor spațiale de ordin superior, în cazul producerii pe cale mecanică este clar că toate armonicile se vor deplasa cu aceeași viteză ca fundamentală. În cazul pro-

ducerii pe cale electrică, am văzut că viteza armonicilor superioare spațiale este mai mică decât cea a fundamentalei (formula (140)).

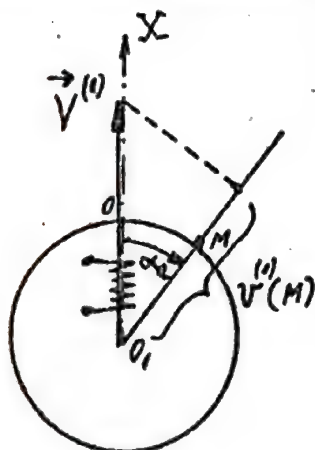
Din acest motiv, efectele armonicilor spațiale superioare în fenomenul de inducere a t.e.m. sînt mai importante la producerea pe cale mecanică a cîmpurilor învîrtitoare, fapt ce impune condiții mai riguroase asupra formei curbei de repartiție a tensiunii magnetice produse de înfășurările de excitație, de tipul celei studiate la acest capitol. Acest lucru se poate realiza cu înfășurări simplu strat, cu număr variabil de conductoare în creștături, care depășesc cadrul prezentului curs.

4 - Pulsația ω introdusă în (147) pentru a căpăta o formă (145) asemănătoare cu (129), este în acest caz o mărime fictivă, de calcul. În cazul producerii pe cale electrică a cîmpului învîrtitor această mărime are semnificație fizică, fiind pulsația curenților alternativi trifazați.

5 - Se poate folosi și în acest caz noțiunea de fazor spațial introdusă anterior. Dacă se consideră planul electric legat de rotor, expresia (142) scrisă în coordonate unghiulare este:

$$(148) \quad v^{(1)} = V^{(1)} \cos p\alpha = V^{(1)} \cos \alpha_e$$

și se poate obține prin teorema proiecției fazorului spațial de pe axa înfășurării de excitație, pe axa din dreptul punctului M considerat față de sistemul de coordonate mobil (fig. 66). În acest caz fazorul este fix (întotdeauna pe axul înfășurării de excitație O_1X).



- fig. 66 -

Dacă se consideră însă planul electric legat de stator, expresiei (145) îi va corespunde un fazor spațial rotitor cu viteza unghiulară electrică ω dată de relația (147):

$$(149) \quad \omega = p\Omega$$

La $t = 0$ poziția acestui fazor rotitor coincide cu axa O_1x din planul electric. La un moment oarecare t , fazorul este rotit la unghiul electric ωt în sensul corespunzător. Este foarte important faptul că în ambele situații

avem de a face cu unul și același fazor, care apare însă fix sau rotitor, funcție de sistemul de coordonate, respectiv funcție de planul elec-

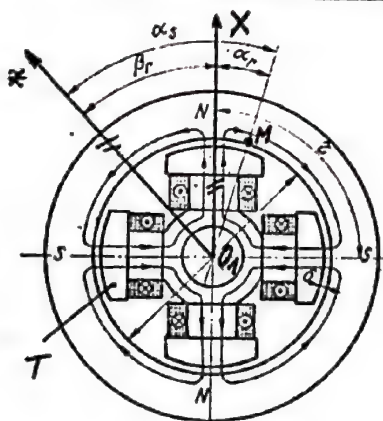
tric considerat (al rotorului, sau al statorului)

Din motivele expuse la stabilirea corelației spațio-temporale, vom considera sensul de rotație trigonometric ca sens al succesiunii fazelor și al rotației rotorului.

2.3. Cîmpul magnetic la mașini cu întrefier variabil.

2.3.1. Cîmpul armăturii cu poli aparenti (ieșiți).

Un cîmp magnetic fix, sau invirtitor, analog celui considerat la par. 2.2.11. fig. 61, se poate realiza și în altă variantă constructiv-tehnologică, la care de data aceasta întrefierul nu mai este constant, ci variabil în mod periodic. Pentru cazul $2p = 4$, se prezintă în fig. 67 armătura rotorică cu poli aparenti, sau cum i se mai

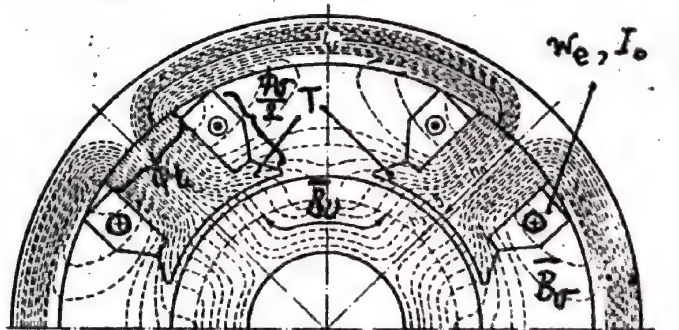


- fig. 67 -

spune în limbajul uzual "roata polară". Această variantă de producere a cîmpului magnetic este tipică pentru mașinile sincrone de viteze medii și mici (cum ar fi de exemplu hidrogeneratoarele) și pentru mașinile de curent continuu unde însă se practică execuția inversă (polii aparenti se realizează pe armătura statorică, fixă, ca în fig. 68).

Înfășurările care produc cîmpul magnetic cu ajutorul curentului continuu (înfășurări de excitație) sînt de

data aceasta înfășurări concentrate de tip bobină unică (ca la un transformator), realizate pe carcuse izolante dispuse în jurul polilor aparenti. Pentru a menține bobinele în poziția necesară și a împiedica deplasarea lor în lungul polilor, se prevăd tălpile polare notate cu **T** pe figurile 67 și 68. Realizarea formei dorite a polilor se obține cel mai ușor prin pachete de tole suprapuse, stanțate din tablă de oțel electrotehnic. Pachetele se ri-



- fig. 68 -

gidizează prin prindere cu şuruburi, sau nituri (la puteri mici) iar polii împreună cu carcasele bobinate se prind cu şuruburi, cu sistem coadă de rândunică, sau coadă de ciocan, într-o obadă cu spiţe, sau direct pe arborele rotorului.

În comparaţie cu cazul armăturii cu poli înecaţi din fig.61, această execuţie este mai simplă şi mai ieftină, dar are dezavantajul că nu merge la viteze de rotaţie ridicate, din cauza rezistenţei mecanice slabe faţă de forţele centrifuge.

Întrefierul variază periodic, în limite largi. Sub tălpile polare π este mic, iar în afara acestora are valori mari. La maşinile de curent continuu întrefierul sub tălpile polare este constant, sau aproape constant, în timp ce la maşinile sincrone variază în general după o curbă anumită, având valoarea cea mai mică în dreptul axului de simetrie al polului. Acest lucru se datoreşte cerinţei fundamentale (pag.19) de a realiza o distribuţie spaţială sinusoidală a inducţiei magnetice în lungul întrefierului, foarte importantă la maşinile sincrone şi mai puţin importantă la cele de curent continuu.

Spre deosebire de cazul maşinilor cu întrefier constant la care distribuţia spaţială a cîmpului magnetic în întrefier este dată în funcţie de o singură coordonată şi este aceeaşi ca formă pentru toate cele trei mărimi: tensiune magnetică, cîmp magnetic şi inducţie magnetică, la maşinile cu întrefier variabil aceste rezultate nu mai sînt valabile.

Din aceste motive este necesară o teorie specială a producerii cîmpului magnetic în aceste cazuri.

Dintre ipotezele fundamentale considerate la cap.2.2.1. unele vor rămîne neschimbate, dar altele vor trebui modificate. Astfel:

1. Configuraţia circuitului magnetic (fig.13), este simetrică d.p.v.geometric, dar simetria nu mai este de tip cilindric concentric, ci o simetrie dublă faţă de cele două plane (d) şi (q) (cap. 2.1.)

2. Caracterul de cîmp plan-paralel rămîne valabil

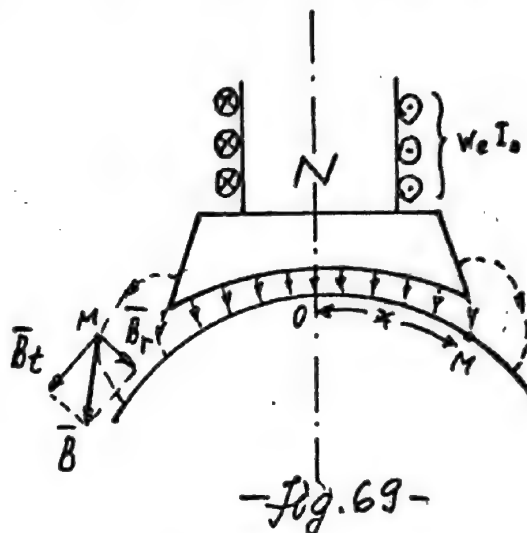
3. Ipoteza cu privire la materialul feromagnetic rămîne valabilă.

4. Existenţa creştăturilor (de data aceasta numai pe cealaltă armătură, cum este statorul în fig.67, sau rotorul în fig.68) se poate lua în consideraţie prin factorul Carter, la fel ca la cap.2.2.1. înlocuind armătura crestată cu alta netedă.

Caracterul cîmpului magnetic produs de armătura cu poli aparenti este complex, liniile de cîmp avînd forme mai complicate, aşa cum se arată în fig.68 pentru cazul execuţiei inversate. Liniile de

cîmp au direcții radiale și sînt rectilinii doar în axele polilor din întrefier, în rest fiind linii curbe. Rezultă că inducția magnetică \vec{B} din întrefier are în general ambele componente: cea radială \vec{B}_r și cea tangențială \vec{B}_t (fig.69).

Problema fundamentală a producerii cîmpului magnetic, este în acest caz, realizarea la suprafața armăturii celeilalte a unei repartiții spațiale sinusoidale a componentei radiale a inducției magnetice, care în cazul permeabilității magnetice infinite este perpendiculară pe suprafața armăturii. Dacă alegem ca axă de referință pentru determinarea poziției unui punct M de pe armătura cilindrică, axa de simetrie a unui pol, trebuie ca să realizăm



o curbă de variație a acestei componente radiale cu coordonata x (fig.69), sau α_r (fig.67), de forma:

$$(150) \quad b_r(x) = B_m \cdot \cos \frac{\pi x}{\tau} ; \quad b_r(\alpha_r) = B_m \cos p \alpha_r$$

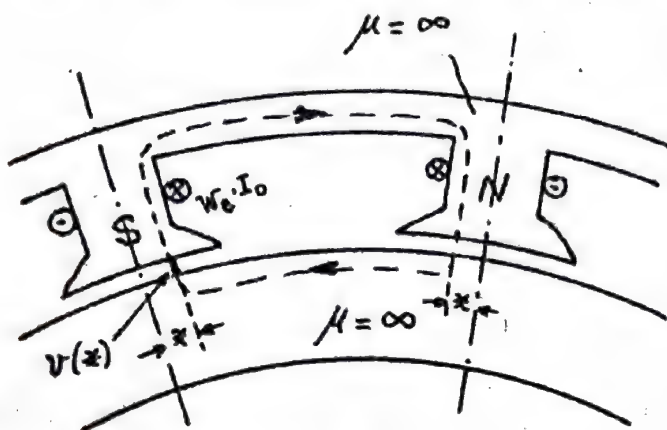
Această repartiție spațială nu ar putea fi asigurată dacă sub talpa polară întrefierul ar fi constant. În adevăr, dacă se consideră linia de cîmp din fig.70, ce aparține cîmpului util, și se aplică teorema lui Ampère ținînd seama de valoarea infinită a lui μ în cele două armături, se obține că tensiunea magnetică a cîmpului util dintre cele două armături este constantă (cele două suprafețe de fier ce limitează liniile de cîmp în întrefier sînt echipotențiale magnetice):

$$(151) \quad \mathcal{V}(x) = \frac{2 w_e I_o}{2} = w_e I_o = \mathcal{V}_0$$

Dacă întrefierul sub poli este constant, cele două suprafețe ale armăturilor sînt concentrice și deci liniile de cîmp trebuie să fie radiale și paralele (cu o foarte bună aproximație dacă întrefierul este foarte mic), ceea ce corespunde unui cîmp magnetic uniform, deci constant.

Pentru a realiza variația dorită (150) este necesar ca valoarea întrefierului (grosimea sa) să varieze după o anumită curbă, fiind mi-

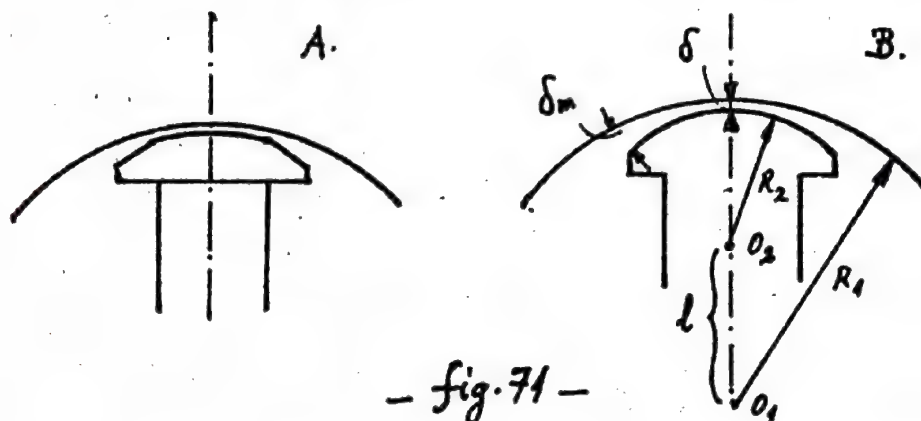
nia în axa polului și maxim sub muchia laterală a acestuia.



- fig. 70 -

Din motive tehnologice această curbă nu poate fi respectată pe întregul pas polar τ , în afara tălpilor polare întrefierul crescând brusc, deci abătându-se evident de la legea de variație necesară. Determinarea exactă a profilului curbei de variație a tălpilor polare este o problemă ce depășește cadrul acestui curs, fiind obiectul lucrărilor de spe-

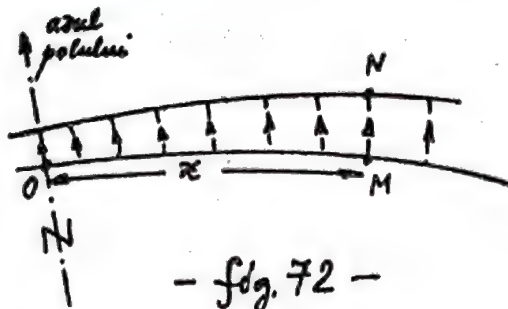
cialitate strictă. Practic din cauze perturbației produse de terminarea bruscă a tălpilor polare nici nu este necesară respectarea exactă a unui astfel de profil. De cele mai multe ori se procedează ca în fig. 71, fie tăind tăpile polare în zona muchiilor, (A),



- fig. 71 -

fie executând talpa polară cu o altă rază de curbură, (B), astfel ca întrefierul maxim δ_m la margine să fie de 1,5 ori mai mare ca cel minim δ din axul polului.

Dacă grosimea întrefierului sub tălpi este suficient de mică, putem pune tensiunea magnetică sub o formă asemănătoare cu (41), considerând că valoarea intensității cîmpului magnetic din întrefier rămîne aceeași în lungul liniei de cîmp. În acest caz (fig. 72) avem relația:



- fig. 72 -

$$(152) \quad v(x) = \int_M^N \bar{H} d\bar{l} \approx h(x) \delta'(x) = h(x) \cdot K_C \cdot \delta(x)$$

in care K_C este factorul Carter, iar $\delta(x)$ este valoarea intrefierului variabil, in dreptul punctului $M(x)$ considerat, măsurată pe linia de cîmp respectivă.

Inducția magnetică rezultă in acest caz:

$$(153) \quad b(x) = \mu_0 h(x) = \mu_0 \cdot \frac{v(x)}{K_C \cdot \delta(x)} = \mu_0 \frac{W_e I_0}{K_C \delta(x)}$$

Se vede imediat că prezența funcției $\delta(x)$ de la numitor, face ca cele trei mărimi să nu mai aibă aceeași formă a curbei de variație in lungul intrefierului, ca in cazul mașinilor cu intrefier uniform (constant). De data aceasta numai $b(x)$ și $h(x)$ au aceeași formă, tensiunea magnetică avînd o altă curbă de variație cu x .

In cazul in care se ține seama de permeabilitatea finită a materialului feromagnetic, ca și in cazul considerării saturației magnetice, se introduce in plus coeficientul de saturație K_S definit la cap. 2.2.5. Rezultă atunci:

$$(154) \quad b(x) = \mu_0 \cdot h(x) = \mu_0 \cdot \frac{v(x)}{K_C \cdot \delta(x)} = \mu_0 \cdot \frac{W_e I_0}{K_S K_C \delta(x)}$$

Observații: 1 - datorită variației intrefierului problema definirii și calculului factorului Carter se complică față de cazul mașinilor cu intrefier constant; in formule se consideră o valoare medie definită pe baza condiției de permeanță magnetică identică pe pas polar, față de axa unui pol ca axă a cîmpului.

2 - in cazul considerării saturației magnetice, coeficientul K_S variază cu curentul de excitație, astfel că proporționalitatea dintre inducție și curent din (154) este numai o aparență.

3 - din expresia (153) rezultă cele două moduri de producere a cîmpului magnetic repartizat spațial sinusoidal:

a) dacă intrefierul este constant, singura posibilitate de a realize variația dorită pentru $b(x)$, este variația corespunzătoare a tensiunii magnetice, ceea ce se realizează cu înfășurările repartizate in creștături studiate la cap. 2.2.

b) dacă tensiunea magnetică $V(x)$ este constantă (cazul considerat la acest capitol), singura posibilitate de realizare a variației sinusoidale spațiale a inducției rămâne variația periodică a grosimii întrefierului. Pentru a realiza distribuția (150) este necesară o variație a întrefierului de tipul:

$$(155) \quad \delta(x) = \frac{\delta}{\cos \frac{\pi x}{\tau}}$$

în care δ este întrefierul minim din axa unui pol. Este evident că o asemenea lege de variație nu poate fi riguros realizată, căci ar trebui ca în axele neutre (q) să avem $\delta(\frac{\tau}{2}) = \infty$.

4 - considerațiile referitoare la cîmpul magnetic, făcute pînă acum, privesc cîmpul magnetic util și în special repartitia spațială a componentei radiale (normale) în întrefier, la suprafața armăturii cu profil perfect cilindric (excepție făcînd bineînțeles creștăturile) și care se numește de regulă armătura indusului, spre deosebire de armătura cu polii aparenti, denumită armătura inductorului.

În afara acestui cîmp magnetic util, există și cîmpul magnetic de scăpări (sau de dispersie), ale cărui linii de cîmp tipice sînt arătate pe fig. 68 și notate cu \overline{B}_g . Aceste linii de cîmp nu se înlanțuiesc cu rotorul (armătura indusă pe fig. 68), închizîndu-se în afara acestuia, prin zone cu spații largi de aer (între polii vecini și între poli și jugul circuitului magnetic). Ca urmare a existenței cîmpului de scăpări, o parte din fluxul magnetic fascicular total (Φ_t pe fig. 68) străbate jugurile rotorului, iar altă parte de valoare mult mai mică (notată cu ϕ_g pe fig. 68) se înlanțuiesc doar cu armătura inductorului.

Revenind la problema cîmpului magnetic învîrtitor produs pe cale mecanică, vom folosi din nou cele două sisteme de referință de la cap. 2.2.11. definite de cele două axe, O_1x legată de armătura indusului (statorul din fig. 67) deci fixă și O_1X legată de armătura inductorului (rotorul din fig. 67) în axul de simetrie al unui pol Nord, deci mobilă.

Poziția unui punct M din întrefier, situat la suprafața armăturii cilindrice (indusul) se poate da fie într-un sistem, fie în celălalt, prin coordonate liniare x sau X , sau prin coordonate unghiulare α_s sau α_r (fig. 67).

Componenta radială a inducției magnetice într-un punct M din sistemul de coordonate al inductorului mobil (se consideră aci cazul

în care armătura inductorului cu poli aparenti este în mișcare, cealaltă armătură a indusului fiind în repaus, ca în fig.67) este:

$$(156) \quad \phi(X) = B_m \cdot \cos \frac{\pi X}{\tau}$$

în acest sistem cîmpul fiind fix, deoarece poziția punctului M față de armătură este invariabilă iar curentul este continuu.

Dacă legea de mișcare a inductorului este:

$$(157) \quad x - X = v \cdot t$$

putem trece la celălalt sistem de coordonate, pentru a vedea cum apare cîmpul magnetic într-un punct M fix, al armăturii indusului.

Înlocuind (157) în (156) și efectuînd aceleași calcule ca la cap.

2.2.11, obținem:

$$(158) \quad \phi(x, t) = B_m \cos \left(\frac{\pi x}{\tau} - \omega t \right) ; \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

care reprezintă expresia unui cîmp magnetic învîrtitor, analogă lui (145). Toate concluziile stabilite la 2.2.11. rămîn valabile. Producerea cîmpului magnetic învîrtitor pe cale mecanică, fie cu armătura cu poli înecați (fig.61), fie cu armătura cu poli aparenti (fig.67), are aceleași caracteristici din punctul de vedere al inducției magnetice radiale la suprafața indusului.

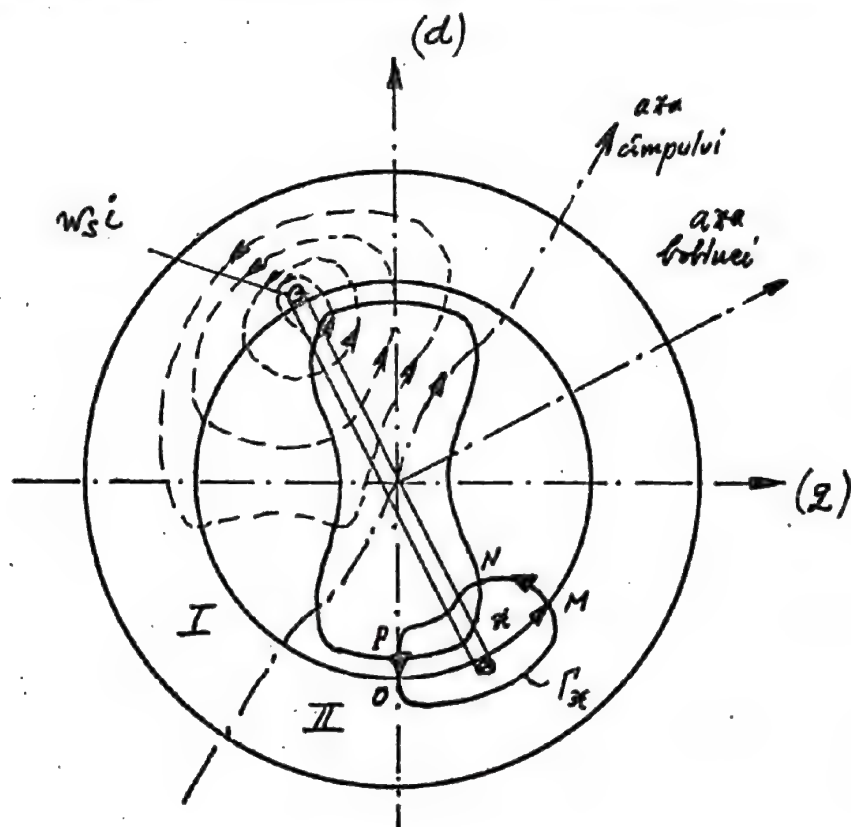
2.3.2. Cîmpul armăturii cu înfășurare repartizată.

Să considerăm acelaș caz al mașinilor cu întrefier variabil de tipul redat în fig.67, dar în ipoteza că cele două armături sînt ambele în repaus, cîmpul magnetic produs fiind datorat unei înfășurări repartizate în creștăturile celeilalte armături. Se presupune că înfășurarea de excitație de pe armătura cu poli aparenti nu este parcursă de curent, fiind deschisă (circuit întrerupt). Înfășurarea de pe armătura cilindrică este monofazată și parcursă de curent continuu.

Vom arăta că tensiunea magnetică în întrefier, definită în lungul liniei de cîmp limitată de cele două suprafețe echipotențiale magnetice (deoarece $\mu = \infty$ în armături), variază la periferia armăturilor dinspre întrefier, la fel ca în cazul întrefieru-

lui constant.

Să considerăm la început cazul cel mai simplu al unei înfășurări simple cu $q = 1$, adică cu câte o singură bobină pe perechea de poli. În fig. 73 s-a considerat pentru o mai mare claritate a desenului, cazul $2p = 2$ (doar doi poli aparenti ai rotorului, desenat într-o formă stilizată pentru a elimina efectele de colț și alte variații bruște neesențiale în analiză)



— fig. 73 —

Se presupune că rotorul este într-o poziție absolut oarecare față de stator (axa de simetrie a bobinei, cu sensul corelat cu cel al curentului prin laturi, după regula burghiului drept, nu coincide cu nici-una din axele longitudinală (d), sau transversală (q) de simetrie a rotorului).

Cîmpul magnetic produs de bobina parcursă de curent (w_{s1} în latură) trebuie să fie simetric, ca urmare a condițiilor simetrice ale problemei considerate. Pe fig. 73 se arată aspectul tipic al liniilor inducției magnetice ale cîmpului util, pe jumătatea notată cu I a desenului. Linia de cîmp unică care separă cele două ju-

măști simetrice ale cîmpului, constituie axa cîmpului, în general diferită atât de axa bobinei (deci a înfășurării) cît și de axele (d) și (q) ale rotorului, datorită efectului anizotropiei de formă a rotorului.

Pentru determinarea tensiunii magnetice vom folosi cele două relații fundamentale pentru cîmpul magnetic (43) și (46) de la cap. 2.2.4. Pentru aplicarea primei relații vom considera iar ca sens pozitiv al cîmpului, sensul de la rotor spre stator, alegînd o curbă

Γ_x de calcul de tipul celei din fig. 73 zona II, care în întregime coincide cu liniile de cîmp reale, iar una din laturi (porțiunea notată cu PO) este fixă, situată în axa unui pol rotor, cealaltă corespunzînd la diverse puncte curenți M de pe armătura cu înfășurare, la distanța variabilă x (egală cu arcul OM). Datorită permeabilității magnetice infinite, aplicarea relației (43) conduce la relația:

$$(159) \quad \int_P^O \vec{H} d\vec{e} + \int_M^N \vec{H} d\vec{e} = \Phi_{0x}$$

adică:

$$(160) \quad V_f(o) - V_f(x) = \Phi_{0x}$$

care precum se vede coincide cu (45) din cazul mașinilor cu întrefier constant.

Cea de a doua relație (46) nu ne dă însă nimic în plus de data aceasta, deoarece este satisfăcută automat ca urmare a caracterului de simetrie a cîmpului, deci $V_f(o)$ din (160) nu se mai poate determina cu o relație de tipul (48), ca la cap. 2.2.4.

Determinarea lui $V_f(o)$ se face în acest caz tot pe baza simetriei, aplicînd (43) pe o curbă Γ_z care corespunde valorii $x = \frac{\pi D}{2}$ (în general: $x = z$). Rezultă:

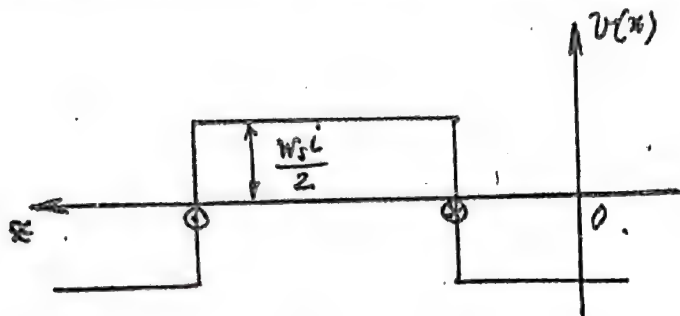
$$(161) \quad 2 \cdot V_f(o) = \Phi_{0z} = -W_f l'$$

Prin urmare avem relația:

$$(162) \quad \boxed{V_f(x) = -\frac{W_f l'}{2} - \Phi_{0x}}$$

pe baza căreia rezultă repartiția funcției de x a tensiunii magnetice în întrefier (fig. 74).

Se observă că această repartiție este identică (abstracție făcând de alegerea originii și de sensul lui x) cu cea din fig. 26 căci alegerea originii este arbitrară, la fel cu cea a sensului, iar singurul lucru care contează este poziția curbei față de bobina (înfășurarea) însăși. Deoarece restul înfășurărilor se deduce ca repartiția a



- fig. 74 -

ce ca repartiția a tensiunii magnetice din cea considerată prin aplicarea suprapunerii efectelor, rezultă că această concluzie este generală:

Repartiția tensiunii magnetice în întrefier a unei în-

fășurări este aceeași, fie la întrefier constant, fie la întrefier variabil, dacă în ultimul caz variația este periodică, cu o perioadă egală cu cea a cîmpului pe jumătate și simetrică. Dacă se convine a măsura "grosimea" întrefierului după lungimea liniei de cîmp, aceste condiții se scriu:

$$(163) \quad \begin{cases} \delta(x) = \delta(x + \tau) \\ \delta(x) = \delta(-x) \quad (\text{față de axa } (d), \text{ sau } (z)) \end{cases}$$

Repartiția tensiunii magnetice în întrefier depinde doar de modul cum sînt dispuse bobinele înfășurării dealungul periferiei armăturii cilindrice în spre întrefier și de curenții ce le străbat. Acesta este motivul pentru care studiul cîmpurilor magnetice în mașinile electrice se face prin intermediul tensiunii magnetice în întrefier (sau, dacă ținem seama de permeabilitatea finită și variabilă cu saturația magnetică, prin solenajia corespondentă)

La mașinile cu întrefier variabil nu mai este însă posibil să determinăm în mod simplu inducția magnetică în întrefier, sau intensitatea cîmpului magnetic, cu o relație ca (42), decât în mod aproximativ (cu relația (154) în care $v(x)$ este caracteristica înfășurării considerate), numai pe porțiunile de sub poli și doar dacă variația întrefierului $\delta(x)$ este lentă.

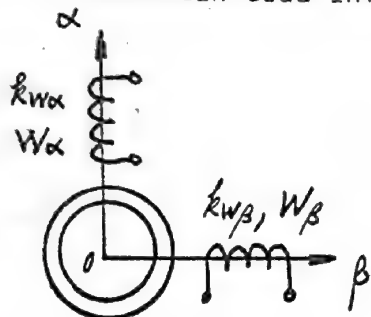
Considerațiile făcute rămîn în vigoare și în cazul cînd avem o înfășurare trifazată ce produce un cîmp magnetic învîrtitor, dacă și rotorul cu poli aparenti se învîrte în același sens și cu aceeași viteză ca și cîmpul (ambele sînt în acest caz în repaus

relativ).

2.4. Complectări la capitolele precedente.

2.4.1. Infășurări bifazate.

La mașinile electrice de puteri reduse, se preferă de multe ori producerea cîmpului magnetic învîrtitor cu infășurări bifazate, realizate din două infășurări identice sau diferite, situate la decalaj spațial de 90° electrice (fig. 75 reprezintă planul electric al secțiunii mașinii) și parcurse de curenți electrici bifazați:



— fig. 75 —

$$(164) \begin{cases} i_\alpha = I_{m\alpha} \cdot \cos \omega t \\ i_\beta = I_{m\beta} \cdot \cos (\omega t - \frac{\pi}{2}) \end{cases}$$

Să presupunem cazul întrefierului constant și să vedem care sînt condițiile producerii cîmpului magnetic circular învîrtitor. Vom lua în considerație numai armonicile spațiale fundamentale ale tensiunilor magnetice. Dacă presupunem infășurările diferite și alegem ca axă de referință axa fazei α , tensiunile magnetice de armonică fundamentală ale celor două faze sînt:

$$(165) \begin{cases} V_\alpha(x) = V_\alpha \cdot \cos \frac{\pi x}{\tau} \\ V_\beta(x) = V_\beta \cdot \cos \frac{\pi}{\tau} (x - \frac{\tau}{2}) \end{cases}$$

amplitudinile fiind după (96):

$$(166) \begin{cases} V_\alpha = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{k_{w\alpha} W_\alpha}{p} \cdot i_\alpha \\ V_\beta = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{k_{w\beta} W_\beta}{p} \cdot i_\beta \end{cases}$$

Rezultă:

$$(167) \begin{cases} V_\alpha(x, t) = V_\alpha^{(1)} \cdot \cos \frac{\pi x}{\tau} \cdot \cos \omega t \\ V_\beta(x, t) = V_\beta^{(1)} \cdot \cos (\frac{\pi x}{\tau} - \frac{\pi}{2}) \cdot \cos (\omega t - \frac{\pi}{2}) \end{cases}$$

Aplicind în continuare descompunerea celor doi termeni în unde directe și inverse de la cap.2.2.8. obținem:

$$(168) \quad \begin{cases} v_{\alpha}(x,t) = \frac{V_{\alpha}^{(11)}}{2} \cos\left(\frac{\pi x}{\delta} - \omega t\right) + \frac{V_{\alpha}^{(11)}}{2} \cos\left(\frac{\pi x}{\delta} + \omega t\right) \\ v_{\beta}(x,t) = \frac{V_{\beta}^{(11)}}{2} \cos\left(\frac{\pi x}{\delta} - \omega t\right) + \frac{V_{\beta}^{(11)}}{2} \cos\left(\frac{\pi x}{\delta} + \omega t - \pi\right) \end{cases}$$

Pentru a anula cîmpul rezultat invers este suficient ca să avem îndeplinită condiția:

$$(169) \quad V_{\alpha}^{(11)} = V_{\beta}^{(11)} = V^{(11)}$$

ceea ce conduce la relația:

$$(170) \quad \underline{k_{w\alpha} \cdot W_{\alpha} \cdot I_{m\alpha} = k_{w\beta} \cdot W_{\beta} \cdot I_{m\beta}}$$

adică la egalitatea amperspirelor echivalente ('solenaii'). În cazul acesta, tensiunea magnetică rezultantă este:

$$(171) \quad \underline{v(x,t) = v_{\alpha}(x,t) + v_{\beta}(x,t) = V^{(11)} \cos\left(\frac{\pi x}{\delta} - \omega t\right)}$$

și reprezintă un cîmp magnetic învîrtitor circular asemănător cu cel dat de (129). Sensul de rotație este sensul succesiunii fazelor, adică în cazul de față, de la faza cu cîrent defazat înainte la faza cu cîrentul defazat în urmă (sens orar în planul electric din fig.75).

Deși înfășurările bifazate asigură o utilizare mai slabă a periferiei armăturilor ca cele trifazate, ele sînt studiate deoarece se întîlnesc la mașinile mici și permit în unele cazuri să echivaleze d.p.v. magnetic acțiunea înfășurărilor trifazate simetrice, sau conectate nesimetric la rețea.

2.4.2. Cîmpuri învîrtitoare eliptice.

Să considerăm înfășurarea bifazată de la cap.2.4.1. în cazul în care condiția de cîmp circular (170) nu este îndeplinită. În acest caz, tensiunea magnetică rezultantă dată de suma celor doi

ționării acestora (apar pierderi mărite, cupluri inverse, t.e.m. de frecvențe duble etc.), fiind caracteristica funcționărilor nesimetrice a mașinilor, care trebuie deci evitate.

La analiza funcționării mașinilor în astfel de condiții, este avantajos să se folosească metoda componentelor simetrice (vol. I cap. 3.6.1. pag. 234), considerând de exemplu în cazul bifazat precedent, că fiecare din cele două cimpuri învârtitoare, cel direct și cel invers, sînt produse de cîte două sisteme simetrice de curenți electrici bifazați, de secvențe opuse. Metoda se aplică deosebit de simplu dacă se presupun identice cele două înfășurări și dacă se folosește metoda obișnuită a fazorilor de timp. Pentru cazul înfășurărilor diferite se face o "raportare" a uneia din înfășurări la cealaltă în modul următor: se presupune că înfășurarea ce se raportează, de exemplu (β), are aceleași caracteristici ($k_{w\beta}$, W_{β}), ca (α), dar este parcursă de alt curent:

$$(173) \quad i'_{\beta} = i_{\beta} \cdot \frac{k_{w\beta} \cdot W_{\beta}}{k_{w\alpha} \cdot W_{\alpha}}$$

numit curent raportat, astfel ca efectul magnetic al înfășurării după raportare să fie acelaș ca înainte (se verifică că amperspindle echivalente rămîn neschimbate în cele două situații).

Cazul înfășurărilor diferite parcurse de curenții oarecari:

$$(174) \quad \begin{cases} i_{\alpha} = I_{\alpha m} \cdot \cos \omega t \\ i_{\beta} = I_{\beta m} \cdot \cos (\omega t - \lambda) \end{cases}$$

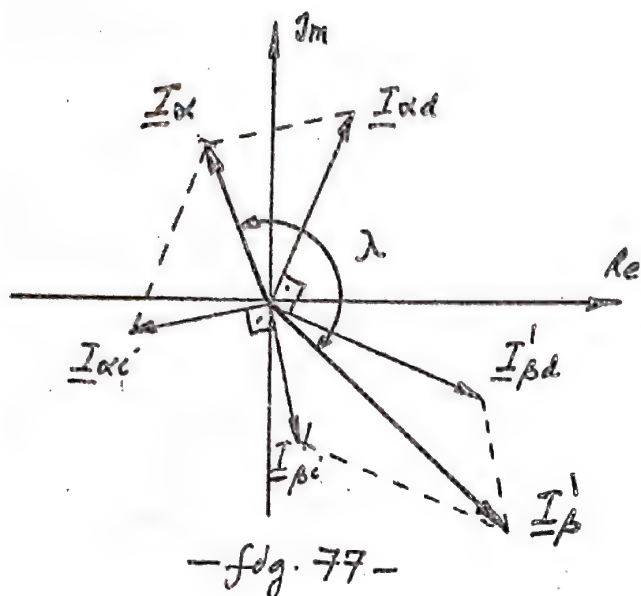
se reduce prin raportare la cazul înfășurărilor identice cu (α), dar parcurse de curenții:

$$(174') \quad \begin{cases} i_{\alpha} = I_{\alpha m} \cdot \cos \omega t \\ i'_{\beta} = I'_{\beta m} \cdot \cos (\omega t - \lambda) \end{cases}$$

Considerînd curenții (174') reprezentați de fazorii \underline{I}_{α} și \underline{I}_{β}' , trebuie căutate sistemele direct ($\underline{I}_{\alpha d}$ și $\underline{I}_{\beta d}'$) și invers ($\underline{I}_{\alpha i}$ și $\underline{I}_{\beta i}'$) astfel ca să avem:

$$(175) \quad \begin{aligned} \underline{I}_{\alpha} &= \underline{I}_{\alpha d} + \underline{I}_{\alpha i} \\ \underline{I}_{\beta}' &= \underline{I}_{\beta d}' + \underline{I}_{\beta i}' \end{aligned}$$

(a se vedea fig. 77). Dacă notăm: $\underline{I}_{\alpha d} = \underline{I}_d$ și $\underline{I}_{\alpha i} = \underline{I}_i$



și dacă observăm că avem:

$$\underline{I}'_{\beta d} = -j \cdot \underline{I}_d \quad \underline{I}'_{\alpha i} = j \cdot \underline{I}_i \quad (175) \text{ se va scrie:}$$

$$(176) \quad \begin{cases} \underline{I}_\alpha = \underline{I}_d + \underline{I}_i \\ \underline{I}'_\beta = -j \underline{I}_d + j \underline{I}_i \end{cases}$$

din care rezultă imediat:

$$(177) \quad \begin{cases} \underline{I}_d = \frac{1}{2} (\underline{I}_\alpha + j \underline{I}'_\beta) \\ \underline{I}_i = \frac{1}{2} (\underline{I}_\alpha - j \underline{I}'_\beta) \end{cases}$$

ceea ce rezolvă problema.

În cazul mașinilor tri-

fazate cele trei înfășurări ale celor trei faze sînt totdeauna identice, dar curenții pot fi nesimetrice. În acest caz există trei sisteme de componente (simetrică directă, simetrică inversă și omopolară) a căror suprapunere reconstituie sistemul nesimetric inițial. Determinarea pe cale fazorială a acestor componente se face cu expresiile (439) și (440) din vol. I, cap. 3.6.1. de la "Teoria transformatorului trifazat". Componentele simetrice vor produce cîmpuri magnetice învîrtitoare în sens direct și invers, de amplitudini inegale (deci cîmp eliptic), dar componentele omopolare nu vor produce cîmp magnetic util (curenții fiind în fază și egali, rezultă că cele trei tensiuni magnetice sînt trei sinusoide identice, decalate uniform spațial, la cîte 120° electrice, care prin sumare se anulează), ci doar vor conduce la mărirea cîmpurilor de scă-
pări ale celor trei faze.

2.4.3. Armonici de spațiu și timp în mașini electrice.

În general este posibil ca și curenții din mașinile electrice să fie deformați în timp, rămînînd însă periodici, alternativi, caz în care pot fi descompuși în serie Fourier de armonici de timp. O armonică superioară de timp a curenților trifazați, împreună cu o armonică superioară spațială din curba tensiunii magneti-

ce, vor produce în întrefier un anumit cîmp magnetic pulsatoriu al unei faze. Dacă considerăm armonica de timp de ordin (λ) și cea de spațiu de ordin (γ), vom avea în cazul înfășurării trifazate:

$$\begin{aligned} v_A^{\lambda, \gamma} &= V^{(\lambda, \gamma)} \cdot \cos \lambda \omega t \cdot \cos \frac{\gamma \pi x}{\tau} \\ (178) \quad v_B^{\lambda, \gamma} &= V^{(\lambda, \gamma)} \cdot \cos \lambda \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \cdot \cos \frac{\gamma \pi}{\tau} \left(x - \frac{2}{3} \tau \right) \\ v_C^{\lambda, \gamma} &= V^{(\lambda, \gamma)} \cdot \cos \lambda \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \cos \frac{\gamma \pi}{\tau} \left(x - \frac{4}{3} \tau \right) \end{aligned}$$

Efectuînd descompunerile termenilor în unde directe și inverse, obținem:

$$(180) \quad \begin{cases} v_A^{\lambda, \gamma} = \frac{V^{(\lambda, \gamma)}}{2} \cdot \cos \left(\lambda \omega t - \frac{\gamma \pi x}{\tau} \right) + \frac{V^{(\lambda, \gamma)}}{2} \cos \left(\lambda \omega t + \frac{\gamma \pi x}{\tau} \right) \\ v_B^{\lambda, \gamma} = \frac{V^{(\lambda, \gamma)}}{2} \cdot \cos \left(\lambda \omega t - \frac{\gamma \pi x}{\tau} - \frac{2\pi}{3} (1 - \gamma) \right) + \frac{V^{(\lambda, \gamma)}}{2} \cdot \cos \left(\lambda \omega t + \frac{\gamma \pi x}{\tau} - \frac{2\pi}{3} (1 + \gamma) \right) \\ v_C^{\lambda, \gamma} = \frac{V^{(\lambda, \gamma)}}{2} \cos \left(\lambda \omega t - \frac{\gamma \pi x}{\tau} - \frac{4\pi}{3} (1 - \gamma) \right) + \frac{V^{(\lambda, \gamma)}}{2} \cos \left(\lambda \omega t + \frac{\gamma \pi x}{\tau} - \frac{4\pi}{3} (1 + \gamma) \right) \end{cases}$$

Funcțiile de numerele întregi (λ) și (γ) vom obține ca tensiuni magnetice rezultante, fie cele ce corespund unor cîmpuri învîrtitoare directe, fie cele ce corespund unor cîmpuri învîrtitoare inverse, fie ambele, adică cîmpuri pulsatorii (cum este de exemplu cazul $\lambda = 9$ și $\gamma = 3$).

Viteza de deplesare în întrefier a acestor unde rezultă:

$$(181) \quad v_{\lambda, \gamma} = \frac{\lambda}{\gamma} \cdot 2f\tau = \frac{\lambda}{\gamma} \cdot v_{1,1}$$

respectiv:

$$(182) \quad \Omega_{\lambda, \gamma} = \frac{\lambda}{\gamma} \cdot \frac{\omega}{p} = \frac{\lambda}{\gamma} \Omega_{1,1}$$

deci fie mai rapide ca fundamentală, fie mai lente.

Armonicile superioare de timp apar în mașini doar la funcționare în regim deformant (de exemplu la alimentare de la un redresor, sau la funcționarea prin alimentare de la un invertor) și în general au valori reduse (inductanțele mari ale înfășurărilor produc efecte de filtrare). Cu toate acestea, chiar fiind de valori mici, ele pot produce tensiuni induse sezizabile, deoarece viteza de deplasare crește proporțional cu ordinul lor (formula (181)).

În general ele nu se consideră în studiul mașinilor, dar se pot manifesta în anumite fenomene cum ar fi apariția cuplurilor sincrone.

O categorie specială de armonici în mașinile electrice se datorește prezenței pe una sau ambele armături a creștăturilor necesare plasării laturilor de bobine. Dacă se consideră fig. 78

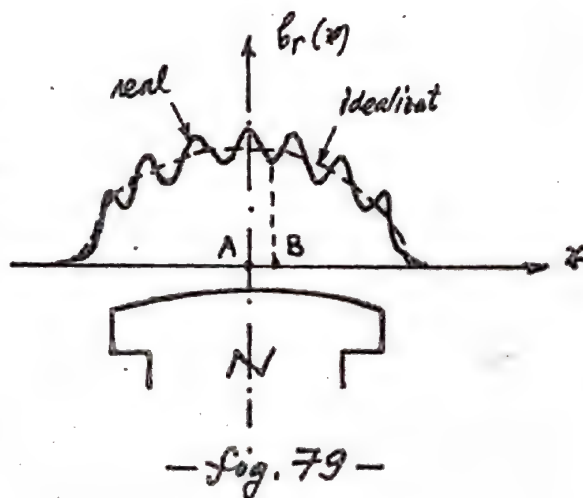


alăturată, este clar că în punctul A de pe axa unui dinte, cîmpul va fi mai intens decît în punctul B de pe axa creștăturii alăturate, unde are loc o lărgire locală a întrefierului.

Dacă s-ar neglija efectul de creștere prin înlocuirea armăturii reale cu una netedă (desenată linie-punct), deci prin considerarea întrefierului echivalent $\delta' = K_C \cdot \delta$, ar rezulta o curbă de repartiție a inducției magnetice în întrefier (formula (154)) ca

cea desenată punctat pe fig. 79. Considerarea prezenței reale a creștăturilor conduce la o curbă a repartiției inducției reale în întrefier, de tipul celei desenate cu linie plină pe fig. 79, care se poate considera ca suprapunere peste curba idealizată, a unei armonici spațiale de ordin ridicat, denumită armonică de dantură.

În anumite condiții (mișcarea reciprocă a armăturilor), aceste armonici se transformă în armonici de timp în curba t.e.m. induse.



Mai trebuie menționată deasemenea posibilitatea apariției de subarmonici ale tensiunii magnetice din întrefier, la mașinile cu mai mulți poli, ca urmare a diferențelor de permeanțe magnetice de sub poli (variații ale întrefierului posibile din cauza centrării incorecte a rotorului, variații ale numărului sau dimensiunilor dinților, variații ale stării de magnetizare a dinților etc...), sau ca urmare a modulării armonicii fundamentale.

2.5. Concluzii.

În mașinile electrice actuale, prezintă interes numai producerea cîmpului magnetic cu înfășurări parcurse de curenți electrici de conducție. Aceste înfășurări pot fi:

a) Înfășurări repartizate realizate din bobine și grupuri de bobine dispuse pe armături netede (cu excepția creșterii existente din motive tehnologice) și cilindrice de secțiune circulară.

b) Înfășurări concentrate realizate din bobine cu spire identice suprapuse, dispuse pe polii aparenti ai armăturilor de tipul celei din fig. 67 sau 68, avînd cîte două sisteme de axe de simetrie longitudinală (d) și transversală (q).

Ambele tipuri de înfășurări trebuie să producă cîmpuri magnetice repartizate spațial sinusoidal, prin componenta radială, la suprafața armăturii de secțiune transversală circulară, în întrefier.

Cîmpurile magnetice produse pot fi:

- 1 - fixe în spațiu și constante în timp
- 2 - fixe în spațiu, dar variabile alternativ în timp
- 3 - mobile în spațiu, dar constante în timp
- 4 - mobile în spațiu și variabile în timp (cel mai general caz, de exemplu în cazul cîmpurilor eliptice)

Trebuie observat că această clasificare depinde de sistemul de coordonate ales, fiind relativă (un același cîmp apare într-un fel în sistemul legat de rotor și în alt fel în sistemul legat de stator). Cîmpurile eliptice nu reprezintă cel mai general caz posibil. Există situații cînd extremitatea fazorului spațial descrie curbe loc geometric mai complicate (cazul regimurilor nesimetrice și tranzitorii).

Cîmpuri magnetice învîrtitoare care stau la baza funcționării mașinilor electrice de curent alternativ se pot produce:

- a) Cu înfășurări polifazate simetrice parcurse de sisteme de curenți polifazați simetrici, pe armături fixe, sau mobile.

b) Cu înfășurări repartizate monofazate, sau concentrate, parcurse de curent continuu, pe armături mobile.

3. PRODUCEREA TENSIUNII ELECTROMOTOARE.

3.1. Fluxuri magnetice prin înfășurări.

Înfășurările în care se induce tensiunea electromotoare (de acum încolo o vom nota prescurtat t.e.m.) în mașinile de curent alternativ, se numesc înfășurări induse, spre deosebire de cele care servesc la producerea cîmpului magnetic numite înfășurări inductoare. Aceste denumiri au caracter convențional, deoarece și înfășurările induse pot produce cîmp magnetic (la mersul în sarcină cînd sînt parcurse de curenți) și în anumite condiții apare t.e.m și în înfășurările inductoare.

La mașinile de curent alternativ clasice, înfășurările induse sînt totdeauna înfășurări de tip repartizat.

Problema de care ne ocupăm constă în determinarea fluxului magnetic total util care se înlănțuie cu o înfășurare indusă dată situată într-un cîmp magnetic dat în întrefierul unei mașini electrice. Acest cîmp magnetic dat, poate fi produs de altă înfășurare, dar poate fi și cîmpul magnetic propriu al înfășurării studiate. La început vom lua în considerație numai cîmpul magnetic care corespunde armonicii spațiale fundamentale a inducției magnetice.

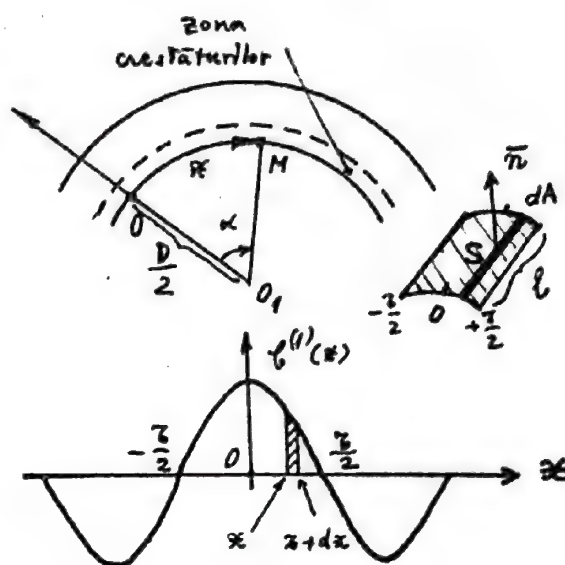
Pentru rezolvarea acestei probleme vom folosi o mărime importantă, la definirea căreia trecem în continuare.

a) Fluxul unui pol.

Să considerăm armătura cilindrică circulară a indusului din fig. 80 de mai jos și o origine O față de care se determină poziția unui punct M , de pe această armătură. Să presupunem că la suprafața acestei armături există un cîmp magnetic cu $2p$ poli, fix în spațiu și constant în timp, avînd repartiția sinusoidală a componentei radiale. Dacă axa de referință O_1O se alege astfel ca în dreptul punctului O cîmpul să fie maxim și convenim ca să fie considerat pozitiv cînd este orientat spre armătură (de la O_1 la O), vom avea următoarea expresie a componentei radiale:

$$(183) \quad b_r(x) = B_m \cdot \cos \frac{\pi x}{\tau}$$

În aceste condiții se numește flux polar (sau fluxul unui pol), fluxul magnetic fascicular calculat pe o suprafață adiacentă armăturii (lipită pe alezajul interior al acesteia) formată din două laturi paralele opuse, în lungul generatoarelor armăturii, pe lungimea l a acesteia și două arce de lungime τ corespunzătoare pasului polar (S pe fig. 80). Suprafața de calcul este "centrată" pe axa unui pol magnetic (linia mijlocie de simetrie a lui S trece prin O). Fluxul polar se notează cu ϕ_τ și este:



-fig. 80-

$$(184) \quad \phi_\tau = \int_S \bar{B} d\bar{A} = \int_S \bar{B} \cdot \bar{n} dA = \int_{-\tau/2}^{+\tau/2} b_r(x) l dx$$

adică:

$$(185) \quad \boxed{\phi_\tau = \frac{2}{\pi} \cdot \tau l \cdot B_m}$$

Fluxul polar este fluxul printr-o spiră cu pas diametral $y = \tau$ de pe armătura indusului, care ar fi așezată exact sub un pol.

La mașinile cu întrefier constant se poate da expresiei precedente o altă formă. Valoarea maximă a inducției se poate scrie în funcție de tensiunea magnetică maximă V_m după (42):

$$(186) \quad B_m = \mu_0 \cdot \frac{V_m}{K_c \cdot \delta}$$

Înlocuind în (185) și grupînd factorii se obține:

$$(187) \quad \underline{\phi_\tau = \frac{2}{\pi} \left(\mu_0 \frac{\tau l}{K_c \delta} \right) V_m = \frac{2}{\pi} \cdot \lambda_\delta \cdot V_m}$$

În care s-a notat prin λ_δ permeanța magnetică a întrefierului pe un pas polar, care ar corespunde repartiției uniforme a inducției. În acest fel, relația (187) nu reprezintă altceva decît așa numita lege a lui Ohm pentru circuite magnetice, în care apare în plus factorul numeric din față din cauza repartiției neuniforme (sinusoidale) a

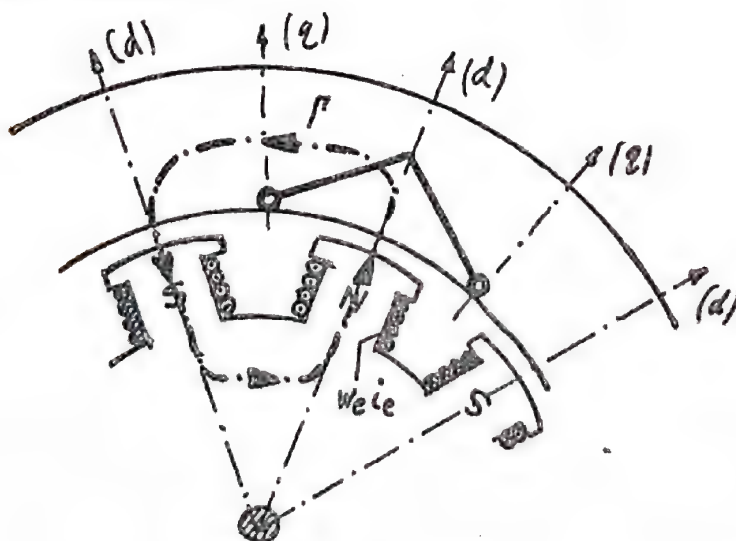
inducției magnetice. În adevăr, legea lui Ohm pentru zona din întrefier care corespunde la două suprafețe S distanțate la $\delta' = k_c \cdot \delta$, este:

$$(188) \quad \phi_r = \frac{V_m}{\mathcal{R}_m} = \lambda \cdot V_m = \mu_0 \frac{S}{\delta'} V_m = \mu_0 \frac{2\ell}{k_c \delta} \cdot V_m$$

Dacă considerăm întrefierul variabil (fig. 81) putem păstra forma de scriere (187) (cea dată de (185) rămîne evident aceeași) în care din scrierea teoremei lui Ampère pe curba Γ rezultă:

$$(189) \quad V_m = We \cdot e$$

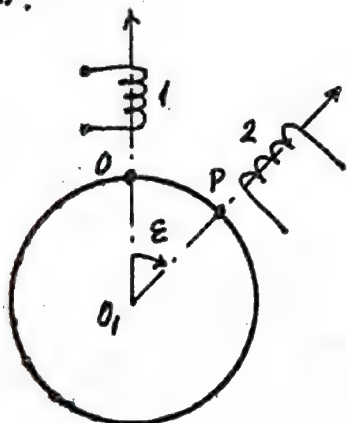
De data aceasta însă, nu mai putem scrie așa de simplu expresia permeanței întrefierului. În plus, dacă cîmpul este datorat în săși armăturii statorice (produs de înfășurarea repartizată) și nu celei rotorice, putem iar păstra expresia (187), dar λ_δ va fi de altă valoare. În adevăr, deși configurația geometrică este aceeași în ambele cazuri, modul de excitare a cîmpului (condițiile la limită pe frontiera domeniului) este diferit; într-un caz avem înfășurare repartizată pe stator, în celălalt caz înfășurare concentrată pe rotor. Dacă axa (d) a rotorului are o poziție oarecare față de cîmpul înfășurării de pe stator, repartizată, λ_δ va avea valori ce depind de această poziție relativă. Complicațiile de acest fel, care apar la mașinile cu întrefier variabil, au condus la teoria celor două reacții, pe care o vom studia la "Mașina sincronă" în vol. III.



- fig. 81 -

b) Fluxul total util prin înfășurare.

Să considerăm o mașină cu întrefier constant, avînd pe una din armături o înfășurare repartizată caracterizată prin factorul de bobinaj k_{w1} și numărul de spire W_1 , iar pe cealaltă armătură (sau chiar pe aceeași armătură) o altă înfășurare repartizată cu k_{w2} și W_2 . Cele două înfășurări trebuie să producă cîmpuri magnetice cu un număr egal de poli ($p_1 = p_2$). Vom presupune că axele grupurilor de bobine ale celor două înfășurări nu coincid (în planul electric cele două axe ale înfășurărilor fac un unghi oarecare ε , ca în fig. 82):



- fig. 82 -

Curenții i_1 și i_2 prin cele două înfășurări vor produce tensiuni magnetice în întrefier care corespund cîmpurilor utile și cîmpuri magnetice de scăpări ale fiecărei înfășurări. Dacă adoptăm ca axă de referință axa primei înfășurări, cele două tensiuni magnetice (fundamentalele) vor fi :

$$\begin{aligned} V_1(x) &= V_1 \cdot \cos \frac{\pi x}{\tau} \\ V_2(x) &= V_2 \cdot \cos \frac{\pi(x-h)}{\tau} \end{aligned} \quad (190)$$

în care după (96) avem:

$$(191) \quad \begin{cases} V_1 = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{k_{w1} W_1}{p} \cdot i_1 \\ V_2 = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{k_{w2} W_2}{p} \cdot i_2 \end{cases}$$

Energia magnetică totală a cîmpului produs de cele două înfășurări, este:

$$(192) \quad W_m = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + M i_1 i_2$$

Dacă nu luăm în considerație energia cîmpurilor de scăpări, putem scrie pentru energia cîmpului util rezultat:

$$(193) \quad \underline{W_{mu} = \frac{1}{2} L_{10} i_1^2 + \frac{1}{2} L_{20} i_2^2 + M i_1 i_2}$$

În aceste expresii L_1 și L_2 sînt inductanțele totale ale celor două înfășurări, M este inductanța mutuală, iar L_{1u} și L_{2u} sînt inductanțele utile ale înfășurărilor, adică (vol. I pag. 160-161) :

$$(194) \quad L_{1u} = L_1 - L_{1\sigma} \quad L_{2u} = L_2 - L_{2\sigma}$$

Energia cîmpului util rezultat se poate calcula și pe o altă cale:

$$(195) \quad W_{mu} = \int_V \frac{\vec{B}_0 \cdot \vec{H}_0}{2} dV = \frac{\mu_0}{2} \int_{V_\sigma} H_\sigma^2 dV$$

în ultima integrală domeniul de integrare fiind exclusiv limitat la volumul V_σ al întrefierului (în armături deoarece $\mu = \infty$, intensitatea cîmpului magnetic H este nulă).

Rezultă atunci:

$$(196) \quad W_{mu} = \frac{\mu_0}{2} \int_0^{2p\tau} [h(x)]^2 \delta' l dx = \frac{\mu_0}{2} \int_0^{2p\tau} \left[\frac{v_1(x) + v_2(x)}{\delta'} \right]^2 \delta' l dx =$$

$$= \frac{\mu_0}{2} \frac{l}{\delta'} \int_0^{2p\tau} v_1^2(x) dx + \frac{\mu_0}{2} \frac{l}{\delta'} \int_0^{2p\tau} v_2^2(x) dx + \mu_0 \frac{l}{\delta'} \int_0^{2p\tau} v_1(x) \cdot v_2(x) dx$$

Cele trei integrale de mai sus corespund mutual termen cu termen, cu cei trei din membrul drept al expresiei (193). Rezultă ?

$$(197) \quad W_{12} = M i_1 i_2 = \Psi_{21} \cdot i_2 = \Psi_{12} \cdot i_1 = \mu_0 \frac{l}{\delta'} \int_0^{2p\tau} v_1(x) \cdot v_2(x) dx$$

Calculînd integrala obținem succesiv:

$$(198) \quad W_{12} = \mu_0 \frac{l}{\delta'} V_1 V_2 \int_0^{2p\tau} \cos \frac{\pi x}{\tau} \cdot \cos \frac{\pi(x-h)}{\tau} dx =$$

$$= \mu_0 \frac{l}{\delta'} \cdot \frac{V_1 V_2}{2} \int_0^{2p\tau} \left[\cos \left(\frac{2\pi x}{\tau} - \frac{\pi h}{\tau} \right) + \cos \frac{\pi h}{\tau} \right] dx =$$

$$= \mu_0 p \cdot \frac{l}{\delta'} \cdot \tau \cdot V_1 V_2 \cdot \cos \frac{\pi h}{\tau} = p \underbrace{\left(\mu_0 \frac{\tau l}{\delta'} \right)}_{\lambda \delta} V_1 V_2 \cos \varepsilon$$

În toate aceste expresii și calcule s-a ținut seama că Ψ_{21} și Ψ_{12} reprezintă fluxurile totale utile produse printr-o înfășurare de curentul ce parcurge cealaltă înfășurare. Termenul prim de sub integrală, ce conține pe x , dă prin integrare o valoare nulă. În sfârșit, cantitatea $\frac{\pi h}{\delta}$ exprimată în funcție de unghiul la centru real E_g , este:

$$(199) \quad \frac{\pi h}{\delta} = \frac{\pi \left(\frac{D}{2} E_g \right)}{\pi D/2p} = p E_g = E$$

deci este unghiul electric de decalare spațială a axelor celor două înfășurări.

Dacă se ține seama de relațiile (187) și (191) și se compară (197) cu (198), rezultă:

$$(200) \quad \begin{aligned} \Psi_{21} &= k_{w2} W_2 \cdot \Phi_{12} \cos E \\ \Psi_{12} &= k_{w1} W_1 \cdot \Phi_{22} \cos E \end{aligned}$$

adică, fluxul total util ce străbate una din înfășurări (2) ca urmare a trecerii curentului electric (i_1) prin cealaltă (1), este dat de produsul numărului de spire echivalent (pag. 51 din acest volum) al înfășurării ($k_{w2} \cdot W_2$) cu fluxul polar al celeilalte înfășurări (Φ_{12}) și cu cosinusul unghiului electric de decalaj al axelor înfășurărilor.

Este clar că dacă avem o altă cauză de producere a cîmpului magnetic decît înfășurarea (1), care însă produce același flux polar Φ_{12} , iar axe după care cîmpul are valoarea maximă este și ea aceeași, expresia primă din (200) va rămîne valabilă și în aceste condiții (fluxul nu depinde de modul de producere a cîmpului din întrefier, ci doar de valoarea fluxului polar și de poziția înfășurării față de acest cîmp). De aceea, pe viitor ne vom elibera de indicii din (200), scriind fluxul total util sub forma:

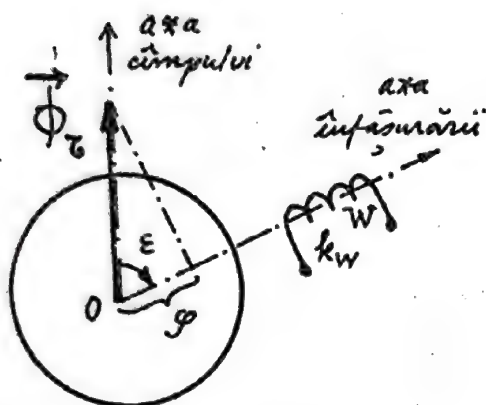
$$(201) \quad \boxed{\Psi = k_w \cdot W \cdot \Phi_p \cdot \cos E}$$

k_w și W fiind caracteristici ale înfășurării, iar Φ_p și E ai cîmpului exterior acesteia, considerat dat.

Expresia precedentă permite prin analogie cu cele spuse la cap. 2.2.6, pag. 42-43, introducerea unui fazor al fluxului polar așezat pe axa cîmpului în planul electric din fig. 83, cu o mărime egală cu Φ_p . Relația (201) se poate interpreta atunci ca

teoremă a proiecției, analogă celei de la pag. 42 (fig. 43), permițind aflarea fluxului fascicular φ așa cum se arată în fig. 83. Fluxul total prin înfășurare se obține atunci prin înmulțirea celui fascicular cu numărul echivalent de spire al înfășurării:

$$(202) \quad \psi = k_w \cdot W \cdot \varphi = k_w W (\Phi_z \cdot \cos \varepsilon).$$



- fig. 83 -

În legătură cu reprezentarea prin fazori a fluxurilor magnetice, la fel ca și a tensiunilor magnetice, trebuie remarcat că spre deosebire de metoda fazorială clasică (de timp), în cazul acestora avem de a face cu mărimi globale, definite prin integrale:

$$v = \int_C \vec{H} d\vec{e}$$

$$\phi = \int_S \vec{B} d\vec{A}$$

Faptul că asemenea mărimi globale se pot reprezenta prin fazori, se datorește condițiilor din mașinile electrice, care realizează variațiile sinusoidale în raport cu coordonatele și care pun în evidență anumite direcții și sensuri preferențiale.

Această metodă trebuie privită doar ca metodă strictă de calcul, fără a i se atașa un sens fizic, cu atât mai mult cu cât de la o reprezentare la alta apar și alte diferențe. Astfel, în timp ce în cazul tensiunii magnetice, teorema proiecției are sens pentru orice punct din periferia mașinii, este clar că aceeași teoremă aplicată în cazul fluxului are sens doar pentru punctele din întrefier situate pe axa unei înfășurări, deci numai în prezența acestuia.

Metodele bazate pe fazori se folosesc uneori concomitent (cu mai multe specii de mărimi) ceea ce conduce la simplificări importante în teoria mașinilor electrice. Astfel, ca urmare a corelației spațio-temporale de la 2.2.10. este posibil să considerăm identici fazorul curentului, cu fazorul spațial al tensiunii magnetice, înmulțit cu un factor numeric și alt factor dimensional (pentru a se respecta relația scalară (134) dintre ei)

3.2. Tensiuni electromotoare în mașinile electrice.

3.2.1. Moduri de producere a t.e.m.

La baza producerii tensiunii electromotoare în mașinile electrice, se află legea inducției electromagnetice sub formă integrală, simplă sau dezvoltată (vol. I, cap. 2.3. din "Introducere"). Conform acestei legi, cauza producerii t.e.m. în lungul unui contur închis este variația în timp a fluxului magnetic prin suprafața conturului, indiferent de modul concret în care se realizează această variație. Acest fapt fundamental, arată că producerea t.e.m. se poate realiza pe diferite căi, ca de exemplu:

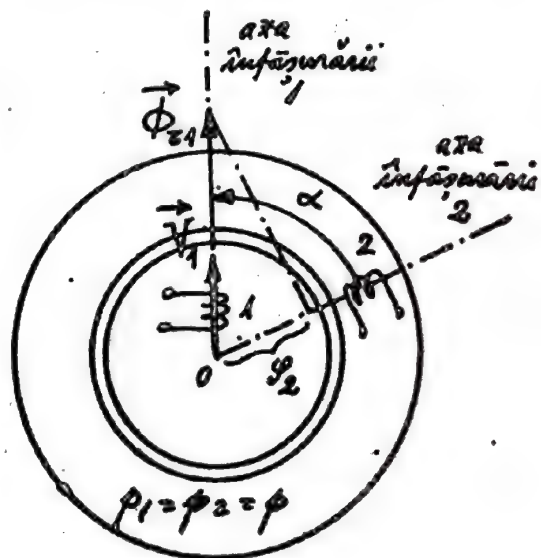
- prin variația în timp a inducției magnetice din zona de calcul a fluxului
- prin mișcarea conturului în cimpuri date, neuniforme, ceea ce face ca fluxul să varieze de la un loc la altul
- prin deformarea continuă a conturului în timp

Ultimul caz nu poate avea loc în mașinile pe care le studiem, deoarece înfășurările indusului sînt rigide, nedeformabile. În schimb celelalte două moduri de producere a t.e.m. se folosesc pe scară largă, fie separat, fie împreună. Tensiunile electromotoare produse prin primele două procedee se numesc t.e.m. de transformare (statice), respectiv, t.e.m. de mișcare.

Să considerăm de exemplu cazul din fig. 84, al unei mașini cu întrefier constant, cu o înfășurare monofazată (1) pe rotor și alte asemenea (2) pe stator, avînd același număr de poli ($p_1 = p_2$), decalate spațial la un unghi electric α (figure reprezintă planul electric al secțiunii).

α (figure reprezintă planul electric al secțiunii).

Curentul i_1 care trece prin înfășurarea rotorică (1), produce un cîmp magnetic în întrefier, cu o tensiune magnetică a cărei fundamentală spațială are ca axă, axa înfășurării (fazorul spațial \vec{V}_1 din figură) și valoarea maximă în spațiu:



- fig. 84 -

$$(203) \quad V_1 = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{k_{w1} W_1}{p} \cdot i_1$$

Fluxul polar care corespunde acestui cimp magnetic este dat de relația (187), fiind reprezentat de fazorul Φ_{p1} , situat pe aceeași axă. Conform celor spuse la cap.3.1. precedent, fluxul fascicular prin înfășurarea (2) statorică va fi conform teoremei proiecției:

$$(204) \quad \varphi_2 = \Phi_{p1} \cdot \cos \alpha$$

fluxul magnetic total, fiind:

$$(205) \quad \psi_2 = k_{w2} W_2 \varphi_2 = k_{w2} W_2 \Phi_{p1} \cdot \cos \alpha = \Psi_2 \cdot \cos \alpha$$

Relația (205) rămâne evident valabilă, pentru oricare alt mod de producere a cimpului în întrefier, cu condiția ca fluxul polar să fie același, iar axa cimpului să fie de asemenea aceeași, de aceea putem elimina indicii, scriind pentru fluxul prin înfășurare expresia:

$$(206) \quad \psi = k_w W \Phi_p \cdot \cos \alpha$$

Mărimile k_w și W caracterizează înfășurarea considerată, iar mărimile Φ_p și α caracterizează cimpul "exterior".

În vederea producerii t.e.m. în înfășurare observăm că singurele mărimi care ar putea varia în timp sînt:

a) Fluxul polar, ca urmare de exemplu a variației în timp a curentului inductor i_1 (variația în timp a excitației)

b) Unghiul electric (deci și cel real geometric), ca urmare a mișcării relative a celor două armături.

În general, în prezența ambelor moduri de variație în timp, fluxul (206) va fi o funcție de timp de forma:

$$(207) \quad \psi(t) = k_w W \Phi_p(t) \cdot \cos \alpha(t) = \Psi(t) \cdot \cos \alpha(t)$$

și în acest caz t.e.m. indusă va fi:

$$(208) \quad e = - \frac{d\psi(t)}{dt} = - \frac{d\Psi}{dt} \cdot \cos \alpha + \frac{d\alpha}{dt} \cdot \Psi \cdot \sin \alpha$$

Primul termen corespunde t.e.m. de transformare (statică), care se calculează ca și cînd α ar fi constant, corespunzînd valorii

din momentul de timp considerat, iar al doilea termen corespunde t.e.m. de mișcare, care se calculează ca și când $\Psi(t)$ ar fi constant, egal cu valoarea din momentul de timp considerat.

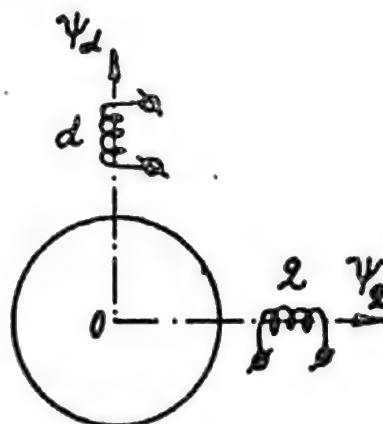
Dacă la t considerat, avem $\alpha = 0$, singura t.e.m. indusă este cea de transformare, iar dacă $\alpha = 90^\circ$ electrice, singura t.e.m. indusă este cea de mișcare.

În teoria mașinilor electrice avem de multe ori de a face cu înfășurări ortogonale (cu axele la 90° electrice, deci perpendiculare în planul electric) iar fluxul magnetic ca fazor se descompune în componente după cele două axe ale înfășurărilor, ca în figura 84₁ alăturată. În acest caz, luând în considerație cele spuse, t.e.m. în cele două înfășurări vor fi date de expresiile:

$$(209) \begin{cases} e_d = - \frac{d\psi_d}{dt} - \omega \psi_q \\ e_q = - \frac{d\psi_q}{dt} + \omega \psi_d \end{cases} \quad (\omega = \frac{d\alpha}{dt})$$

În cele ce urmează ne vom ocupa mai pe larg de cele două tipuri de t.e.m. stabilind principalele lor caracteristici pentru cazurile cele

mai întâlnite în studiul mașinilor electrice de curent alternativ.



- fig. 84-1 -

a) T.e.m. de transformare.

Să presupunem armăturile în repaus (absolut, sau relativ), deci $\alpha = \text{constant}$, iar fluxul polar variabil în timp sinusoidal, ca urmare de exemplu a curentului:

$$(210) \quad i_1 = I_{1m} \cdot \cos \omega t = I_1 \sqrt{2} \cdot \cos \omega t$$

Înlocuind această valoare în (203) și ținând seama de (187) și (206), rezultă:

$$(211) \quad \psi_2 = L_{12} W_2 \phi_{2m} \cdot \cos \alpha \cdot \cos \omega t$$

în care: $\phi_{2m} \cdot \cos \alpha = \phi_{2m}$

reprezintă valoarea maximă în timp a fluxului fascicular prin înfășurare, iar ϕ_{2m} este valoarea maximă în timp a fluxului polar. Putem scrie deci:

$$(212) \quad \psi_2 = (k_{w2} W_2 \phi_{2m}) \cos \omega t = \Psi_{2m} \cdot \cos \omega t$$

Atunci t.e.m. va fi:

$$(213) \quad e_2 = - \frac{d\psi_2}{dt} = \omega \Psi_{2m} \cdot \sin \omega t = 2\pi f (k_{w2} W_2 \phi_{2m}) \sin \omega t = E_2 \sqrt{2} \cdot \sin \omega t$$

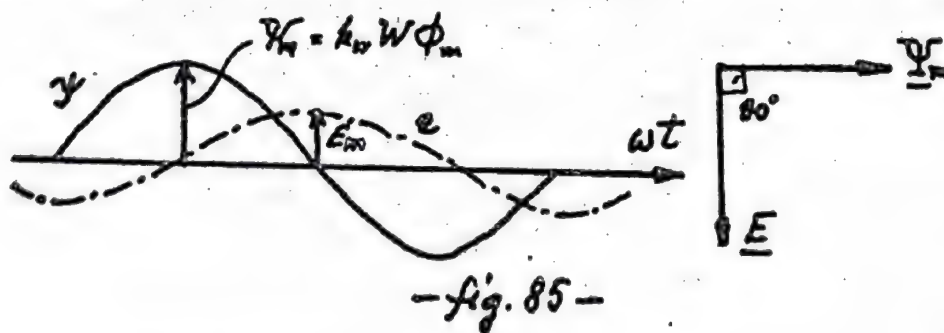
Eliminând indicii 2 neesențiali, rezultă expresiile fluxului și t.e.m. următoare:

$$(214) \quad \begin{aligned} \psi &= (k_w W \phi_m) \cos \omega t = \Psi_m \cdot \cos \omega t \\ e &= E \sqrt{2} \sin \omega t = E_m \cdot \sin \omega t \end{aligned}$$

care ne arată:

1 - amindouă mărimile variază sinusoidal în timp, t.e.m. fiind defazată la $\frac{\pi}{2}$ în urma fluxului (fig. 85 reprezentarea fazorială din dreapta)

2 - pulsația în timp (deci și frecvența) a t.e.m. și a fluxului, coincid cu cele ale curentului inductor, deci cu cele ale cimpului exterior înfășurării induse



3 - valoarea efectivă a t.e.m. induse este:

$$(215) \quad \boxed{E = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot f \cdot k_w W \phi_m}$$

formulă foarte asemănătoare cu cea de la transformator (vol. I formula (206) pentru tensiune, care reprezintă în fond valoarea t.e.m. E_1 din primar), având însă în locul lui W_1 , numărul "echivalent" de spire $k_w \cdot W_1$.

Cea mai mare valoare efectivă a t.e.m. induse prin transformare corespunde valorii $\alpha = 0$ (adică cîmpul exterior înfășurării acționează în axa acesteia); pentru $\alpha = 90^\circ$ electrice t.e.m. de transformare se anulează (cîmpul exterior este ortogonal pe înfășurare).

Formularea acestor rezultate s-a făcut astfel încît ipoteza inițială a întrefierului constant să nu afecteze cu nimic generalitatea rezultatelor.

b) T.e.m. de mișcare.

Să presupunem acum că i_1 este continuu (deci constant în timp) iar α este variabil în timp, ca urmare a rotației uniforme a rotorului, de exemplu spre stînga în fig. 84, cu viteza unghiulară reală Ω , ceea ce corespunde vitezei:

$$(216) \quad \omega = p \Omega$$

în planul electric. Variația în timp a lui α se poate scrie:

$$(217) \quad \alpha = \omega t$$

dacă se presupune că la $t = 0$ cîmpul exterior (de exemplu cel al înfășurării (1)) este în axa înfășurării indusului (2).

De data aceasta fluxul polar produs de curentul constant i_1 (Φ_{21} pe fig. 84) este constant, dar variază poziția lui ca fazor, în raport cu axa înfășurării de pe stator.

Fluxul total prin înfășurare este:

$$(218) \quad \Psi_2 = k_{w2} W_2 \Phi_{21} \cdot \cos \alpha = k_{w2} W_2 \Phi_{21} \cdot \cos \omega t$$

sau eliminînd indicii introduși convențional și deci neesențiali:

$$(219) \quad \underline{\Psi = (k_w W \Phi_e) \cos \omega t = \Psi_m \cdot \cos \omega t}$$

adică o expresie identică cu (214). Prin urmare cele spuse la t.e.m. de transformare rămîn valabile și pentru t.e.m. de mișcare,

adică expresiile (214) reprezentate în fig.85 și formula valorii efective a t.e.m. (215). Singurele diferențe notabile sînt:

a - la t.e.m. produsă prin mișcare, fluxul maxim din (215) depinde doar de curentul inductor; la t.e.m. de transformare acest flux depindea și de poziția dată a înfășurărilor (unghiul α)

b - pulsația ω a t.e.m. de mișcare este proporțională cu viteza unghiulară reală a rotorului, nefiind legată de o caracteristică a curentului i_1 , în acest caz continuu.

Observații:

1 - frecvența t.e.m. induse prin mișcare se poate scrie în funcție de turația n a rotorului măsurată în rot/min astfel:

$$(220) \quad f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{pR}{2\pi} = \frac{p}{2\pi} \left(\frac{\pi n}{30} \right)$$

adică:

$$(221) \quad f = \frac{p \cdot n}{60}$$

2 - cîmpul magnetic produs prin mișcarea rotorului cu înfășurare parcursă de curent continuu este un cîmp magnetic invirtitor produs pe cale mecanică cu poli inecați (fig.61), sau cu poli sparenți (fig.67); producerea t.e.m. în acest mod este fenomenul fizic de bază în conversia electromecanică a energiei cinetice mecanice, în energie electromagnetică de curent alternativ.

Mașinile sincrone produc t.e.m. tocmai în acest mod analizat aci.

3 - deoarece fenomenele de inducție electromagnetică depind numai de mișcări relative ale circuitelor față de cîmpul inductor, cele spuse rămîn valabile și în cazul în care rotorul ar fi fix, iar statorul s-ar roti (invers, spre dreapta) cu viteza Ω . Cum acest lucru este dificil de realizat mecanic, cele spuse rămîn valabile și în cazul cînd înfășurarea de excitație ar fi pe stator (ca în fig.68), iar înfășurarea indusă, sediul producerii t.e.m. ar fi situată pe rotorul în mișcare.

4 - rezultatele stabilite rămîn valabile și în cazul că ambele armături sînt fixe, dar cîmpul invirtitor este produs pe cale electrică (de exemplu trei înfășurări monofazate la 120° electrice pe rotor, cu acelaș număr de poli ca înfășurarea de pe stator, parcurse de trei curenți trifazați simetrici, avînd succesiunea fazelor în sensul trigonometric); din punctul de vedere al armonicilor spațiale superioare, echivalența cu cîmpul invirtitor produs pe cale mecanică nu mai este posibilă (aceste armonici se ro-

tesc cu viteze mai mici față de stator, așa cum s-a arătat la cap. 2.2.9. expresia (140); la producere pe cale mecanică toate armonicele spațiale ale cimpului se rotesc cu aceeași viteză față de stator)

5 - dacă presupunem că și rotorul și statorul se rotesc în același sens, cu viteze diferite $\Omega_R > \Omega_S$, unghiul electric se va scrie analog cu (217) sub forma:

$$(222) \quad \alpha = p(\Omega_R - \Omega_S)t = (\omega_R - \omega_S)t = \omega_{rel} \cdot t$$

deci rezultatele stabilite rămân valabile, cu condiția ca ω să fie luat:

$$(223) \quad \omega = \omega_{rel} = \omega_R - \omega_S$$

Frecvența t.e.m. induse în acest caz este:

$$(224) \quad \underline{f = \frac{p(n_R - n_S)}{60}}$$

Se vede imediat că dacă $\Omega_R = \Omega_S$ (armături în repaus relativ) t.e.m. de mișcare este nulă.

6 - rezultatele stabilite, inclusiv cele de la pct.a), iau în considerație exclusiv doar armonica spațială fundamentală a cimpului din întrefier.

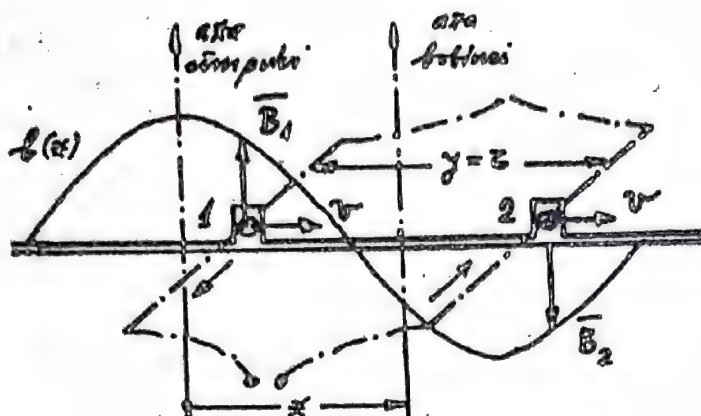
7 - rezultatele stabilite la pct.b) se pot deduce pe o cale asemănătoare cu cea urmată la stabilirea tensiunii magnetice a înfășurărilor, plecând de la expresia t.e.m. de mișcare:

$$(225) \quad e = \oint_r (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

considerind cimpul inductor exterior fix și înfășurarea indusă în mișcare, așa cum se face în alte manuale.

Deoarece acest mod de abordare are unele avantaje, vom arăta în continuare felul în care se aplică relația (225) pe un caz simplu, demonstrând echivalența cu modul de prezentare din acest curs.

Pentru aceasta vom considera o bobină simplă cu o spiră, cu pas diametral $y = \tau$, care se deplasează cu armătura pe care se află, cu viteza v constantă, în cimpul magnetic cu inducție radială sinusoidală spațial din fig.86.



-fig. 86-

Poziția bobinei față de cîmpul fix este dată prin coordonata x față de axa cîmpului, a axei de simetrie a bobinei, deci laturile 1 și 2 ale acesteia se află la $x - \frac{z}{2}$, respectiv $x + \frac{z}{2}$. Deoarece în lungul laturilor active viteza și inducția au aceleași valori, t.e.m. calculată cu (225) în sensul orientat după regula burghiului drept cu sensul axei bobinei este:

$$(226) \quad e = vl(B_2 + B_1) = vl \left[b(x_1) - b(x_2) \right] = vl \left[b\left(x - \frac{z}{2}\right) - b\left(x + \frac{z}{2}\right) \right]$$

Cum curba inducției, chiar nesinusoidală dar simetrică, satisface:

$$(227) \quad b\left(x - \frac{z}{2}\right) = -b\left(x + \frac{z}{2}\right)$$

rezultă:

$$(228) \quad \underline{e = 2vl \cdot b\left(x - \frac{z}{2}\right) = 2vl \cdot b(x_1)}$$

Ca urmare a mișcării uniforme cu $v = \text{constant}$, argumentul x_1 crește liniar cu timpul t și rezultă că t.e.m. indusă va varia în timp, exact cum va varia inducția magnetică în spațiu; dacă $y < z$ acest lucru nu mai este valabil decât pentru t.e.m. culeasă în părțile de fiecare latură a bobinei (așa numita t.e.m. a unui conductor).

Considerînd repartitia inducției:

$$(229) \quad b(x) = B_m \cdot \cos \frac{\pi x}{\lambda}$$

t.e.m. dată de (228) va fi:

$$(230) \quad e = 2rl B_m \cos \frac{\pi}{2} \left(x - \frac{3}{2} \right) = D \Omega l B_m \sin \frac{\pi x}{2}$$

Avem însă:

$$(231) \quad D = \frac{2p^2}{\pi} \quad x = vt = \frac{D}{2} \Omega t$$

ceea ce permite scrierea lui (230) sub forma:

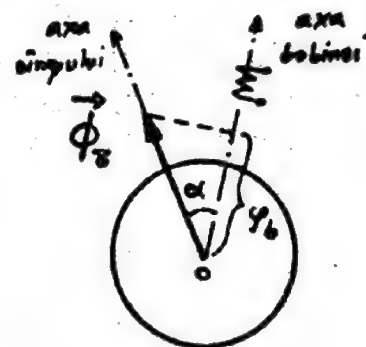
$$(232) \quad e = \left(\frac{2}{\pi} p l B_m \right) (p \Omega) \sin (p \Omega) t$$

Ținând seama de (185) și (216) se ajunge la:

$$(233) \quad \underline{e = \omega \phi_z \cdot \sin \omega t}$$

În planul electric, situația din fig. 86 se reprezintă ca în fig. 87, unghiul electric de decalaj α spațial fiind:

$$(234) \quad \alpha = p \alpha_g = p \left(\frac{2x}{D} \right) = \\ = p \cdot \frac{2vt}{D} = (p \Omega) t = \omega t$$



- fig. 87 -

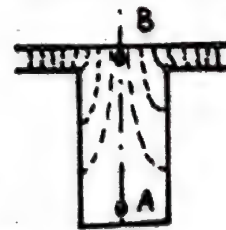
Aplicînd teorema proiecției obținem că fluxul prin bobină este:

$$(235) \quad \varphi = \phi_z \cdot \cos \omega t$$

deci prin derivare, t.e.m. se obține identică cu (233), deci cele două metode de calcul a t.e.m. de mișcare sînt echivalente c.c.t.d.

Metoda de calcul bazată pe (225) prezintă inconvenientul că laturile bobinelor sînt în creștături, fiind ecranate față de cîmp din cauza pereților laterali apropiați cu $\mu = \infty$, ceea ce face ca inducția în dreptul conductorului să fie mult mai mică ca cea din întrefier, din axa creștăturii (fig. 88).

Trebuie deci justificată folosirea în expresiile de calcul a valorii inducțiilor din întrefier și nu din creștături (adică din puncte ca B' și nu ca A - fig. 88). Această contradicție aparentă se rezolvă cel mai simplu, observînd că ceea ce contează în procesul inducției electromagnetice es-



- fig. 88 -

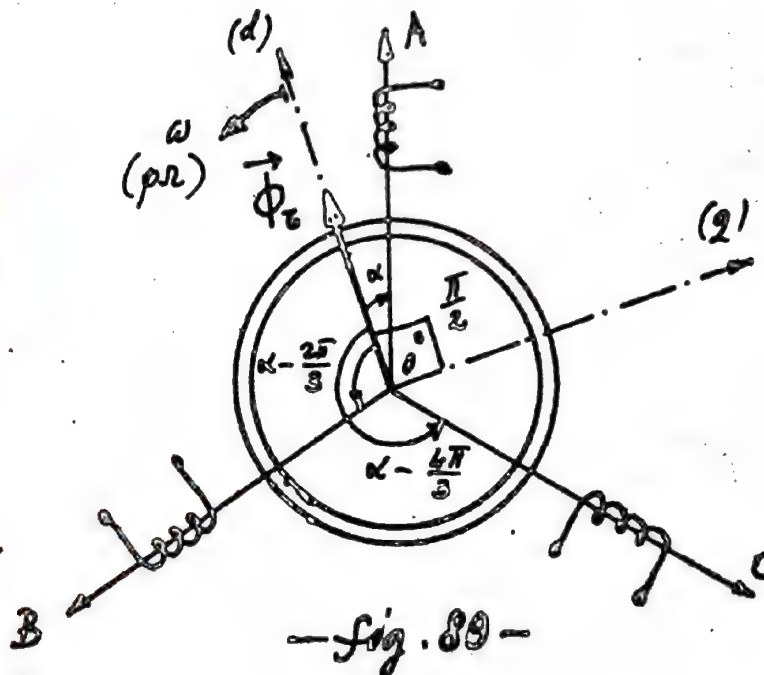
te variația fluxului magnetic, ori această variație este aceeași în timpul mișcării, pentru conductorul din A ca și cel din B, din cauză că fluxul magnetic prin suprafața AB pe lungimea l a mașinii este nul.

3.2.2. Producerea t.e.m. trifazate.

Fie câmpul magnetic învîrtitor produs pe cale mecanică, de către un rotor cu poli așezați sau înecați, în mișcare cu viteză reală Ω , deci în planul electric cu viteză $\omega = p\Omega$.

Fluxul polar produs în întrefier este reprezentat prin fazorul $\vec{\Phi}_2$ ce corespunde fundamentalei tensiunii magnetice la $\delta = \text{constant}$, sau fundamentalei componente radiale a inducției magnetice la δ variabil, situat pe axa (d) care este axa câmpului produs (fig. 89).

Să presupunem pe statorul fix, o înfășurare trifazată simetrică, ale cărei trei faze A, B, C au axele la 120° electrice și succesiunea identică cu sensul de rotație al rotorului, așa cum



se arată pe fig. 89 alăturată. Conform teoremei proiecției, cele trei fluxuri magnetice totale prin cele trei faze vor fi:

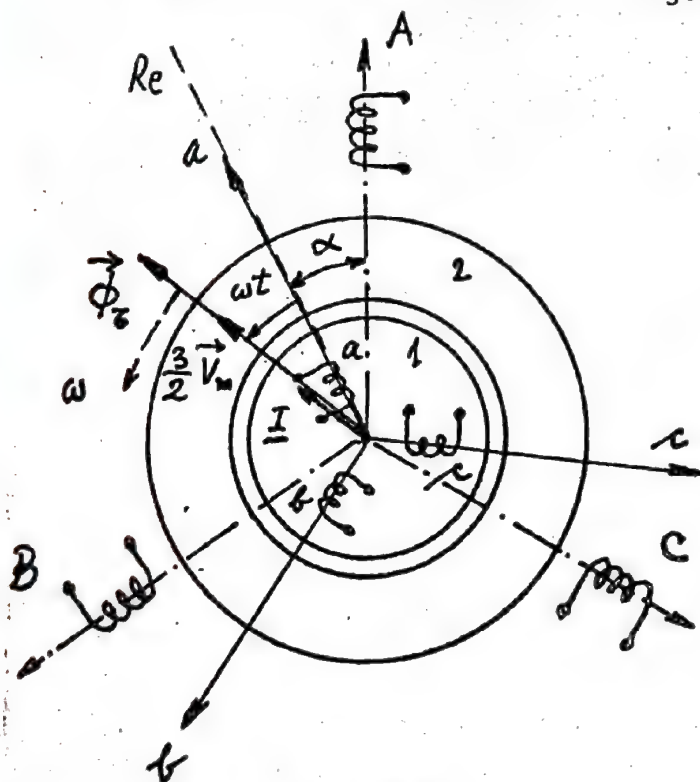
$$(236) \begin{cases} \psi_A = k_w W \phi_2 \cos \alpha = (k_w W \phi_2) \cos \omega t \\ \psi_B = k_w W \phi_2 \cos(\alpha - \frac{2\pi}{3}) = (k_w W \phi_2) \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ \psi_C = k_w W \phi_2 \cos(\alpha - \frac{4\pi}{3}) = (k_w W \phi_2) \cos(\omega t - \frac{4\pi}{3}) \end{cases}$$

T.e.m. rezultă atunci prin derivare în timp:

$$(237) \begin{cases} e_A = \sqrt{2} E \sin \omega t \\ e_B = \sqrt{2} E \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ e_C = \sqrt{2} E \sin(\omega t - \frac{4\pi}{3}) \end{cases}$$

adică formează un sistem trifazat simetric de t.e.m.

Acelaș sistem de t.e.m. trifazate ar putea fi produs fără mișcare, folosind cîmpul magnetic învîrtitor produs pe cale electrică de rotorul fix trifazat din fig.90 parcurs de curenți tri-



-fig. 90-

fazați simetrici cu succesiunea fazelor în aceeași direcție ca cea de rotație din fig.89. adică:

$$(238) \begin{cases} i_a = I\sqrt{2} \cos \omega t \\ i_b = I\sqrt{2} \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ i_c = I\sqrt{2} \cos(\omega t - \frac{4\pi}{3}) \end{cases}$$

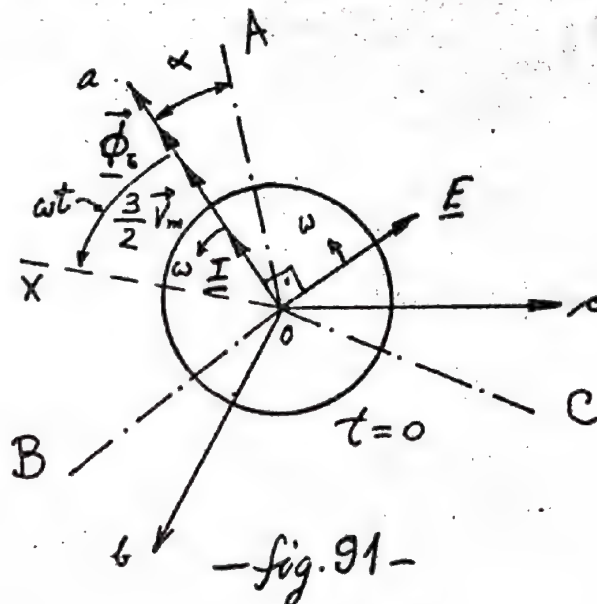
Pentru aceasta folosim rezultatele de la cap.2.2.9. și corelația spațio-temporală obținută prin suprapunerea peste axa a din planul electric al secțiunii, a axei de timp a fazorilor trifazați, sau a fazorului unic (fig.59) trifazat \underline{I} . Cei trei fazori \underline{I} , $\frac{3}{2} \underline{V_m}$ și $\underline{\Phi_2}$ se ro-

tesc în planul electric cu viteze ω în sensul succesiunii a, b, c a celor trei faze rotorice. Conform teoremei proiecției, fluxurile totale prin fazele A, B, C (a se observa coincidența succesiunii fazelor statorice și rotorice) vor fi date de:

$$(239) \begin{cases} \psi_A = k_w W \phi_2 \cos(\alpha + \omega t) \\ \psi_B = k_w W \phi_2 \cos(\alpha + \omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ \psi_C = k_w W \phi_2 \cos(\alpha + \omega t - \frac{4\pi}{3}) \end{cases}$$

Dacă $\alpha = 0$ (așezare coaxială a celor două armături, cu fazele omoloage A, a etc.. față în față) se obțin aceeași expresii ca în (236), deci se produc aceeași t.e.m. trifazate.

Atît în cazul de la început, cît și în cazul acesta, corelația spațio-temporală permite o reprezentare intuitivă simplă a fenomenelor din mașinile electrice, care poate fi extinsă și în ceea ce privește t.e.m. induse. Astfel, dacă miezul magnetic al armăturilor este fără pierderi histeretice, sau prin curenți turbionari, fluxul magnetic ca fazor de timp este evident în fază cu curenții I fiind la $\frac{\pi}{2}$ în fața t.e.m. conform celor stabilite la cap.3.2.1. Rezultă că fazorul E este în urma lui I care produce cîmpul, la $\frac{\pi}{2}$ așa ca în fig.91



Ca urmare a corelației, toți fazorii din fig.91 se rotesc în sensul trigonometric cu viteza ω , fluxul $\vec{\Phi}_2$ putînd fi considerat în acelaș timp ca fazor spațial (în sens de flux polar) sau ca fazor unic trifazat (fig.59 dreapta). La fel t.e.m. E .

Se capătă astfel posibilitatea de a aplica teorema proiecției în toată generalitatea acesteia. Astfel, la un moment dat t , fazorii rotitori I , $\frac{3}{2} \vec{V}_m$ și $\vec{\Phi}_2$ ($\vec{\Phi}$) vor face unghiul ωt cu axa a, fiind așezați pe axa OX din fig.91. T.e.m. induse în fazele A, B, C se vor obține direct, prin proiectarea lui E pe axele respective și înmulțire cu $\sqrt{2}$, ceea ce se poate verifica direct, pentru $\alpha = 0$ rezultînd chiar expresiile (237).

În acelaș timp, se constată că între t.e.m. induse în faza a a rotorului și faza A a statorului, există defazajul dat chiar de

unghiul electric α dintre axele celor două faze.

Să considerăm acum cazul mai general, cînd rotorul trifazat din fig. 90 se rotește în sensul succesiunii fazelor (spre stînga) alimentarea celor trei faze a, b, c făcîndu-se prin cel puțin trei inele de contact cu perii (la legarea în stea cu neutru izolat).

În acest caz, cîmpul învîrtitor produs pe cale electrică se va roti în sensul succesiunii fazelor rotorice, cu o viteză reală față de rotor, dată de:

$$(240) \quad \Omega = \frac{\omega}{p}$$

Cum rotorul însuși se rotește în același sens față de stator, cu viteza mecanică Ω_r , rezultă că viteza de deplasare a cîmpului față de stator va fi dată de:

$$(241) \quad \Omega_s = \Omega + \Omega_r$$

Prin urmare frecvența t.e.m. induse în fazele A, B, C ale statorului, va fi după (216):

$$(242) \quad \omega_s = p\Omega_s = p(\Omega + \Omega_r) = \omega + p\Omega_r$$

mai mare ca cea a curenților din rotor. Mașina funcționează ca un convertor de frecvență.

3.2.3. Armonici superioare ale t.e.m.

În înfășurările indusului apar în procesul de inducere a t.e.m. și armonici superioare de timp, care conduc la deformarea formei de variație în timp a curbei t.e.m. (regim deformant).

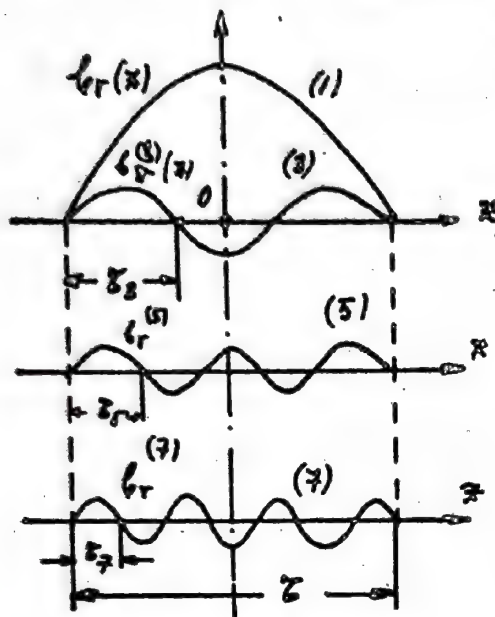
O cauză a apariției acestor armonici, o constituie prezența armonicelor spațiale superioare ale inducției magnetice radiale din întrefierul mașinii.

Pentru a vedea modul în care se manifestă aceste armonici și condițiile în care produc deformarea t.e.m. ne vom întoarce la cazul studiat la cap. 3.1. a) și b), unde s-a considerat doar armonica fundamentală a cîmpului. Luînd acum în considerație și armonicile spațiale de ordin superior, vom observa că dacă se consideră aceeași axă de referință ca cea în raport cu care s-a scris fundamentală

(193), vom avea pentru armonica de ordin (ν) expresia:

$$(243) \quad b_r^{(\nu)}(x) = \pm B_m \nu \cdot \cos \frac{\nu \pi x}{\tau}$$

cu semnul depinzind de valoarea lui (ν) , fapt neesențial pentru cele ce urmează. Pe fig. 92 s-au reprezentat armonicile 3, 5, 7 ale cimpului. Se vede imediat că numărul de poli ai armonicii (ν) este dat de:



- fig. 92 -

$$(244) \quad p_\nu = \nu \cdot p$$

iar pasul polar corespunzător este:

$$(245) \quad \tau_\nu = \frac{1}{\nu} \cdot \tau$$

Fluxul polar rezultă același, fie că se calculează pe τ , fie pe τ_ν , fiind dat de relația:

$$(246) \quad \begin{aligned} \phi_\tau^{(\nu)} &= \int_{-\tau/2}^{+\tau/2} b_r^{(\nu)}(x) \ell \, dx = \\ &= \int_{-\tau/2}^{+\tau/2} b_r^{(\nu)}(x) \ell \cdot dx = \frac{1}{\nu} \cdot \frac{2}{\pi} \tau \ell B_m \nu \end{aligned}$$

Deoarece avem:

$$(247) \quad B_m \nu = \mu_0 \cdot \frac{V^{(\nu)}}{K_c \delta} = \mu_0 \cdot \frac{V^{(\nu)}}{\delta'}$$

rezultă că putem scrie:

$$(248) \quad \phi_\tau^{(\nu)} = \frac{1}{\nu} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \lambda_\delta \cdot V^{(\nu)}$$

asemănător cu relația (187).

Pentru determinarea fluxului util total prin înfășurarea (2) (fig. 82), vom urma aceeași cale ca în cap. 3.1. b) observând că de data aceasta relația care înlocuiește pe (197) este:

$$(249) \quad M^{(\nu)} i_1 i_2 = \frac{\mu_0}{K_c \delta} \ell \cdot \int_0^{\tau/2} v_1^{(\nu)}(x) v_2^{(\nu)}(x) \, dx$$

in care:

$$(250) \quad \begin{cases} v_1^{(v)}(x) = V_1^{(v)} \cos \frac{\gamma \pi x}{\delta} \\ v_2^{(v)}(x) = V_2^{(v)} \cos \frac{\gamma \pi (x-h)}{\delta} \end{cases}$$

Calculând integrale (249) după modul indicat de (198), se ajunge la relația:

$$(251) \quad M_{12}^{(v)} i_1 = \psi_{12}^{(v)} i_1 = \psi_{21}^{(v)} i_2 = \rho \lambda \delta V_1^{(v)} V_2^{(v)} \cos \gamma \varepsilon$$

Dacă în (249) s-ar fi considerat ordine diferite ale lui V_1 și V_2 , calculul integralei ar fi condus la un rezultat nul, ceea ce arată că interacțiunea magnetică se realizează pe armonici de același ordin. Mai departe ținând seama de amplitudini:

$$(252) \quad \begin{cases} V_1^{(v)} = \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \frac{k w_1 W_1}{p} i_1 \\ V_2^{(v)} = \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \frac{k w_2 W_2}{p} i_2 \end{cases}$$

rezultă relațiile asemănătoare cu (200):

$$(253) \quad \begin{cases} \psi_{21}^{(v)} = k w_2 \cdot W_2 \cdot \phi_{12}^{(v)} \cdot \cos \gamma \varepsilon \\ \psi_{12}^{(v)} = k w_1 \cdot W_1 \cdot \phi_{22}^{(v)} \cdot \cos \gamma \varepsilon \end{cases}$$

Relația generală, fără indicii neesențiali, analogă lui (201) este în acest caz:

$$(254) \quad \boxed{\psi^{(v)} = k w W \phi_z^{(v)} \cdot \cos \gamma \varepsilon}$$

Dacă se consideră acum modurile de producere a t.e.m. din cap. 3.2.1., de exemplu cazul studiat acolo (fig.84), vom avea pentru cele două tipuri de t.e.m. următoarele rezultate:

a) T.E.M. de transformare

Fluxul total prin înfășurarea (2) dat de teorema proiecției (254), este:

$$(255) \quad \psi^{(v)} = k w W \underbrace{\phi_{zm}^{(v)} \cos \gamma \alpha}_{\cos \gamma \alpha} \cdot \cos \omega t = \underbrace{k w W \phi_m^{(v)}}_{\cos \gamma \alpha} \cdot \cos \omega t =$$

$$= \Psi_m^{(\nu)} \cos \omega t$$

în care k_w și W se referă la înfășurarea prin care se determină acest flux, iar $\phi_m^{(\nu)}$ este fluxul polar de armonică (ν) inductor, al cîmpului exterior (în cazul fig. 84, produs de înfășurarea inductoare (1)). Fluxul $\phi_m^{(\nu)}$ reprezintă fluxul fascicular maxim în timp și spațiu, prin înfășurarea considerată, indusă. Se observă că unghiul electric pentru armonică de ordin (ν) este de ν ori mai mare ca unghiul electric pentru fundamentală.

T.e.m. de transformare rezultă:

$$(256) \quad e_t^{(\nu)} = - \frac{d\Psi^{(\nu)}}{dt} = - \omega \Psi_m^{(\nu)} \sin \omega t = \omega k_w W \phi_m^{(\nu)} \sin \omega t$$

avînd aceeași frecvență cu curentul inductor (cîmpul exterior) și cu o valoare efectivă:

$$(257) \quad E^{(\nu)} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f k_w W \phi_m^{(\nu)}$$

b) T.E.M. de mișcare

Fluxul polar $\phi_z^{(\nu)}$ este constant în timp, dar α variază cu legea (217). După teorema proiecției avem:

$$(258) \quad \Psi^{(\nu)} = k_w \nu \cdot W \cdot \phi_z^{(\nu)} \cdot \cos \nu(\omega t) = \Psi_z^{(\nu)} \cdot \cos \nu \omega t$$

decî t.e.m. de mișcare rezultă:

$$(259) \quad e_m^{(\nu)} = - \frac{d\Psi^{(\nu)}}{dt} = \nu \omega k_w W \phi_z^{(\nu)} \cdot \sin(\nu \omega) t$$

adică are o frecvență de ν ori mai mare ca cea indusă de fundamentală, (216). Valoarea efectivă este:

$$(260) \quad E^{(\nu)} = \nu \cdot \left(\frac{2\pi}{\sqrt{2}} f k_w W \phi_z^{(\nu)} \right)$$

Concluzie: Armonicile superioare spațiale ale cîmpului magnetic inductor produc armonici superioare de timp în t.e.m. indusă, numai în situația în care se rotesc cu aceeași viteză ca fundamentală, față de înfășurarea indusă.

Acest lucru are loc în cazul producerii cîmpului magnetic în-

virtitor pe cale mecanică și nu are loc la producerea cîmpului învirtitor pe cale electrică, dacă armătura inductoare este în repaus relativ față de cea a indușului (înfășurările celor trei faze inductoare fiind în repaus față de induș, avem t.e.m. numai de transformare). Dacă însă armătura trifazată inductoare se mișcă față de cea indușă, atunci apar armonici superioare de timp în t.e.m. induse în fazele statorului.

Datorită relației (260), chiar armonici spațiale de mică amplitudine pot produce armonici de timp observabile, deoarece valorile efective se înmulțesc cu ordinul (γ) al armoniciilor.

Să vedem efectele armonicilor superioare de timp în cazul inducerii a.e.m. trifazate:

a) Pentru cazul producerii cîmpului învirtitor pe cale mecanică

Armonica de ordin (γ) produce t.e.m. trifazate:

$$(261) \quad \begin{cases} e_A^{(\gamma)} = E^{(\gamma)} \sqrt{2} \cdot \sin \gamma \omega t \\ e_B^{(\gamma)} = E^{(\gamma)} \sqrt{2} \sin \gamma (\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ e_C^{(\gamma)} = E^{(\gamma)} \sqrt{2} \sin \gamma (\omega t - \frac{4\pi}{3}) \end{cases}$$

Dacă $\gamma = 3K$ (multiplu de trei), se obțin sisteme omopolare (adică trei t.e.m. în fază în cele trei faze induse, de frecvențe de $3K$ ori mai mari ca fundamentalele)

Dacă $\gamma = 6K-1$ (adică ordine 5, 11, 17 etc..) se formează sisteme simetrice dar de succesiune inversă a t.e.m. trifazate.

Dacă $\gamma = 6K + 1$ (adică ordine 7, 13, 19 etc..) se formează sisteme simetrice de succesiune directă a t.e.m. trifazate.

b) Pentru cazul producerii cîmpului învirtitor pe cale electrică, cu armătura în mișcare față de cealaltă, indușă.

Presupunem că rotorul inductor se mișcă în același sens cu cîmpul învirtitor fundamental, cu viteza reală Ω_r . Armonicile superioare se rotesc față de rotor cu viteze mai mici (a se vedea (140)), într-un sens sau altul, după cum s-a arătat la finele cap. 2.2.9. Folosind compunerea vitezelor (241), pulsația fundamentalei (242) și faptul că frecvențele induse prin mișcare sînt de γ ori mai mari ca cea a fundamentalei, în tabloul de mai jos se arată rezultatele în acest caz:

ν	$R_{\nu r}$	R_r	$R_{\nu s} = R_r + R_r$	$\omega_{\nu} = \nu p \cdot R_{\nu s}$
1	$+R = \frac{\omega}{p}$	$+R_r$	$R_{1s} = R + R_r$	$\omega_1 = p R_{1s} = \omega_r + \omega$
3	-	$+R_r$	-	-
5	$-\frac{1}{5} \cdot R$	$+R_r$	$R_{5s} = R_r - \frac{R}{5}$	$\omega_5 = 5p R_{5s} = 5\omega_r - \omega$
7	$+\frac{1}{7} R$	$+R_r$	$R_{7s} = R_r + \frac{R}{7}$	$\omega_7 = 7p R_{7s} = 7\omega_r + \omega$
9	-	$+R_r$	-	-
11	$-\frac{1}{11} \cdot R$	$+R_r$	$R_{11s} = R_r - \frac{R}{11}$	$\omega_{11} = 11p R_{11s} = 11\omega_r - \omega$

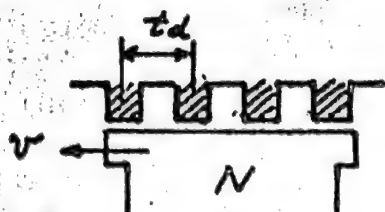
În prima coloană s-a trecut ordinul armonicii considerate, în a doua coloană viteza reală a cîmpului armonicii față de rotor (cu semn minus s-au notat cele care se rotesc în sens invers), în a treia coloană este viteza reală a rotorului, în a patra coloană rezultantă față de statorul fix, iar în ultima coloană pulsația (frecvența) t.e.m. induse în fazele statorice.

Spre deosebire de cazul a) se observă că aici nu apar t.e.m. omopolare de frecvențe ce corespund lui $\nu = 3K$ (avantaj), dar pot apărea frecvențe de multiplu par (de exemplu dacă $\omega_r = \omega$ fundamentală are 2ω iar celelalte nenule au 4ω , 8ω etc.).

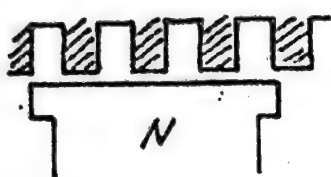
Se vede deasemenea că dacă rotorul este fix ($\omega_r = 0$) în t.e.m. induse nu mai apar armonici superioare, ceea ce justifică afirmațiile anterioare.

O altă cauză a apariției de armonici superioare de timp în curba t.e.m. este existența creștăturilor (a se vedea cap. 2.4.3) care face ca în timpul mișcării cîmpului învîrtitor, permeanța magnetică pe un pol să varieze periodic producînd un efect de modulare a fluxului.

Acest lucru poate fi simplu înțeles, dacă se consideră fig. 93 de pe pagina următoare, în care se arată două poziții ale unui pol (armătură cu poli aparenti), în timpul mișcării rotorului. Într-una din poziții avem patru dinți sub pol (permeanță magnetică mărită), iar în cealaltă, numai trei dinți (permeanță magnetică micșorată). Cum mișcarea este uniformă, situațiile considerate se repetă periodic în timp, cu o perioadă ce poate fi determinată din viteza peri-



-fig.93-



ferică v și pasul dentar t_d al creștăturilor:

$$(262) \quad T = \frac{t_d}{v}$$

Deci numărul total de creștături este Z , iar viteza în rot/min n , avem:

$$(263) \quad T_d = \frac{\pi D}{Z} \cdot \frac{60}{\pi D n} = \frac{60}{n Z}$$

sau calculînd frecvența:

$$(264) \quad f_d = \frac{n Z}{60}$$

Pentru o mașină cu $n=1500$ rot/min și $Z = 30$ creștături, rezultă o frecvență de modulație de 750 Hz, deci fenomenul conduce la armonici de ordine ridicate (în exemplul considerat de ordin 15 la o mașină bipolară), care deformează forma de undă a t.e.m.

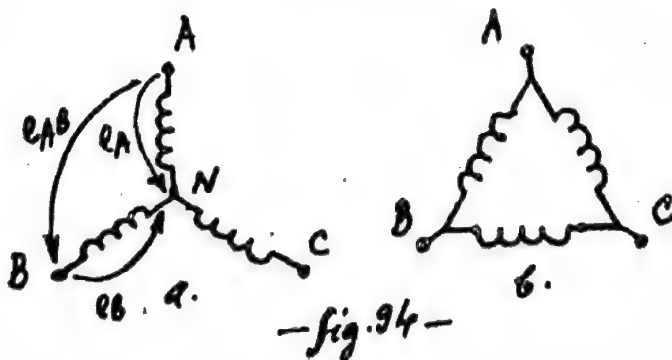
Cazul în care curenții inductori sînt ei înșiși deformați în timp conduce la calcule complicate pe care nu le considerăm în prezentul curs.

3.2.4. Înbunătățirea formei curbei t.e.m.

În cele ce urmează, vom expune cîteva din metodele principale de evitare a apariției de armonici în curba t.e.m. funcție de timp.

a) Modul de conexiune a fazelor.

Fazele unei înfășurări trifazate pot fi legate în două moduri principale: stea sau triunghi (fig.94)



-fig.94-

La legarea în stea a fazelor există posibilitatea îmbunătățirii formei t.e.m. de linie (dintre faze), deoarece aceasta se obține ca diferență a două t.e.m. de fază:

$$(265) \quad e_{AB} = e_A - e_B$$

Cum t.e.m. de fază sînt:

$$e_A = E_m \sin \omega t + E_m^{(3)} \sin 3\omega t + E_m^{(5)} \sin 5\omega t + E_m^{(7)} \sin 7\omega t + \dots$$

$$(266) \quad e_B = E_m \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) + E_m^{(3)} \sin(3\omega t - \frac{2\pi}{3}) + E_m^{(5)} \sin(5\omega t - \frac{2\pi}{3}) + E_m^{(7)} \sin(7\omega t - \frac{2\pi}{3}) + \dots$$

rezultă că t.e.m. de linie este:

$$(267) \quad e_{AB} = \sqrt{3} E_m \cos(\omega t - \frac{\pi}{3}) + \sqrt{3} E_m^{(5)} \cos(5\omega t - \frac{\pi}{3}) + \sqrt{3} E_m^{(7)} \cos(7\omega t - \frac{\pi}{3}) + \dots$$

Se observă că toate armonicile de ordin 3K, care formează sisteme omopolare, dispar din curba t.e.m. de linie, care devine în felul acesta mai apropiată de o sinusoidă decît t.e.m. de fază.

La legarea în triunghi acest lucru nu este cu putință, forma t.e.m. de linie fiind identică cu cea de fază.

Din acest motiv legarea în stea este preferată, ea avînd în plus și alte avantaje:

- posibilitatea folosirii punctului neutru
- lipsa unui contur închis (ca la triunghi) pe care ar putea circula curenți interiori, ca urmare a micilor nesimetrii inerente construcției mașinii
- posibilitatea obținerii unor t.e.m. de linie mai ridicate cu acelaș număr de spire (la acelaș cîmp inductor)

Trebuie observat că în condițiile existenței armonicilor superioare de timp, relația binecunoscută dintre t.e.m. de linie și cea de fază în valori efective:

$$(268) \quad E_l = \sqrt{3} \cdot E_f$$

nu mai este exact îndeplinită, ci doar cu aproximație (avem în realitate $E_l < \sqrt{3} E_f$).

b) Modul de execuție a înfășurării indusului.

Din expresia (260) se vede că t.e.m. de armonică (γ) are ca factori coeficientii k_w , adică produsul coeficienților de scurtare $k_s^{(\gamma)}$ dat de (101) și de repartizare $k_a^{(\gamma)}$ dat de (87). Prin dimensionarea corectă a înfășurării se poate asigura o reducere a armonicilor superioare, în același mod ca la producerea cîmpului cu înfășurări repartizate. Deosebit de eficace este scurtarea pasului înfășurării, practică în cazul înfășurării dublu strat, prin care se pot chiar anula total anumite armonici supărătoare.

Astfel se ajunge pe aceeași cale ca în cap. 2.2.7. la concluzia că pentru eliminarea armonicilor de ordin (γ), trebuie ca scurtarea să se facă astfel încît relațiile (105) să fie respectate.

Rezultă că pentru anularea armonicilor 3 trebuie să luăm $\gamma = 0,66\bar{6}$, iar pentru anularea armonicilor de ordin 5, $\gamma = 0,8\bar{3}$ etc...

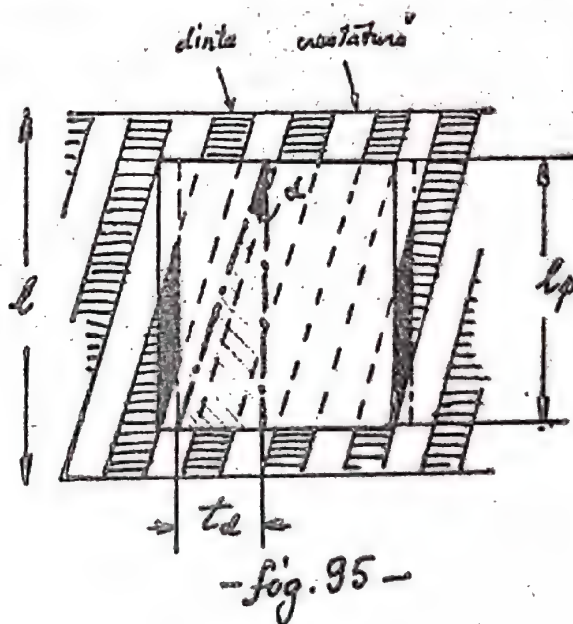
c) Anularea armonicilor de dantură.

Unul din cele mai răspîndite procedee de anulare a armonicilor de dantură, este înclinarea creștăturilor față de generatoarea paralelă cu axa de rotație a mașinii cu un unghi determinat de raportul:

$$(269) \quad \tan \alpha = \frac{t_d}{l_p}$$

în care t_d este pasul dentei, iar l_p lungimea în sens axial a tălpii polului aparat (fig. 95). La o asemenea dispoziție, se vede că la deplasarea relativă a celor două armături, suprafața dinților de sub talpa polului nu variază, căci ceea ce se pierde sub o muche laterală se câștigă sub cealaltă (arile înșegrite de pe figura 95); prin urmare permean-

ța întrefierului sub talpa polară rămîne invariabilă în timp și nu mai produce efectul de modulare a fluxului.



-fig. 95-

În cazul armăturilor cu poli oparenți este bineînțeles indiferent dacă se mișcă polii, sau inducul; de asemenea este indiferent dacă se înclină creștăturile, sau muchiile polare (ultimul caz nu se folosește). În cazul armăturilor cu poli înecați, sau a armăturilor de același tip, înclinarea se face pe lungimea comună în sens axial a armăturilor.

Realizarea practică a înclinării creștăturilor se face simplu în procesul tehnologic de impecchetare a tolelor, care se suprapun cu câte un mic decalaj sau se înclină tot pachetul cu ajutorul unor bare plasate în creștături și acționate manual (la mașini mici și mijlocii).

3.2.5. T.e.m. induse de cîmpurile de scăpări.

Toste considerațiile deupre t.e.m. făcute pînă acum, s-au referit la t.e.m. produse de cîmpurile magnetice utile.

Cîmpurile magnetice de scăpări (cap. 2.2.3. fig. 21 și fig. 23) (cap. 2.3.1. fig. 68) care se înlanțuie prin însăși natura lor doar cu înfășurarea inductoare, fiind antrenate în mișcare odată cu aceasta, nu pot produce în mod evident t.e.m. de mișcare, ci numai de transformare și aceasta doar dacă curentul prin înfășurarea considerată variază în timp.

Datorită faptului că liniile de cîmp magnetic de scăpări parcurg trasee cu spații mari de aer, la fel ca la transformator (vol. I cap. 2.2. pag. 114) se poate defini o inductanță de scăpări L_{σ} a înfășurării, astfel că fluxul total de scăpări înlanțuit cu înfășurarea este:

$$(270) \quad \Psi_{\sigma} = L_{\sigma} \cdot i$$

Dacă curentul variază sinusoidal în timp, t.e.m. de scăpări indusă prin transformare în înfășurare este:

$$(271) \quad e_{\sigma} = - \frac{d\Psi_{\sigma}}{dt} = - L_{\sigma} \frac{di}{dt}$$

sau fazorial:

$$(272) \quad \underline{E}_{\sigma} = -j\omega L_{\sigma} \underline{I} = -j \cdot X_{\sigma} \underline{I}$$

în care X_{σ} este reactanța de scăpări a înfășurării. Calculul acestei reactanțe este mai dificil ca la transformator, fiind obiectul

cursurilor de proiectare a mașinilor electrice, unde se arată că ea comportă patru componente: reactanța ce corespunde fluxului din creștături (de la un perete la altul), reactanța ce corespunde fluxului din întrefier de la un dinte la cel vecin, reactanța ce corespunde fluxului din zona capetelor frontale de bobine și reactanța de scăpări diferențială ce corespunde armonicilor spațiale superioare ale câmpului util, neluate în considerație în funcționarea mașinii.

Calculul acestei reactanțe comportă unele inexactități, fapt ce recomandă determinarea ei pe cale experimentală.

4. PRODUCEREA CUPLURILOR ELECTROMAGNETICE.

4.1. Introducere.

Fenomenele fizice de bază în producerea cuplurilor mașinilor electrice sînt cele studiate în vol. I cap. 2.3. din "Introducere" și anume cele notate prin Ia, Ib, IIa, IIb, IIIa și IIb. Pentru realizarea condițiilor de producere a conversiei electromecanice a energiei, trebuie ca după principiul II cap. 2.4. vol. I să varieze în timp cel puțin unul din parametrii L, M sau C, această variație făcîndu-se prin intermediul mișcării.

Ținînd seama de cele spuse în capitolele menționate și de cunoștințele de bazele teoretice ale electrotehnicii, calculul cuplurilor produse de interacțiunile electromagnetice, se face în principiu după una din următoarele metode:

1. Plecînd de la expresia:

$$(273) \quad d\vec{F} = i d\vec{l} \times \vec{B}$$

a forței Ampère-Laplace, pentru mașinile funcționînd cu cîmp magnetic, singurele interesante din punct de vedere al mărimii efectelor la scară industrială, așa cum s-a mai spus.

Metoda presupune calcule destul de lungi și necesită justificarea folosirii inducției din întrefier, în locul celei din dreptul conductorului, care este mai mică din cauza efectului de ecranare parțială produs de pereții creștăturii, de permeabilitate infinită. (fig. 88 - se folosește inducția din B în locul celei din A). Cea mai simplă justificare se bazează pe faptul că la deplasări virtuale ale armăturii cu creștături, lucrul mecanic la curent constant dat de expresia:

$$(274) \quad \delta \mathcal{L} = \nu \delta \psi$$

este aceeași pentru un conductor plasat în punctul A, sau B, deoarece pentru ambele conductoare variația fluxului magnetic este aceeași!

2. Plecând de la expresia teoremei forțelor generalizate în sensul mecanicii analitice a lui Lagrange:

$$(275) \quad F_x = - \left. \frac{\partial W_m}{\partial x} \right|_{\psi} = + \left. \frac{\partial W_m}{\partial x} \right|_i$$

în care W_m este energia magnetică (totală, sau de interacțiune),

x este coordonata generalizată (în cazul cuplului un unghi), derivările făcându-se fie la fluxuri constante, fie la curenți constanți. Pentru aceasta trebuie însă de fiecare dată scrisă energia ca funcție numai de coordonatele generalizate și variabilele presupuse constante (fluxuri, sau curenți).

Această metodă prezintă numeroase avantaje și va fi preferată în cadrul cursului.

3. Plecând de la expresia momentului tensiunilor Maxwelliene dată de expresia:

$$(276) \quad \bar{M}_o = \oint_{\Sigma} (\bar{r} \times \bar{T}_n) dA$$

în care:

$$(277) \quad \bar{T}_n = (\bar{n} \bar{B}) \bar{H} - \bar{n} \left(\frac{\bar{B} \cdot \bar{H}}{2} \right)$$

este componenta normală a tensorului tensiunilor Maxwelliene pentru câmpul magnetic.

Această metodă este specifică abordării mașinilor electrice de pe poziția aspectului de câmp și nu va fi tratată în cadrul acestui curs, unde se urmărește în principal tratarea de pe poziția aspectului de circuit electric cu parametri concentrați a mașinii.

4. Plecând de la principiul C (vol. I, cap. 2.4. din "Introducere") adică de la bilanțul energetic bazat pe proprietatea de conservare a energiei, prin neglijarea energiei radiante, care la frecvențele industriale este foarte redusă.

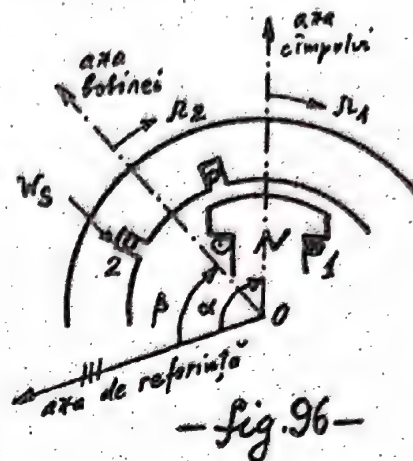
Toate aceste metode conduc la aceleași rezultate pe căi diferite, fiind preferate de la caz la caz, funcție de aspectul particular al problemei puse.

În cele ce urmează vom considera câteva aplicații de mare in-

portanță în studiul mașinilor electrice:

Aplicația nr.1 Să considerăm cazul unei bobine în mișcare cu viteza unghiulară reală Ω_2 , situată într-un câmp magnetic învârtitor circular, produs de exemplu de o armătură rotorică cu poli aparenti ca cea din fig.96, care se rotește în același sens cu viteza reală Ω_1 .

Poziția bobinei este dată prin unghiul β în raport cu o axă de referință fixă, a axei de simetrie a bobinei cu pas diametral (toate înfășurările se deduc din acest caz). Axă de simetrie a câmpului inductor este determinată față de aceeași axă de referință, prin unghiul α .



-fig.96-

Ca urmare a mișcării avem expresiile:

$$(278) \quad \begin{cases} \alpha = \Omega_1 t + \alpha_0 \\ \beta = \Omega_2 t + \beta_0 \end{cases}$$

Am notat cu indici 1 înfășurarea de excitație de pe rotor, iar cu indici 2 înfășurarea considerată, adică bobina de pe stator.

Vom calcula cuplul produs pe baza teoremei forțelor generalizate, cu expresia:

$$(279) \quad m_e = + \frac{\partial W_m}{\partial \beta} \Big|_i$$

energia magnetică fiind:

$$(280) \quad W_m = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + M i_1 i_2$$

La i_1, i_2 constanți, inductanțele L_2 și M sînt funcții de $\alpha - \beta$ dar L_1 este constantă (indiferent de poziția rotorului, configurația geometrică a circuitului magnetic este aceeași), astfel că la derivare termenul respectiv dă o contribuție nulă.

Termenul ce conține ca factor inductanța mutuală este predominant și poate fi scris:

$$(281) \quad M i_1 i_2 = W_{int} = \psi_{2e} i_2$$

în funcție de fluxul total exterior circuitului 2, produs de câmpul

magnetic invirtitor circular, deci de curentul continuu i_1 .

Rezultă atunci:

$$(282) \quad m_e = i_2 \cdot \frac{\partial \psi_{2e}}{\partial \beta} + \frac{1}{2} i_2^2 \cdot \frac{\partial L_2}{\partial \beta} = m_i + m_{af}$$

Primul termen este predominant cum am mai spus (acest lucru rezultă din analiza celui alt termen, dată mai jos) și formează cuplul de interacțiune m_i ; cel de-al doilea termen este nul dacă întrefierul este constant (cazul mașinilor asincrone și sincrone cu poli înecați) și mic dacă întrefierul variază (cazul mașinilor sincrone cu poli aparenți). În acest din urmă caz, cuplul respectiv se manifestă chiar dacă nu avem excitație (curent i_1 nul), dacă înfășurarea 2 este parcursă de curent adus pe la borne din exterior (în cazul în care curentul i_2 s-ar datora exclusiv cîmpului inductor, înfășurarea 2 fiind în scurtcircuit, acest cuplu suplimentar se anulează evident). Termenul al doilea formează cuplul de anizotropie de formă m_{af} .

În continuare vom pune aceste cupluri într-o formă mai adecvată aplicațiilor, considerînd numai armonicile fundamentale ale cîmpului invirtitor.

a) Cuplul de interacțiune.

Deoarece unghiul electric dintre axa bobinei și cea a cîmpului invirtitor este:

$$(283) \quad \gamma_e = p(\alpha - \beta)$$

conform teoremei proiecției, fluxul prin bobină va fi dat de:

$$(284) \quad \psi_{2e} = \underbrace{w_s \Phi_e}_{\psi_m} \cos p(\alpha - \beta) = \psi_m \cos [p(\alpha_1 - \alpha_2)t + p(\alpha_0 - \beta_0)]$$

Înlocuind în expresia corespundentă din (282), căpătăm:

$$(285) \quad m_i = p \cdot i_2 \cdot \psi_m \cdot \sin p(\alpha - \beta) = p i_2 \psi_m \sin [p(\alpha_1 - \alpha_2)t + p(\alpha_0 - \beta_0)]$$

Cum t.e.m. indusă este:

$$(286) \quad e_2 = - \frac{d\psi_{2e}}{dt} = p(\alpha_1 - \alpha_2) \psi_m \cdot \sin [p(\alpha_1 - \alpha_2)t + p(\alpha_0 - \beta_0)]$$

va rezulta pentru cuplul de interacțiune expresia:

(287)

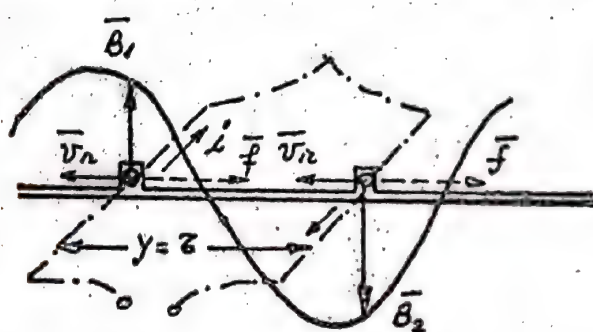
$$m_i = \frac{e_2 i_2}{R_1 - R_2}$$

Această expresie se poate imediat generaliza pentru o înfășurare de orice tip, deoarece cuplul rezultat este suma cuplurilor produse fiecare bobină. Cum curentul este același prin toate bobinele, ca urmare a inserierii lor, iar $R_1 - R_2$ este de asemenea aceeași, avem:

$$(288) \quad m = \sum m_i = \frac{i_2}{R_1 - R_2} \sum e_i = \frac{e i_2}{R_1 - R_2}$$

în care $\sum e_i = e$ reprezintă de data aceasta t.e.m. indusă în întreaga înfășurare. Deci expresia (287) rămâne valabilă pentru o înfășurare.

La acest rezultat se poate ajunge și pe altă cale, aplicând formula (273) și luând în considerare faptul că t.e.m. de mișcare depinde numai de viteza relativă dintre bobină și câmp, așa cum se



-fig. 97-

arată în fig. 97 alăturată, unde s-a considerat câmpul fix și bobina mobilă cu viteză relativă:

$$(289) \quad v_n = v_1 - v_2$$

Avem:

$$(290) \quad f = i \cdot l (B_1 + B_2)$$

și cum dacă $y = z$, $B_1 = B_2$,

rezultă:

$$(291) \quad f = 2 B i l$$

T.e.m. după (226) este:

$$(292) \quad e = 2 B l v_n$$

Din aceste ultime două relații rezultă:

$$(293) \quad f \cdot v_n = f (v_1 - v_2) = e \cdot i$$

Cum avem evident relațiile:

$$(294) \quad m_i = f \frac{D}{2} \quad v_1 - v_2 = \frac{D}{2} (R_1 - R_2)$$

relație (293) se transformă în:

$$(295) \quad m_i = \frac{e \cdot l}{R_1 - R_2}$$

care este chiar (287), din care am eliminat indicii pentru o mai mare generalitate.

Se constată astfel că metodele 1 și 2 de la început, conduc la aceleași rezultate.

Semnul pozitiv al expresiei lui m_i arată că cuplul se exercită asupra bobinei în sensul creșterii variabilei generalizate, adică β . Dacă $R_1 > R_2$ iar produsul $e \cdot l$ este pozitiv (ca în fig. 97), cuplul tinde să aducă bobina peste cîmpul învîrtitor, deci este un cuplu motor în același sens cu viteza R_2 .

Evident, faptul că am considerat bobine pe stator și cîmpul produs de rotor nu are importanță, formula rămînînd aceeași și pentru situația inversă.

b) Cuplul de anizotropie.

Dacă rotorul este cu poli aparenti, avînd caracterelor de simetrie obișnuite față de axele (d) și (q), inductanța proprie L_2 variază cu unghiul de decalaj $\alpha - \beta$ după o expresie de tipul celei date de (77) din vol. I pag. 42, adică, ținînd seama că avem p perechi de poli:

$$(296) \quad L_2 = L_{20} + l_2 \cdot \cos 2p(\alpha - \beta)$$

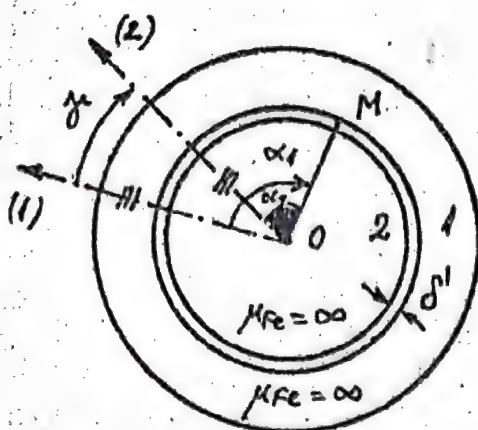
Înlocuind în expresia corespunzătoare din (282) obținem:

$$(297) \quad \underline{M_{af} = p \cdot l_2 \cdot i_2^2 \cdot \sin 2p(\alpha - \beta)}$$

În anumite condiții date de teorema celor două pulsații (vol. I) acest cuplu poate avea valoare medie în timp nenulă (principiul motorului sincron monofazat reactiv).

Aplicația nr. 2 Să considerăm structura din fig. 98, caracteristică mașinilor cu întrefier constant (de prezența creaturilor se ține seama prin factorul Carter: $\delta' = K_c \cdot \delta$), presupunînd permeabilitatea magnetică a armăturilor infinită.

Vom considera un caz general în care avem înfășurări pe fiecare armătură, notate cu 1 și 2, care produc cîmpuri învîrtitoare cu repartiție spațială sinusoidală:



-fig. 98-

$$(298) \quad \begin{aligned} b_1(\alpha_1, t) &= B_1 \sin(\omega_1 t - p_1 \alpha_1) \\ b_2(\alpha_2, t) &= B_2 \sin(\omega_2 t - p_2 \alpha_2) \end{aligned}$$

Cele două cimpuri invirtitoare de mai sus se rotesc în același sens (spre dreapta), cu viteze unghiulare:

$$(299) \quad \Omega_1 = \frac{\omega_1}{p_1} \quad \Omega_2 = \frac{\omega_2}{p_2}$$

față de referențialele proprii O1 legată de stator și O2 legată de rotor (fig. 98).

Fie Ω_r viteza unghiulară relativă de deplasare a armăturilor, astfel că unghiul dintre axe este:

$$(300) \quad \gamma = \gamma_0 + \Omega_r \cdot t$$

Putem raporta toate fenomenele la un același sistem de referință, de exemplu (1), ceea ce revine la a considera armătura (1) fixă, deci ca stator, iar armătura (2) mobilă, ca rotor.

Deoarece avem:

$$(301) \quad \alpha_2 = \alpha_1 - \gamma$$

rezultă:

$$(302) \quad \begin{cases} b_1(\alpha_1, t) = B_1 \sin(\omega_1 t - p_1 \alpha_1) \\ b_2(\alpha_1, t) = B_2 \sin(\omega_2 t - p_2(\alpha_1 - \gamma)) = B_2 \sin(\omega_2 t - p_2 \alpha_1 + p_2 \gamma) \end{cases}$$

$$= B_2 \sin[(\omega_2 + p_2 \Omega_r)t - p_2 \alpha_1 + p_2 \gamma_0]$$

Vom nota:

$$(303) \quad \omega_2 + p_2 \Omega_r = \omega_1'$$

ceea ce permite scrierea inducțiilor sub forma:

$$(304) \quad \begin{cases} b_1(\alpha_1, t) = B_1 \sin(\omega_1 t - p_1 \alpha_1) \\ b_2(\alpha_1, t) = B_2 \sin(\omega_1' t - p_2 \alpha_1 + p_2 \gamma_0) \end{cases}$$

Energia magnetică totală va fi atunci:

$$(305) \quad W_m = \int_V \frac{\vec{B} \vec{H}}{2} dv = \int_V \frac{B^2}{2\mu_0} dv$$

integrals extinzându-se asupra întregului spațiu din întrefier, deoarece în armături intensitatea cîmpului magnetic H este nulă din cauze permeabilității magnetice infinite.

Avem deci:

$$(306) \quad W_m = \int_0^{2\pi} \frac{(b_1 + b_2)^2}{2\mu_0} \cdot \frac{D}{2} \ell \delta' d\alpha = \int_0^{2\pi} \frac{b_1^2}{2\mu_0} \frac{D}{2} \ell \delta' d\alpha + \\ + \int_0^{2\pi} \frac{b_2^2}{2\mu_0} \frac{D}{2} \ell \delta' d\alpha + \int_0^{2\pi} \frac{2b_1 b_2}{2\mu_0} \cdot \frac{D}{2} \ell \delta' d\alpha$$

Ținînd seama de expresiile (304), primele două integrale dau:

$$(307) \quad W_1 = \frac{B_1^2}{2\mu_0} \frac{D}{2} \ell \delta' \int_0^{2\pi} \sin^2(\omega_1 t - p_1 \alpha_1) d\alpha_1 = \frac{\pi B_1^2 D \ell \delta'}{4\mu_0}$$

$$W_2 = \frac{B_2^2}{2\mu_0} \frac{D}{2} \ell \delta' \int_0^{2\pi} \sin^2(\omega_1 t - p_2 \alpha_1 + p_2 \delta_0) d\alpha_2 = \frac{\pi B_2^2 D \ell \delta'}{4\mu_0}$$

adică valori constante. Ultima integrală este:

$$(308) \quad W_{12} = \int_0^{2\pi} \frac{b_1 b_2}{\mu_0} \frac{D}{2} \ell \delta' d\alpha = \\ = \frac{B_1 B_2}{2\mu_0} D \ell \delta' \times \int_0^{2\pi} \sin(\omega_1 t - p_1 \alpha_1) \sin(\omega_1 t - p_2 \alpha_1 + p_2 \delta_0) d\alpha_1$$

Dacă $p_1 \neq p_2$ obținem $W_{12} = 0$! În acest caz:

$$(309) \quad W_m = W_1 + W_2 + W_{12} = \text{constant}$$

și cuplul de interacțiune calculat cu expresia forțelor generalizate este evident nul.

Deci nu putem avea cuplu de interacțiune între cîmpuri magnetice cu numere diferite de poli, de aceea în continuare vom presupune:

$$(310) \quad p_1 = p_2 = p$$

În acest caz, energia de interacțiune W_{12} este:

$$(311) \quad W_{12} = \frac{\pi B_1 B_2 D l \delta'}{2\mu_0} \cos[(\omega_1 - \omega_2)t - p\gamma_0]$$

Cuplul de interacțiune este atunci:

$$(312) \quad m_i = - \frac{\partial W_m}{\partial \gamma} / \psi = - \frac{\partial W_{12}}{\partial \gamma} / \psi$$

Punind (311) sub formă în care apare explicit unghiul γ :

$$(313) \quad \begin{aligned} W_{12} &= \frac{\pi B_1 B_2 D l \delta'}{2\mu_0} \cos[(\omega_1 - \omega_2 - p\Omega_r)t - p\gamma_0] = \\ &= \frac{1}{2\mu_0} \pi B_1 B_2 D l \delta' \cos[(\omega_1 - \omega_2)t - p\gamma] \end{aligned}$$

și înlocuind în (312), se obține cuplul sub formă:

$$(314) \quad \begin{aligned} m_i &= \frac{p\pi}{2\mu_0} B_1 B_2 D l \delta' \sin[(\omega_1 - \omega_2)t - p\gamma] = \\ &= \frac{p\pi}{2\mu_0} B_1 B_2 D l \delta' \sin[(\omega_1 - \omega_2 - p\Omega_r)t - p\gamma_0] \end{aligned}$$

Acest cuplu instantaneu variază sinusoidal în timp, avind o valoare medie în timp nulă. Cum din cauza inerției mecanice mari a armăturilor ceea ce contează este tocmai acest cuplu mediu în timp, pentru a nu avea o valoare nulă a cuplului mediu trebuie ca:

$$(315) \quad \omega_1 - \omega_2 - p\Omega_r = 0$$

Ținând seama de (299) rezultă condiția:

$$(316) \quad \underline{\underline{\Omega_r = \Omega_1 - \Omega_2}}$$

Semnificația fizică a acestei condiții este simplă dacă ținem seama de faptul că:

- 1 - cîmpul b_1 se rotește cu Ω_1 față de (1)
- 2 - cîmpul b_2 se rotește cu Ω_2 față de (2)
- 3 - sistemul (2) se rotește cu Ω_r față de (1)

Rezultă atunci că față de (1) cîmpul b_2 se rotește cu viteză $\Omega_2 + \Omega_r = \Omega_1$, deci cele două cîmpuri învîrtitoare se rotesc cu aceeași viteză față de (1) și deci și față de orice alt sistem de referință, fiind în repaus relativ între ele.

Luind în considerare condiția (316), relațiile (304) devin:

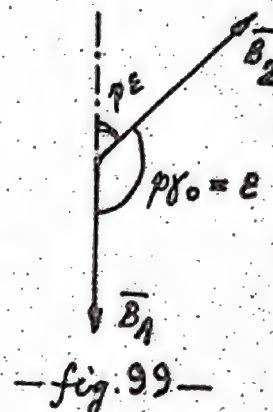
$$(317) \quad \begin{aligned} b_1(\alpha_1, t) &= B_1 \sin(\omega_1 t - p\alpha_1) \\ b_2(\alpha_1, t) &= B_2 \sin(\omega_1 t - p\alpha_1 + p\gamma_0) \end{aligned}$$

În fig.99 se arată fazorii corespunzători celor două inducții (317). Deoarece avem:

$$(318) \sin(-\rho\gamma_0) = -\sin\rho\gamma_0 = -\sin E$$

rezultă că expresia (314) ținând seama de relația (315) devine constantă și anume:

$$(319) \boxed{M_i = -\frac{\mu\pi}{2} B_1 B_2 D \rho \delta' \sin E}$$



Semnul minus din față arată că acest cuplu

se exercită în sensul scăderii lui γ , deci ține să aducă în concordanță spațială cele două cimpuri, ceea ce se exprimă altfel în modul următor: sensul de acțiune al cuplului este de la cimpul defazat în timp înainte spre cel defazat în urmă.

Exemplul studiat arată că pentru ca să se exercite un cuplu de interacțiune între două armături prevăzute fiecare cu câte o înfășurare care produce cimp. invirtitor, trebuie îndeplinite următoarele condiții fundamentale:

- 1 - Cele două cimpuri trebuie să aibă același număr de poli.
- 2 - Cele două cimpuri trebuie să se rotească în același sens și cu aceeași viteză.

3 - Între cele două cimpuri trebuie să existe un decalaj spațial, reflectat prin defazajul $\rho\gamma_0 = E$ măsurat în grade electrice în planul fazorial clasic de timp.

Deși exemplul considerat se referă la mașini cu întrefierul uniform, concluziile stabilite sînt generale, dacă se are în vedere numai cuplul de interacțiune (fără cuplul de anizotropie).

Condiția (315) sau (316) corespunde teoremei celor trei pulsații din vol. I pag. 40, fiind obținută aci prin poziția aspectului de cimp al fenomenelor din mașină.

Dacă se ține seama de relațiile cunoscute:

$$(320) \frac{\pi D}{2p} = z \quad \phi = \frac{2}{\pi} z l b \quad \lambda_\delta = \mu_0 \frac{z l}{\delta_1} \cdot \mu_0 \frac{z l}{K_c \delta}$$

se pot da cuplului diferite alte forme utile și anume:

$$(321) \boxed{M_i = -\frac{\pi^2 p^2}{4} \cdot \frac{\phi_1 \phi_2}{\lambda_\delta} \cdot \sin E}$$

în funcție de fluxurile polare și unghiul electric dintre ele, sau:

$$(322) \quad M_i = - \frac{\pi p^2}{2} \cdot V_i \phi_2 \sin \epsilon$$

funcție de tensiunea magnetică și celălalt flux polar.

4.2. Cuplul în regim permanent sinusoidal.

În regim permanent sinusoidal, t.e.m. și curenții din mașinile de curent alternativ variază sinusoidal în timp, astfel că cuplul de interacțiune dat de (287) sau (295) este o funcție de timp. Pentru a avea conversie electromecanică a energiei, trebuie ca valoarea medie în timp a cuplului instantaneu să fie nenulă.

Vom considera două exemple:

a) Mașini monofazate.

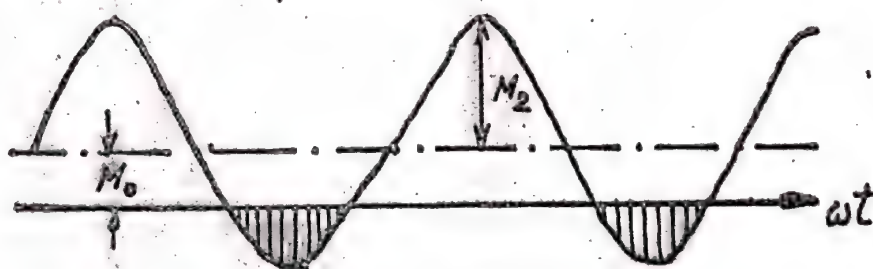
T.e.m. și curentul din înfășurarea indușului sînt funcții de forma:

$$(323) \quad \begin{cases} e = E\sqrt{2} \sin \omega t \\ i = I\sqrt{2} \sin (\omega t - \lambda) \end{cases}$$

Înlocuind în (295) și efectuînd transformarea trigonometrică a produsului de sinusuri se obține expresia:

$$(324) \quad M_i = \frac{EI}{R_1 - R_2} \cos \lambda - \frac{EI}{R_1 - R_2} \cos (2\omega t - \lambda)$$

în care primul termen este constant și reprezintă valoarea medie pe un număr întreg de perioade a cuplului, iar al doilea termen reprezintă cuplul alternativ cu valoare medie nulă în timp, așa cum se reprezintă pe fig. 100 alăturată.



-fig. 100-

Pe figură s-au introdus notațiile:

$$(325) \quad \begin{cases} M_0 = \frac{EI}{R_1 - R_2} \cos \lambda \\ M_2 = \frac{EI}{R_1 - R_2} \end{cases}$$

Se observă că mașinile monofazate cu cîmp invirtitor produc cuplu mediu constant, dar produc și un cuplu suplimentar alternativ, cuplul rezultat fiind pulsatoriu (în anumite momente are valori chiar negative, corespunzătoare porțiunilor hașurate pe figură, deci are caracter frinant). Acest cuplu pulsatoriu are drept consecințe pulsații ale vitezei motorului în jurul unei valori medii precum și vibrații ale lagărelor mașinii (uzură accentuată, zgomete în funcționare etc.), ceea ce reprezintă un dezavantaj al mașinilor monofazate în raport cu cele polifazate, după cum se va vedea îndată.

b) Mașini trifazate.

În regim simetric trifazat t.e.m. și curenții în cele trei faze A, B, C, au expresiile:

$$(326) \quad \begin{cases} e_A = E\sqrt{2} \sin \omega t \\ e_B = E\sqrt{2} \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ e_C = E\sqrt{2} \sin(\omega t - \frac{4\pi}{3}) \end{cases} \quad \begin{cases} i_A = I\sqrt{2} \sin(\omega t - \lambda) \\ i_B = I\sqrt{2} \sin(\omega t - \lambda - \frac{2\pi}{3}) \\ i_C = I\sqrt{2} \sin(\omega t - \lambda - \frac{4\pi}{3}) \end{cases}$$

Cuplul de interacțiune rezultat va fi evident:

$$(327) \quad M_i = \frac{e_A i_A + e_B i_B + e_C i_C}{R_1 - R_2}$$

Efectuînd calculele obținem:

$$(328) \quad M_i = \frac{2EI}{R_1 - R_2} \left\{ \sin \omega t \cdot \sin(\omega t - \lambda) + \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \sin(\omega t - \lambda - \frac{2\pi}{3}) + \sin(\omega t - \frac{4\pi}{3}) \sin(\omega t - \lambda - \frac{4\pi}{3}) \right\}$$

Descompunând produsele de sinus se obține:

$$(329) \quad m_i = \frac{2EI}{\Omega_1 - \Omega_2} \left\{ \frac{1}{2} \cos \lambda - \frac{1}{2} \cos (2\omega t - \lambda) + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \cos \lambda - \frac{1}{2} \cos (2\omega t - \lambda - \frac{4\pi}{3}) + \frac{1}{2} \cos \lambda - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \cos (2\omega t - \lambda - \frac{8\pi}{3}) \right\} = \frac{3EI \cos \lambda}{\Omega_1 - \Omega_2} - \frac{EI}{\Omega_1 - \Omega_2} \times \\ \times \left\{ \cos (2\omega t - \lambda) + \cos (2\omega t - \lambda - \frac{4\pi}{3}) + \cos (2\omega t - \lambda - \frac{8\pi}{3}) \right\}$$

Observând că termenii în $2\omega t$ se anulează prin însumare, se obține în definitiv:

$$(330) \quad m_i = M_o = \frac{3EI \cos(\hat{E}, \hat{I})}{\Omega_1 - \Omega_2}$$

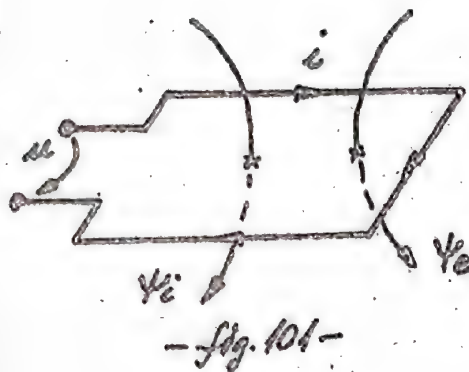
adică un cuplu rezultat constant în timp, fără componente alternative, deci fără dezavantajele de la mașinile monofazate.

Formula (330) este formula de bază în calculul cuplului mașinilor de curent alternativ, prezentând avantajul exprimării acestuia prin mărimile t.e.m. și curent, de cea mai mare utilitate în studiul funcționării mașinii.

În legătură cu aplicarea formulei (330) la mașinile de curent alternativ trifazate, trebuie făcută o observație de cea mai mare importanță:

T.e.m. indusă într-o înfășurare este legată de tensiunea la bornele înfășurării și curentul prin înfășurare printr-o relație denumită ecuația tensiunilor, care rezultă din aplicarea legii inducției electromagnetice și din aplicarea legii circuitului electric (legea lui Ohm) pe circuitul înfășurării. Această relație se poate prezenta sub două forme asemănătoare, dar cu conținut fizic diferit.

Să presupunem înfășurarea reprezentată simplu, printr-o spirală echivalentă ca cea din fig. 101, adoptând pentru sensurile pozitive ale tensiunii la borne și curentului, regula de la receptoare. Fluxul magnetic total prin înfășurare se compune dintr-o parte produsă chiar de curentul propriu, Ψ_i , și o altă parte produsă din exterior Ψ_e , ambele înălțându-se cu înfășurarea după regula burghiului



drept. Scriind cele două legi emise pe conturul înfășurării, se obține:

$$(331) \quad e = - \frac{d\psi}{dt}$$

adică:

$$(332) \quad R \cdot i - u = - \frac{d}{dt} (\psi_i + \psi_e)$$

Putem pune înău:

$$(333) \quad \psi_i = L \cdot i$$

La mașini cu întrefierul uniform $L = \text{constant}$, astfel că dacă se înlocuiește (333) în (332) și se reordonează termenii avem:

$$(334) \quad u = R \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt} - \left(- \frac{d\psi_e}{dt} \right); \quad e = - \frac{d\psi_e}{dt}$$

în care L este inductanța proprie iar e este t.e.m. exterioară, de exemplu cea produsă prin mișcare de cimpul învîrtitor.

A doua formă a ecuației tensiunilor se obține dacă se desparte fluxul magnetic propriu ψ_i în componente, utilă și de scăpări:

$$(335) \quad \psi_i = \psi_{iu} + \psi_{iv}$$

Fluxul de scăpări se poate scrie după relația (270), iar fluxurile utile interior și exterior formează fluxul util rezultat:

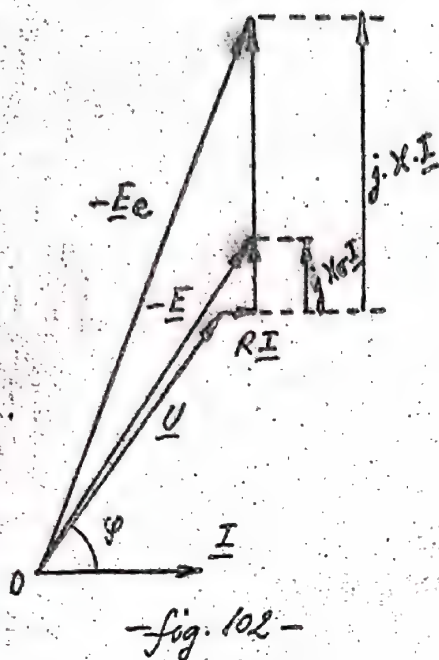
$$(336) \quad \psi = \psi_{iu} + \psi_e$$

Înlocuind în (332), se ajunge la:

$$(337) \quad u = R \cdot i + L_o \cdot \frac{di}{dt} - \left(- \frac{d\psi}{dt} \right); \quad e = - \frac{d\psi}{dt}$$

în care L_o este inductanța de scăpări, iar e este t.e.m. utilă rezultantă produsă de fluxul util rezultat.

În regim permanent sinusoidal, ecuațiilor (334) și (337) le corespunde diagrama fazorială din fig. 102. La mașini cu întrefier constant sînt valabile ambele forme de scriere a ecuației tensiunilor (deoarece $L = \text{constant}$) și deoarece:



$$(338) \quad E_e \cos(\hat{E_e I}) = E \cos(\hat{E, I})$$

rezultă că cuplul de interacțiune se poate calcula în două moduri echivalente, fie cu t.e.m. exterioară, fie cu t.e.m. rezultantă:

$$(339) \quad M_o = \frac{3 E_e I \cos(\hat{E_e I})}{\mathcal{R}_1 - \mathcal{R}_2}$$

$$(340) \quad M_o = \frac{3 E I \cos(\hat{E, I})}{\mathcal{R}_1 - \mathcal{R}_2}$$

Totuși, dacă se dorește să se țină seama de efectele datorate saturației magnetice, a doua metodă bazată pe relația (340) este cea corectă, deoarece în acest caz descompunerea (336) nu

mai este cu putință în mod univoc. Starea magnetică a mașinii este definită de fluxul util rezultat, produs de acțiunea simultană a curenților de pe ambele armături și suprapunerea efectelor ce stă la baza descompunerii (336) nu mai poate fi aplicată fluxurilor.

La mașinile cu întrefier variabil forma (334) a ecuației tensiunilor este incorectă, deoarece L nu mai este constant, depinzând de poziția relativă a celor două armături. Forma (337) rămâne însă corectă și în acest caz, deoarece L_g nu depinde practic de poziția armăturilor. De aceea aci sînt posibile două moduri de calcul al cuplului rezultat echivalente:

a) Fie se determină cuplul de interacțiune cu (339), dar trebuie în continuare adăugat cuplul de anizotropie, calculat plecînd de la (297).

b) Fie se determină direct cuplul total cu (340), care ține seama implicit de variația lui L cu poziția armăturilor, prin t.e.m. rezultantă indusă.

La capitolul de "Mașini sincrone" se va arăta echivalența celor două metode de calcul, cea de-a doua conducînd întotdeauna la calcule mai scurte și de aceea fiind preferată în cadrul cursului.

Deși cele două forme de scriere (334) și (337) au aceeași formă:

$$(341) \quad u = R i + L \frac{di}{dt} - e$$

ceea ce le poate face ușor confundabile, conținutul lor fizic este diferit, mărimile L și e avind de fiecare dată altă semnificație.

Incheiem aci capitolul referitor la producerea cuplului electromagnetic în mașinile electrice cu observația că anumite probleme cum ar fi cuplurile produse de armonicile superioare, vor fi studiate în cadrul fiecărei mașini în parte.

5. INFASURARILE MASINILOR DE CURENT ALTERNATIV

5.1. Introducere.

Anumite probleme privind înfășurările mașinilor electrice de curent alternativ, induse și inductoare, au fost deja abordate pe parcursul capitolelor precedente. Din acest motiv, în acest capitol vom completa doar unele probleme a căror tratare în decursul expunerilor anterioare ar fi întrerupt continuitatea expunerii, abătind atenția de la problemele expuse.

Pentru a obține cu o mașină de dimensiuni date efecte maxime privind t.e.m. produsă, cuplul produs, pîmpul magnetic din mașină trebuie să fie cît mai intens, iar numărul de spire cît mai mare.

Disponerea conductoarelor înfășurărilor trebuie făcută astfel încît:

1 - T.e.m. produsă să fie cît mai mare și cît mai aproape de o sinusoidă, din cauza inconvenientelor armonicilor superioare.

Dacă punem doar cîte o singură bobină pe poli ($q = 1$) și mărim numărul de spire, acest lucru va fi favorabil din punct de vedere al utilizării cuprului, căci t.e.m. ale spirelor fiind în fază se vor aduna aritmetic, dar din punct de vedere al formei de undă a curbei t.e.m. lucrurile vor sta prost (în bobinele cu pas diametral forma t.e.m. induse repetă la altă scară forma de repartiție spațială a inducției în întrefier; în plus vom avea puțină creștături de mari dimensiuni, deci dinți puțini cu dimensiuni mari ceea ce conduce la armonici importante de dantură și la o utilizare proastă a periferiei armăturilor). Din aceste motive este preferabilă repartizarea în grupuri a bobinelor (deci $q > 1$) și folosirea pașilor scurtați, ceea ce va îmbunătăți atât forma t.e.m. cît și cea a inducției în întrefier însăși.

2 - Cuprul utilizat să fie folosit într-o măsură cît mai bună ceea ce înseamnă:

a - la un curent dat înfășurarea să producă un cîmp magnetic

cît mai înțens cu puțință și cît mai sinusoidal repartizat în lungul înțrefierului. Aceasta conduce la repartizarea bobinelor pe mai multe creștături pe pol și la scurtarea pasului, realizabilă ușor la înfășurările dublu strat, care au în plus și avantajul folosirii unui număr de spire mai mare.

b - periferia armăturilor să fie utilizată cît mai complet cu puțință. Înfășurările repartizate ($q > 1$) monofazate prezintă defectul că lasă libere un anumit număr de creștături, deoarece contribuția la cîmpul rezultat al laturilor de bobine din aceste creștături este mică. Din acest motiv într-o mașină monofazată nu se utilizează decît $2/3$ din pasul polar. La mașinile cu mai multe faze acest lucru nu se întîmplă, folosindu-se toate creștăturile. Se poate arăta că la dimensiuni egale și la aceeași frecvență și viteză, puterea unei mașini trifazate este cu 20..30 % mai ridicată ca cea a mașinii monofazate.

Acest lucru precum și alte avantaje ale mașinilor trifazate cum ar fi:

- dispariția unor armonici superioare
 - producerea unui cuplu constant, fără pulsații
 - asigurarea transmiterii avantajoase la mari distanțe a energiei electrice în trifazat cu trei fire
- au făcut ca la puteri mari să fie folosite exclusiv mașini de curent alternativ trifazate. Pentru o bună utilizare a cuprului nu se practică scurtări ale pasului sub 0,8. Modul de conexiune este aproape în exclusivitate legarea în stea (a se vedea cap. 3.2.4.a).

O înfășurare repartizată este alcătuită din secțiuni realizate separat dinainte, cu una sau mai multe bobine identice sau diferite (fig. 36), legate apoi între ele prin conexiuni exterioare într-un anumit mod. Alegerea concretă a tipului de înfășurare se bazează în principal pe următoarele considerente:

a) să se evite încrucișările de capete de bobine și să se depărteze pe cît posibil unele de altele, pentru a le putea mai bine izola între ele, pentru ale putea fixa și rigidiza cît mai bine în vederea evitării vibrațiilor și forțelor electrodinamice, precum și pentru a le asigura o răcire mai eficientă

b) să se reducă cît mai mult lungimile părților frontale inactive, precum și cele ale conexiunilor exterioare dintre secțiuni, în vederea reducerii consumului de cupru și a pierderilor Joule

c) să se reducă cît mai mult manopera (reducerea pe cît posibil a numărului de șabloane și de modele de secțiuni)

d) asigurarea în cazul mașinilor foarte mari a posibilității de

bobinare separată a diferitelor segmente din care este realizată armătura.

Clasificarea înfăşurărilor maşinilor de curent alternativ se poate face din multe puncte de vedere. Astfel:

a) Din punct de vedere al funcţiunii îndeplinite avem:

- înfăşurări inductoare destinate producerii cîmpului magnetic cu curent alternativ sau continuu (în ultimul caz se mai numesc şi înfăşurări de excitaţie)

- înfăşurări ale induşului destinate culegerii t.e.m. sau puterii utile electromagnetice

b) Din punct de vedere al modului de bobinare avem:

- înfăşurări concentrate de tip bobină (ca la transformator) ca de exemplu cele de pe polii aparenti ai inductorului

- înfăşurări repartizate, în simplu şi în dublu strat

c) Din punct de vedere al dispunerii secţiunilor şi al formei bobinelor şi conductorului avem:

- înfăşurări cu secţiuni separate, bobine diferite, concentrice

- înfăşurări cu secţiuni intercalate, bobine identice

- înfăşurări de tip bară

- înfăşurări de tip colivie

d) Din punct de vedere al dispunerii capetelor de bobine:

- înfăşurări în coroană

- înfăşurări în două plane (etaje)

- înfăşurări în trei plane (etaje)

e) Din punct de vedere al numărului de creaţiuri pe pol şi fază:

- înfăşurări cu q întreg

- înfăşurări cu q fracţionar

f) Din punct de vedere al mijloacelor de îmbunătăţire a formei curbei t.e.m. induse:

- înfăşurări cu intercalarea zonelor

- înfăşurări cu extinderea zonelor

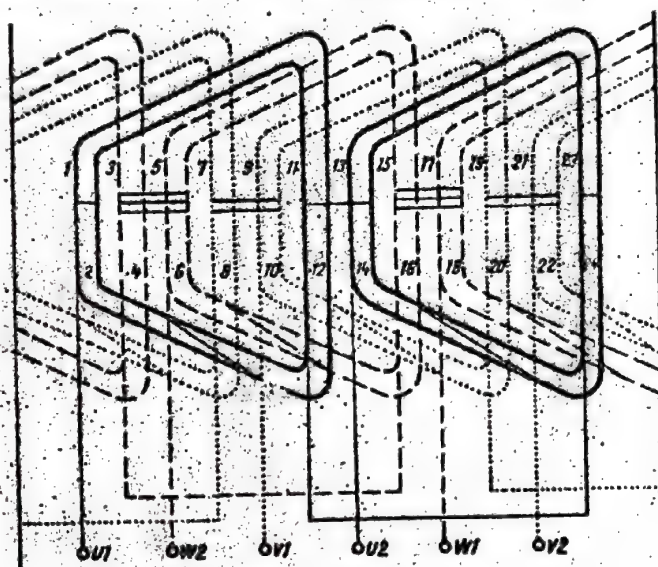
O tratare a tuturor aspectelor legate de clasificările enunţate depăşeşte evident cadrul acestui curs, fiind obiectul a numeroase lucrări de strictă specialitate. În cele ce urmează ne vom aţinge la expunerea citorva cazuri mai des întîlnite, urmărind în principal să aducem unele completări la cele epuse pînă acum în cadrul capitolelor prezentate.

5.2. Înfășurări simplu strat.

Acest tip de înfășurări, odinioară foarte răspândit, este înlocuit în prezent de înfășurările dublu strat, nemaifiind folosit decât în cazuri particulare anumite. Există însă încă în funcțiune un mare număr de mașini prevăzute cu acest tip de înfășurare.

a) Înfășurarea tip coroană.

Se întâlnește la mașini asincrone de mică putere, având bobine de aceeași formă, cu spire multiple, ușor deformabile. În fig. 103



- fig. 103 -

se arată un exemplu pentru o înfășurătură trifazată cu $2p=2$ și $q=4$ (faza U linie plină, faza V punctat, iar faza W linie întreruptă). În fig. 104 se arată trei moduri de realizare a capetelor de bobine în coroană, prin fasonarea manuală a mânunchiurilor. Rigidizarea se face prin înfășurare cu bandă izolantă albă de bumbac sau țesătură de eticlă, între zonele diferitelor faze plasându-se fișii izolatoare decupate (carton izolant, hostafan, novolit etc..)



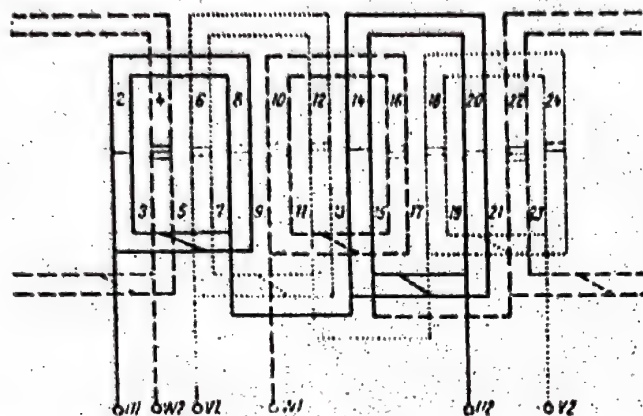
- fig. 104 -

Avantajul identității de formă este "compensat" de dezavantajul încălzirii capetelor de bobine și de atingerea fazelor între ele.

Din aceste motive acest tip de înfășurare se folosește doar la tensiuni mijlocii și joase și la curenți nu prea intensi.

b) Înfășurarea tip concentric.

Acest tip de înfășurare se folosește exclusiv la tensiuni înalte, din cauza separării perfecte d.p.v. al izolației a capetelor de bobine. Se folosește și la tensiuni joase deoarece permite înlocuirea ușoară a unei secțiuni avariate. În fig. 105 se reprezintă o ase-



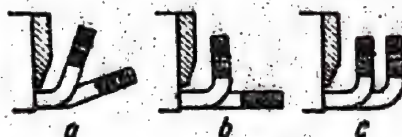
- fig. 105 -

mona înfășurare tri-fazată, pentru $2p = 4$ și $q = 2$, având capetele de bobine dispuse în două etaje, cu condiția ca să se alterneze în fiecare fază o bobină scurtă cu una lungă, așa ca în figură.

Dispunerea capetelor de bobine se face după una din variante-

le indicate pe fig. 106 a, b, c. O particularitate importantă a acestei înfășurări este că dacă numărul de perechi de poli este impar, trebuie ca una din bobine să aparțină simultan la două etaje (așa numita bobină mixtă, sau torsionată).

Înfășurările de acest tip se pot realiza și cu capetele de bobine dispuse în trei etaje, ca în fig. 107a, b, c.



- fig. 106 -

c) Înfășurare tip bară.



- fig. 107 -

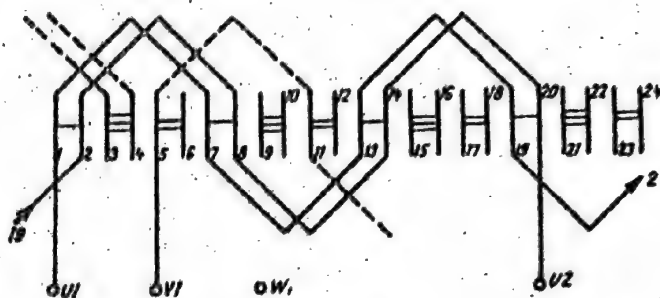


- fig. 108 -

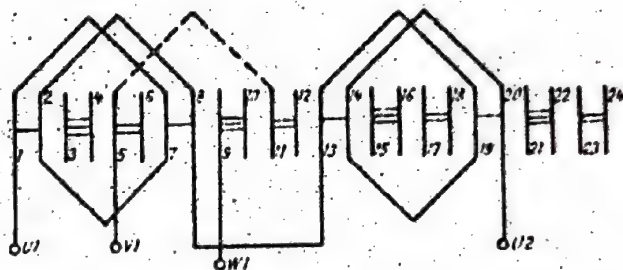
Acest tip se întâlnește la mașini de mare putere și la mașinile de puteri medii cu tensiuni reduse și curenți relativ mari. Așa cum arată chiar denumirea înfășurării, în creștătură se dispune una, două, sau câteva bare (fig. 108), care se uneasc cu capetele de bobine prin lipire sau prin mufe speciale. Putem avea două moduri de inseriere a barelor:

- prin ondulare ca în figura 109 alăturată
- prin buclare ca în figura 110 de mai jos.

Dacă secțiunile transversale ale barelor sînt prea mari, acestea se execută din mai multe bare mai mici legate în paralel, a căror poziție se modifică în lungul creștăturii din loc în loc (transpoziții), pentru limitarea pierderilor produse suplimentar, ca urmare a efectului pelicular. Ideea transpozițiilor este de a uniformiza distribuția curenților din diferitele căi de curent în paralel, făcînd ca acestea să fie situate în condiții magnetice identice.



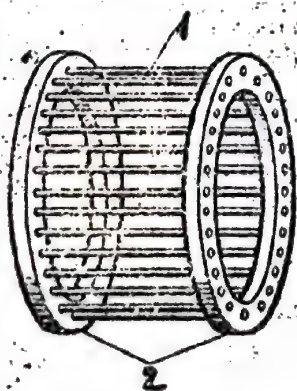
- fig. 109 -



- fig. 110 -

d) Infășurarea în colivie.

Acest tip de infășurare (fig. 111) este realizat tot din bare 1 identice, scurtcircuitate de ambele părți frontale de cîte două inele 2 din acelaș material (cupru, bronz, alamă, aliaje de aluminiu în special), fiind realizată prin procedee speciale de turnare sub presiune, sau centrifugală a materialului topit.



- fig. 111 -

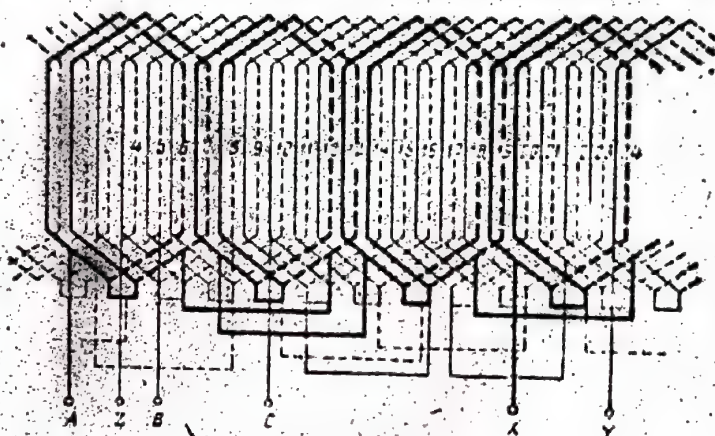
în creștăturile de regulă închise ale rotoarelor motoarelor asincrone în scurtcircuit. Pachetul de tole rotorice nu trebuie izolat deoarece conductibilitatea electrică a aliajului este mult mai mare ca cea a materialului tolelor și în plus tensiunile induse în bare sînt de valori reduse la funcționarea normală, după cum vom vedea la capitolul respectiv.

Secțiunea transversală a barelor poate

fi rotundă, ovală, dreptunghiulară adîncă, trapezoidală etc.. Există și rotoare prevăzute cu colivie dublă.

5.3. Infășurări dublu strat.

Acest tip de infășurări este astăzi cel mai folosit, datorită numeroaselor avantaje pe care le-am pus în evidență la cap. 2.2.7. Tot acolo am arătat modul în care se determină mărimile necesare pentru realizarea infășurării. În fig. 112 de mai jos este dat exem-



- Fig. 112 -

plul unei infășurări trifazate cu pas scurtat, avînd $2p = 4$ și $q = 2$, împreună cu conexiunile exterioare ale secțiunilor executate de aceeași parte a mașinii.

Să determinăm ca aplicație la cele spuse în capitolele precedente coeficientul de bobinaj K_w al acestei infășurări:

- Unghiul real dintre două creștături: $\gamma = \frac{360^\circ}{Z} = \frac{360^\circ}{24} = 15^\circ$

- Unghiul electric corespunzător: $\gamma_e = p\gamma = 2 \cdot 15^\circ = 30^\circ$

Coeficientul de repartizare pentru fundamentală determinat cu expresia (80):

$$k_q^{(1)} = \frac{\sin \frac{2\gamma_e}{2}}{2 \cdot \sin \frac{\gamma_e}{2}} = \frac{\sin \frac{2 \cdot 30^\circ}{2}}{2 \cdot \sin \frac{30^\circ}{2}} = \frac{\sin 30^\circ}{2 \sin 15^\circ} = 0,966$$

Coeficientul de scurtare determinat cu (92):

$$k_s''' = \sin \frac{\pi y}{2b} = \sin \frac{5}{6} 90^\circ = 0,966$$

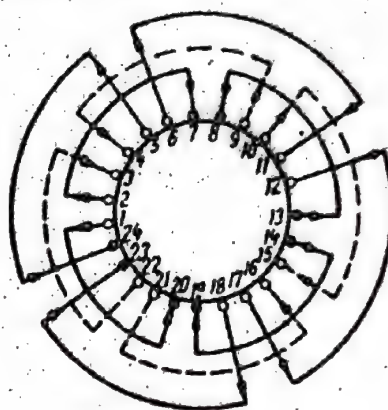
Rezultă deci:

$$k_w = k_s^{(u)} \cdot k_s^{(v)} = 0,966^2 = 0,93$$

Singurele dezavantaje ale înfășurărilor dublu strat sînt:

- dificultatea plasării la bobinare a ultimelor bobine
- necesitatea îndepărtării unui pas întreg de înfășurare în cazul avarierii unei laturi de la fundul creștăturii (stratul interior)
- imposibilitatea executării unui stator demontabil (din mai multe segmente), fără scoaterea bobinelor din creștături

Pentru a încheia acest capitol referitor la înfășurările simplu și dublu strat, amintim că în afara reprezentărilor desfășurate ale înfășurărilor, de tipul celor din figurile 103, 105, 112, se mai folosesc câteodată și reprezentări în proiecție frontală, ca cea din fig. 113 alăturată, unde s-a reprezentat o înfășurare simplu strat trifazată, cu capetele de bobine în trei etaje.



-fig. 113-

5.4. Izolația înfășurărilor.

Calitatea izolației unei mașini electrice determină în principal durata sa de viață, de aceea trebuie acordată o atenție serioasă alegerii și executării sale. Rolul izolației nu se reduce doar la factorii electrici (rigiditate dielectrică ridicată, rezistență de izolație ridicată, $\tan \delta$ foarte redus). Contează și rezistența la acțiunea factorilor termici și mecanici, a factorilor agresivi ca umiditatea, uleiul, etc.. Deoarece pierderile în cupru sînt evacuate spre mediul ambiant prin izolație, aceasta trebuie să fie bună conductoare d.p.v. termic, lucru ce se asigură în mare parte prin impregnare și compundare a înfășurării după execuție.

Materialele izolante folosite și modul concret de executare a izolației depind de tensiunea de lucru a mașinii, de starea de repaus sau de mișcare a înfășurării, de forma creștăturilor și a conductoarelor de bobinaj, de condițiile de răcire etc..

Pentru izolarea înfășurărilor mașinilor electrice actuale se folosesc materiale izolante simple sau în combinații, mai ales din clasele de izolație (vol. I cap. 33.2. din "Introducere") E, F și H.

Prezentăm pe scurt câteva din cele mai folosite materiale:

Micanita - realizată prin lipirea între ele a foilor de mică cu lacuri uleioase, bituminoase, gliptalice, șelac etc., în varietăți rigide, sau elastice

Micabanda - realizată prin lipirea pe ambele fețe ale benzilor de hirtie uleioasă, a mai multor straturi subțiri de solzi de mică neagră; formează benzi late de 12...35 mm cu grosimi de 0,08...0,17 mm cu mare flexibilitate, ce se pot înfășura cu ușurință în jurul conductoarelor sau a laturilor de bobine

Micafoliu - cu realizare asemănătoare cu a micabandei, dar fiind flexibil numai la cald

Pentru cele trei materiale expuse se mai folosesc și suporturi din țesătură de ~~sticlă~~ sticlă fibrată (sticlomicanit, sticlomicafoliu) în amestec cu lacuri siliconice, sau epoxidice.

Asbest - realizat sub formă de fișii stratificate

Sticlă - sub formă de țesături fine în combinație cu lacuri termostabile

Parțial, se folosesc și materiale din clasa A ca suporturi sau lianți, cum ar fi cele fibroase organice sau anorganice, dar care se supun totdeauna operațiilor de impregnare și compundare în vederea eliminării porozității și higroscopicității. Astfel se mai folosesc:

Bumbacul - realizat sub formă de țesătură continuă, compactă sau în benzi

Hirtia telefonică - sub formă de fișii subțiri suprapuse

Cartonul prespan -

Pânza și hirtia uleiată

Diferite pelicule sintetice (email, triacetat de celuloză, acetat de polivinil, tereftalat de polietilenă etc.) simple, sau în combinație cu materiale fibroase.

Impregnarea se face după terminarea execuției înfășurării și după uscarea prealabilă a acesteia, cu diferite lacuri electroizolante (soluții coloidale de diferite baze rășinoase, bituminoase, uleiuri sicative, etc., în solvenți volatili.)

Compundarea se face în același scop ca impregnarea, dar cu mase de compundare viscoase, fără solvenți, care se rigidizează la răcire. Se folosesc diverse rășini termoplaste și mai ales termoreactive.

În urma impregnării și compundării izolația devine mai compactă

(se elimină porozitățile, locurile capilare, incluziunile de aer, interstițiile etc.), mai rigidă din punct de vedere mecanic. Pierderile dielectrice scad, rigiditatea dielectrică crește, crește de asemenea conductibilitatea termică în vederea evacuarii mai eficace a pierderilor Joule din înfășurare.

Izolația unei mașini electrice este ca la transformator, de două feluri:

1. Izolația principală (transversală) care este izolația față de corp a tuturor circuitelor și care se compune din:

- izolația de creștătură și cea din zona creștăturilor
- izolația capetelor de bobine (zona frontală)
- izolația conexiunilor și a bornelor mașinii

2. Izolația longitudinală care este izolația dintre spirele aceleiași bobine, sau dintre bobinele din aceeași creștătură

Primul element izolant este însăși izolația conductorului de bobinaj, care pentru tensiuni din ce în ce mai mari, este realizată din:

- email
- email cu un strat de bumbac
- două straturi de bumbac
- înfășurare petrecută cu micabandă, sau micafoliu
- sticlomicabandă înfășurată cu suprapuneri și cu lacuri silicoconice sau sticloepoxidice

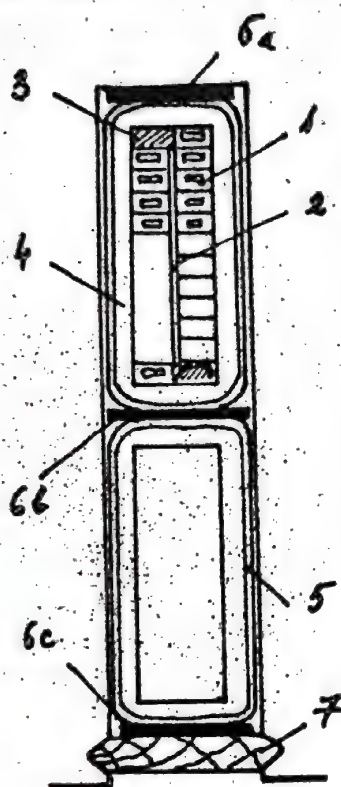
La mașini mici și tensiuni joase, cu bobine moi, se prevede în plus numai așa numita izolație de creștătură, realizată din mai multe foi izolante suprapuse din carton și pinză uleiată, formând teci izolante în formă de U, ceva mai lungi decât lungimea axială a creștăturilor (pentru protejarea față de acțiunea muchiei la ieșire din creștături). Ultima teacă este de dimensiuni mai mari și fasonată astfel ca să permită introducerea ușoară rînd pe rînd a conductoarelor, ca în fig. 114. Se folosesc cca. 6, 7 straturi de carton plus o pinză uleiată. Noile materiale izolante de creștătură (nuvolit, hostafan) au permis reducerea grosimii acestora și îmbunătățirea factorului de umplere a creștăturii (raportul dintre secțiunea netă de cupru și secțiunea creștăturii).

La mașini mari și tensiuni ridicate, nu se mai pune izolație de creștătură, deoarece există izolația însăși a bobinelor, realizată prin înfășurarea cu suprapunere pe 1/3 a foliilor de mica-



- fig. 114 -

foliu sau micabandă. Izolația se practică continuu, pe toată lungimea din creștătură și din afara ei, în mai multe straturi. Uneori se mai pune ca ultim strat o bandă de asbest. În creștătură se pune la fund, între un strat și altul și deosemena sub pană de închidere a creștăturii câte o garnitură de carton prespan. Pe fig. 115 se arată



-fig. 115-

organizarea izolației unei creștături statorice de turbogenerator, la 13,8 kV. Notațiile de pe figură semnifică următoarele:

- 1 - conductor gol (pentru circulația agentului de răcire) de bobinaj, cu margini rotunjite, izolat cu micafoliu
- 2 - garnituri de micanită între rinduri
- 3 - umplutură de asbest
- 4 - micabandă cu grosime de 0,13mm
- 5 - bandă de asbest cu fier (evită străpungerile din interstițiile dintre izolație și pereții creștăturii, prin efectul de ecranare electrică)
- 6 a, b, c - garnituri de carton prespan, cea mai groasă de 3mm între cele 2 laturi de bobină
- 7 - pană de lemn impregnat

O atenție cu totul deosebită trebuie acordată zonelor de ieșire din creștătură a laturilor de bobine, din cauza neuniformității cimpului electric pro-

pusă de muchia la 90° a armăturii. În aceste zone poate apărea descărcarea electrică prin efect corona. În aceste zone se folosesc izolații cu inserții de materiale conductoare sau semiconductoare, care conduc la efecte de uniformizare a cimpului electric.

Folosirea izolațiilor moderne pe bază de materiale termoreactive în locul celor termoplaste (care se înmoaie la temperaturi peste 105°C), a permis realizarea unor izolații de calitate, care au condus la creșterea duratei de viață a mașinilor și la creșterea fiabilității lor.

Pentru scosterea în spre exterior a capetelor fazelor înfășurărilor se folosesc izolatoare de trecere plasate în zona inferioară a carcasei mașinii, de tipul celor folosite și la transformatoarele pînă la 35 kV.

MASINA ASINCRONA

1. INTRODUCERE

Mașina asincronă este o mașină electrică de curent alternativ, în general trifazat, la care viteza de rotație a rotorului în regim permanent stabilizat de funcționare, este diferită de viteza de rotație a cîmpului magnetic învîrtitor din întrefier.

Mașinile asincrone se împart în două clase:

- mașini fără colector, numite uzual mașini asincrone sau de inducție.
- mașini cu colector, numite uzual mașini de curent alternativ cu colector.

În cadrul acestui capitol vom studia numai mașinile din prima categorie, urmînd a studia pe celelalte după ce vom studia în prealabil mașinile de curent continuu.

La fel ca și alte tipuri de mașini electrice, mașinile asincrone pot funcționa în diferite regimuri cum ar fi: motor, generator, frînă, regulator de inducție etc... fără deosebiri radicale din punct de vedere constructiv. Cu toate acestea, marea majoritate a mașinilor asincrone se folosesc în regim motor, fiind din acest punct de vedere cele mai răspîndite tipuri de motoare electrice. S-a apreciat că cca. 75% din totalul puterii consumate de către motoarele electrice, este consumată în motoarele asincrone. Răspîndirea extrem de mare a acestui tip de motor electric se explică prin numeroasele sale avantaje:

- preț de cost redus
- construcție simplă și robustă, lipsită de contacte alunecătoare la tipurile cu rotor în scurtcircuit
- randament bun
- siguranță mare în exploatare
- întreținere simplă

Motoarele asincrone se construiesc într-o gamă largă de viteze și de puteri nominale, cele mai mari tipuri atingînd puteri de zeci de megawatt, la tensiuni de ordinul zecilor de kV. Există deasemenea o foarte mare varietate de tipuri speciale de motoare asincrone, în special la puteri reduse, avînd largi aplicații în cele mai diferite sectoare economice.

Din motivele expuse, vom studia cu precădere funcționarea mașinii asincrone în regim motor, dar vom considera și alte re-

gimuri întâlnite în aplicații.

Crearea mașinii asincrone a devenit posibilă în urma descoperirii cîmpurilor magnetice învîrtitoare (de către G. Ferraris-1885 și N. Tesla-1886). Construcția motorului asincron trifazat într-o variantă apropiată de cea din zilele noastre este opera savantului de origine rusă Mihail Dolivo-Dobrovolski.

Datele nominale ale unui motor asincron trifazat sînt înscrise pe plăcuța indicatoare fixată pe carcasa acestuia fiind:

- puterea (utilă) nominală în kW, adică puterea maximă ce o poate desvolta la arbore timp îndelungat, în serviciul considerat,

- tensiunile de alimentare în V, date sub formă de fracții și care reprezintă tensiunile nominale de alimentare a celor trei faze statorice legate în stea (valorile mari) sau în triunghi (valorile mici),

- curenții de linie statorici în A, sub formă de fracție, corespunzători modurilor de legare de la pct. precedent,

- viteza de rotație nominală în rot/min, cînd mașina dezvoltă cuplul nominal la arbore impus de sarcină

- randamentul nominal în % (minim garantat)

- factorul de putere $\cos \varphi_n$, minim garantat, în regim nominal

- modul de legare al fazelor rotorice (la mașinile cu rotor bobinat)

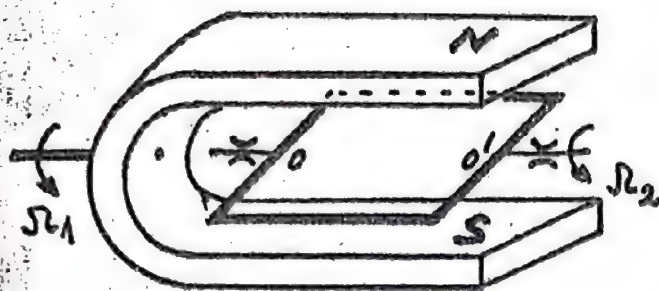
- tensiunea măsurată între două inele de contact, cu circuitul rotoric deschis și rotor în repaus, la alimentare nominală în V,

- curentul nominal printr-o fază rotorică, la funcționarea în regim nominal în A

Ultimele două date nominale se referă numai la tipul de mașină așa zis cu rotor bobinat.

2. PRINCIPIUL DE FUNCȚIONARE ȘI ELEMENTE DE CONSTRUCȚIE.

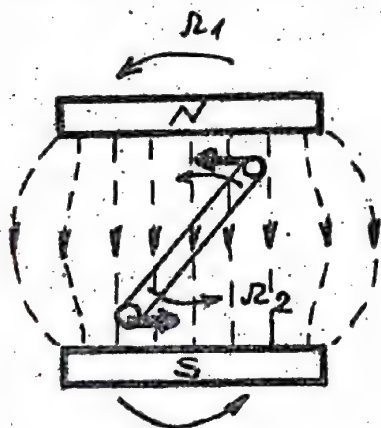
Pentru a înțelege realmente modul fizic în care se produce cuplul asincron în motorul asincron, vom considera un caz simplu ca cel reprezentat în fig. 116, în care cîmpul magnetic învîrtitor este produs pe cale mecanică prin rotirea unui magnet permanent. Spira dreptunghiulară din material conductor (cupru) este în scurtcircuit, putîndu-se roti în jurul axului O-O', coaxial cu axul de rotație al magnetului.



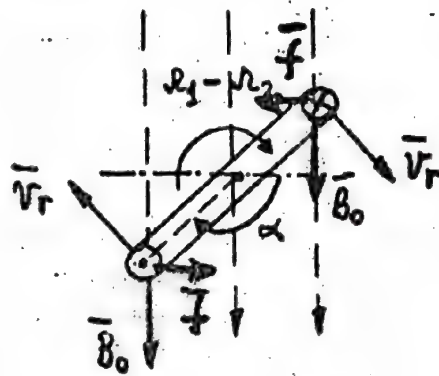
-fig. 116-

Decă se efectuează experiența rotind uniform cu viteza unghiulară Ω_1 magnetul, se constată că spira începe să se rotească în același sens și capătă o viteză Ω_2 foarte apropiată de cea a magnetului. Dispozitivul descris poate antrena în rotație

o sarcină de valoare redusă, caz în care viteza Ω_2 devine ceva mai mică. Cu toate că dispozitivul nu produce propriu zis conversie electromecanică (puterea mecanică de rotire a magnetului se transformă tot în putere mecanică de rotire a spirei), el exemplifică modul de producere a cuplului asincron. Pentru a vedea de ce se întâmplă cele constatate experimental, ne vom baza pe proprietățile fenomenelor de inducție electromagnetică de a depinde numai de viteza relativă a



-fig. 117-



-fig. 118-

cîmpului magnetic față de circuitul indus, echivalînd situația din fig. 117 reală, cu cea din fig. 118 în care cîmpul este constant și imobil, iar spira se rotește invers cu viteza relativă. Echivalarea este permisă numai în vederea determinării t.e.m. induse.

Pe circuitul închis conductor al spirei, t.e.m. indusă este:

$$(342) \quad e = \oint_C (\vec{v}_r \times \vec{B}_0) \cdot d\vec{l} = 2 v_r B_0 l \sin \alpha$$

avînd sensurile figurate pe fig. 118 în cele două laturi active pa-

ralele cu axa $O-O'$, de lungime l . Unghiul α este evident:

$$(343) \quad \alpha = (\Omega_1 - \Omega_2)t + \alpha_0$$

Dacă se ține seama că viteza relativă este:

$$(344) \quad v_r = \frac{D}{2} (\Omega_1 - \Omega_2)$$

și dacă se introduce mărimea numită alunecare prin relația:

$$(345) \quad A = \frac{\Omega_1 - \Omega_2}{\Omega_1}$$

atunci (342) se poate scrie:

$$(346) \quad e(t) = (B_0 \cdot l \cdot D) A \Omega_1 \sin(\omega t + \alpha_0)$$

în care am notat cu $\omega = A \Omega_1$ pulsația t.e.m. induse în spirală.

Cum circuitul este cu spații mari de aer, inductanța spirei se poate neglija față de rezistența ei, astfel că curentul prin spirală rezultă cu aproximație în fază cu t.e.m. și dat de:

$$(347) \quad i = \frac{e}{R}$$

Asupra laturilor active apar forțe electromagnetice:

$$(348) \quad \vec{F} = i \vec{l} \times \vec{B}_0 \quad f = B_0 i \cdot l$$

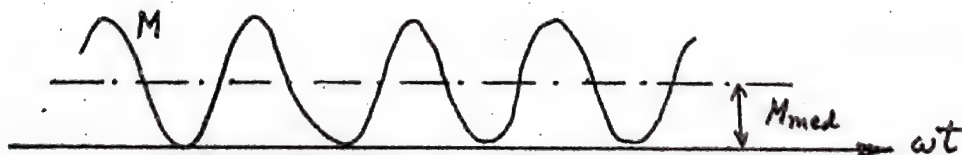
cu sensurile figurate pe fig. 117 și 118, care explică punerea în mișcare a spirei (ele există și dacă $\Omega_2 = 0$) și sensul ei de rotație.

Cuplul celor două forțe este:

$$(349) \quad M = f \cdot D \cdot \sin \alpha = \frac{(B_0 l \cdot D)^2}{R} \omega \cdot \sin^2(\omega t + \alpha_0)$$

fiind variabil în timp, dar avînd o componentă medie nenulă (fig. 119)

Dacă se dispun mai multe spire identice coaxial cu $O-O'$ și uni-



-fig. 119-

form decalate spațial, componentele variabile dispar din cuplul total rămânând doar componentele medii, care produc un cuplu constant de data aceasta.

Pentru a se ajunge la conversie electromecanică este suficient să înlocuim producerea cîmpului magnetic învîrtitor pe cale mecanică, cu producerea sa pe cale electrică, cu un sistem de înfășurări trifazate parcurse de curenți trifazați. Pentru a se evita consumuri inutile de cupru, spațiile de aer trebuie reduse la maxim, ajungîndu-se în felul acesta la structuri de tipul celei din fig. 58

Se constată imediat proprietatea caracteristică a mașinii asincrone de a dezvolta cuplu numai dacă $R_1 \neq R_2$. În adevăr, cuplul se anulează cînd alunecarea este nulă (relația (349)), ceea ce corespunde fizic situației în care spira se rotește cu aceeași viteză ca și cîmpul, fiind deci în repaus relativ față de acesta și deci neputînd avea fenomene de inducție electromagnetică prin mișcare.

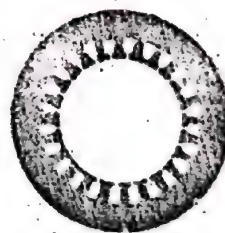
În cele ce urmează prezentăm pe scurt principalele elemente constructive strict esențiale pentru înțelegerea fenomenelor și pentru formularea teoriei acestui tip de mașină.

a) STATORUL - este cilindric, concentric cu rotorul de care este separat printr-un spațiu redus de aer numit întrefier, fiind realizat din tole de oțel electrotehnic obținute prin stantare și suprapunere în pachete de tole. Grosimea tolei este de 0,5 sau 0,35 mm ea fiind izolată pe o parte sau pe ambele părți cu lacuri izo-lante (sau mai modern prin oxidare), pentru ca la suprapunerea în pachete să nu se formeze circuite pe care să se poată închide curenții turbionari (Foucault). Tolele sînt crestate uniform pe circumferința dinspre întrefier, în vederea plasării în crestături a conductoarelor înfășurării.

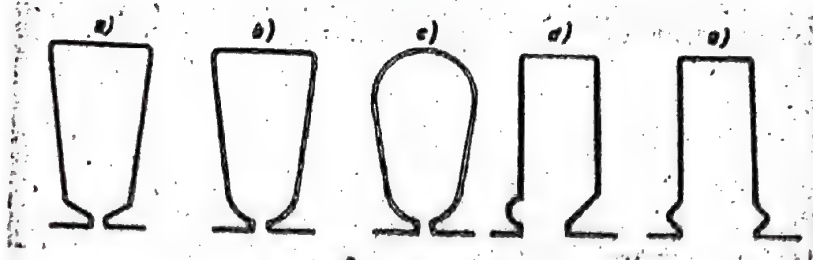
În fig. 120 se dă un exemplu de tolă statorică.

Crestăturile statoarelor pot fi de diferite forme, ca cele din fig. 121. La puteri mari se preferă crestăturile deschise, cum este cea din fig. 121 e). În acest caz statorul se realizează din segmente, putîndu-se folosi în acest caz și tolele de oțel laminate la rece, cu proprietăți magnetice superioare.

Înfășurarea statorică este o înfășurare trifazată simetrică în dublu strat cu pasul scurtat, în jurul valorii de 0,8 τ din motive binecunoscute, avînd capetele tuturor celor trei faze scoase



- fig. 120 -



-fig. 121-

la cutia de borne statorică. Pentru realizarea cu ușurință a legăturilor în stea, sau triunghi, scoaterea capetelor celor trei faze se face "oblic" ca în fig. 122.

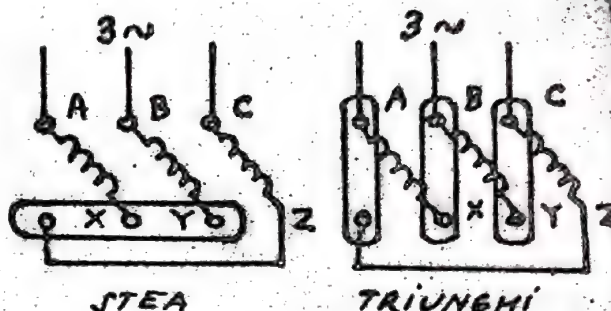
Intrefierul mașinii are valori extrem de reduse, limitate practic numai din considerente mecanice, fiind între 0,2...0,8 mm, crescător cu puterea mașinii.

b) ROTORUL - este desăsemena cilindric, concentric cu statorul, fiind realizat cu tole de 0,5 mm, izolate sau nu

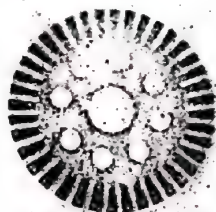
(se va vedea motivul mai departe, la studiul funcționării în regim staționar) și fiind crestat uniform la fel ca și statorul, la periferia din spre intrefier. La puteri mari creștăturile rotoarelor așa zise bobinate, sînt deschise, iar rotorul are practicate canale de răcire axiale, așa ca în fig. 123. Tipurile principale de creștături rotorice pot avea o varietate destul de mare de forme, de exemplu la rotoarele zise în simplă colivie, pot fi ca cele reprezentate în fig. 124.

Din punctul de vedere al tipului de înfășurare de pe rotor, putem avea mai multe variante constructiv-funcționale de rotoare, care se împart în două mari categorii:

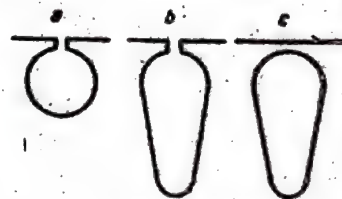
b-1) - rotoare bobinate (cu inele, sau fazice), prevăzute cu o înfășurare trifazată simplu strat cu pas diametral, legată de cele mai multe ori în stea cu neutrul izolat și avînd cele trei capete scoase la cutia de borne rotorice prin sistemul de contacte alunecătoare (trei inele de contact pe care calcă trei perii, împreună cu un dispozitiv special de scurtcircuitare a inelelor și ridicare a periiilor;



-fig. 122-



-fig. 123-



-fig. 124-

b-2) - rotoare în scurtcircuit (în colivie), la rândul lor de diferite tipuri dintre care cele mai uzuale, devenite clasice, sînt:

- rotorul în simplă colivie
- rotorul în dublă colivie
- rotorul cu bare adînci (sau, înalte)

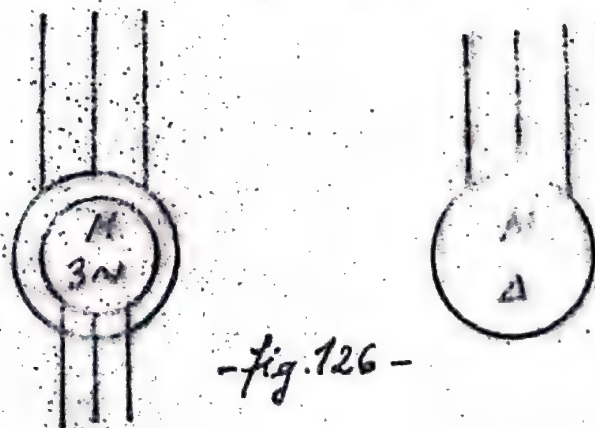
Amănuntele constructive pentru aceste trei tipuri se vor da mai departe, la cap. 3.3., unde se va lua în considerație în mod special funcționarea și rolul lor. Vom remarca doar faptul că la aceste rotoare nu avem borne de legătură cu exteriorul, deci nu avem nici inele de contact nici perii.

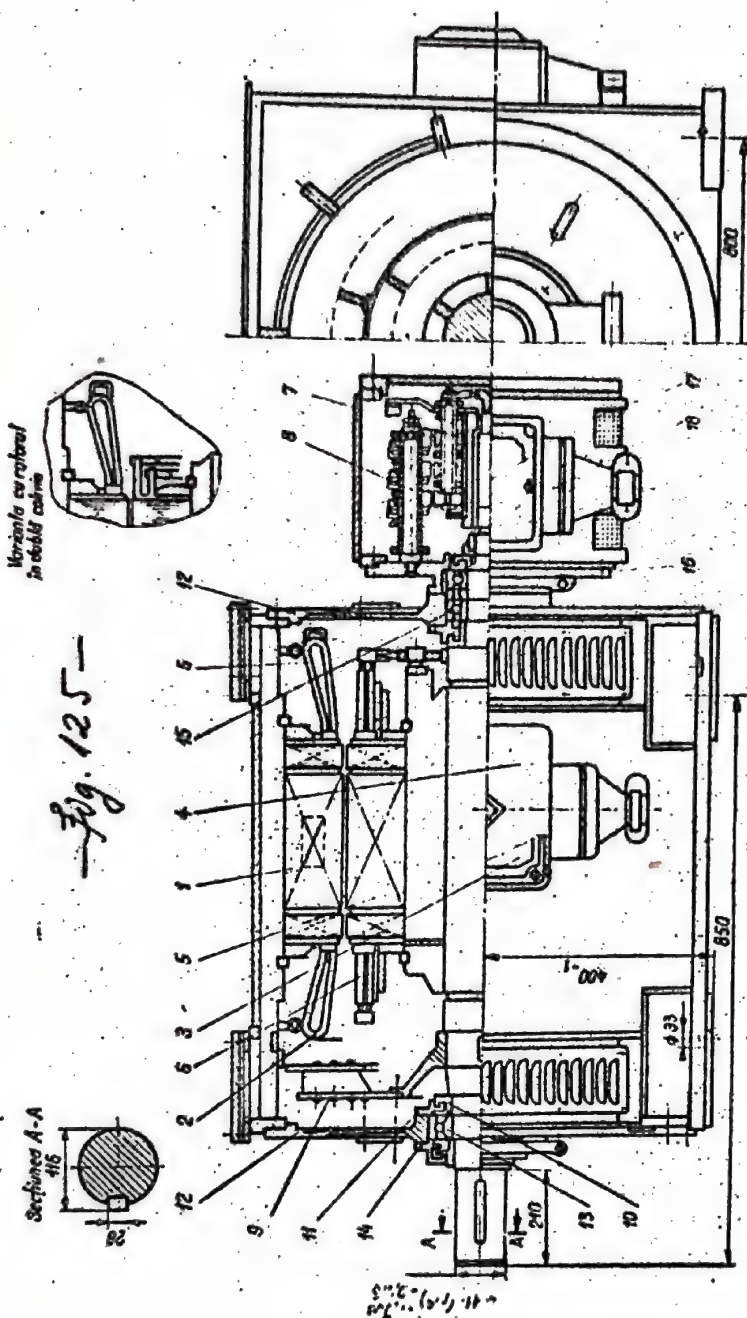
Rotorul se fixează pe arborele mașinii prin presare, direct sau prin intermediul unui butuc. Pe același arbore se mai dispun inelele de contact (cînd există), și un ventilator pentru răcirea mașinii (centrifugal, sau elicoidal, în ultimul caz mașina avînd o direcție de rotație cu sens bine precizat).

Fixarea și centrarea rotorului față de stator se face prin intermediul carcaserii statorice și a două scuturi port lagăre, care asigură și fixarea dispozitivului port perii, cînd este cazul. La puteri mari lagărele mașinii sînt corpuri separate, de construcție specială, exterioare mașinii. Se folosesc lagăre de alunecare și de rulare (cu rulmenți).

Carcasa care joacă și rol mecanic de susținere și protecție a întregii construcții, se face din oțel (la puteri mari, medii și chiar reduse), fontă sau aliaje de aluminiu (la puteri mici). De carcasă se prinde prin sudare dispozitivul de ridicare și transport cu macara a mașinii, cutia de borne, placa indicatoare cu datele mașinii, tălpile de prindere de fundație.

Aspectul constructiv general al unui motor asincron cu rotor bobinat, de putere < 500 kW - 6 kV este redat în fig.125 de pe pagina următoare. De asemenea, în fig.126 de mai jos, se arată modul de reprezentare în scheme a motoarelor asincrone trifazate:





În partea stângă a figurii este reprezentat un motor cu rotor bobinat, iar în partea dreaptă, un motor cu rotor în scurtcircuit, cu fazele statorului legate în triunghi.

Tipul constructiv al unei mașini electrice, indiferent de principiul ei de funcționare, este standardizat, fiind simbolizat printr-o grupare de litere și numere de forma:

IM - □ - □

în care IM este simbolul tipului constructiv adoptat pe plan internațional, următoarea căsuță este litera B pentru mașinile cu axul orizontal, sau litera V pentru mașinile cu axul vertical.

Ultimele două căsuțe sunt destinate simbolizării modului de prindere și au semnificații ca de exemplu:

- pentru B: 3 (tălpi), 5 (flanșe), 6 (prindere pe perete), 30 (prindere în bosaj, adică prin traversarea planului de prindere)
- pentru V: 1 (prindere prin flanșe, jos), 3 (prindere prin flanșe, sus), 30

(prindere prin bosaj) etc..

În afara tipului constructiv, se simbolizează și gradele de protecție împotriva agenților externi, folosind o grupare de litere și

numere de forma:

IP-□-□

în care IP reprezintă simbolul protecției contra pătrunderii agenților externi, următoarea căsuță este un număr care indică protecția contra oamenilor și corpurilor solide (de ex. 1 înseamnă că o bilă cu diametrul de minim 52,5 mm nu trebuie să pătrundă în interiorul mașinii, 4 înseamnă că nu poate pătrunde în interior o sîrmă de diametru 1 mm etc...), iar ultima căsuță este un număr care indică protecția contra pătrunderii fluidelor (de ex. 5 înseamnă protecție contra jetului de fluid din orice direcție, 8 înseamnă etanșeitate perfectă etc..)

3. TEORIA MASINII ASINCRONE IN REGIM STATIONAR (PERMANENT SINUSOIDAL)

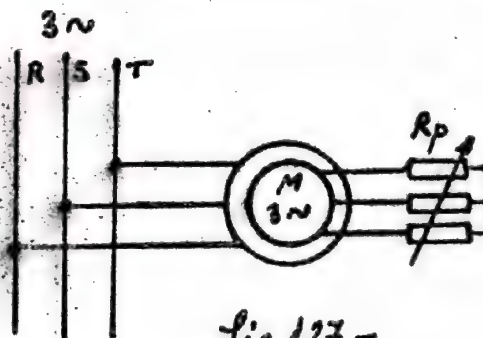
3.1. Introducere.

Deoarece regimul cel mai răspîndit al mașinii asincrone este regimul motor, cu alimentare de la rețeaua trifazată fără fir neutru, vom avea în vedere în marea majoritate a cazurilor numai acest regim de funcționare, celelalte regimuri fiind studiate numai după cîpătarea unor cunoștințe esențiale despre mașina asincronă.

Vom presupune deasemenea la început, numai cazul mașinilor cu rotorul bobinat, mașinile cu rotoare în scurtcircuit fiind studiate în capitole separate.

Schema de folosire a motorului asincron trifazat cu rotorul bobinat cea mai simplă este cea din fig.127, unde prin R_p s-a notat așa numitul reostat de pornire, necesar efectuării unei porniri în condițiile cele mai bune asupra cărora vom reveni ceva mai departe în capitolul rezervat proceselor de pornire.

La pornire, în momentul conectării la rețea a celor trei faze statorice, reostatul R_p este pe poziția de rezistență maximă, urmînd ca în timpul accelerării treptate a motorului să fie adus tot în mod treptat pe poziția de rezistență nulă, adică pe po-



-fig.127-

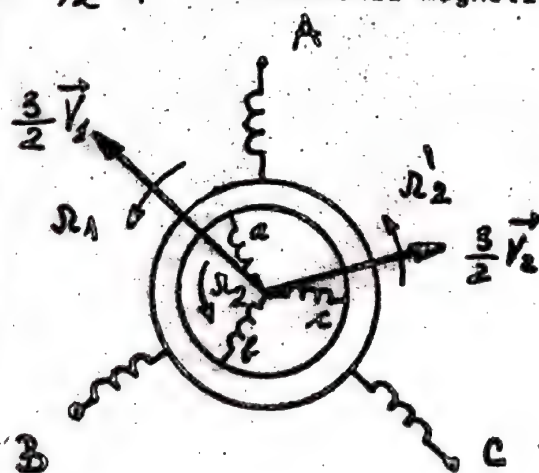
ziția în care fazele rotorice sînt în scurtcircuit. După un timp anumit corespunzător duratei de pornire, procesele electromagnetice și mecanice se stabilizează în timp, motorul intrînd în regimul staționar caracterizat de valori efective constante în timp ale mărimilor electromagnetice (tensiuni, curenți, fluxuri magnetice, t.e.m.) cu variație sinusoidală și de mărimi constante în timp ale vitezei de rotație și cuplului mecanic dezvoltat la arbore.

Procesele fundamentale care au loc în acest regim, esențiale pentru formularea ulterioară a ecuațiilor de funcționare în acest regim, sînt următoarele:

Dacă presupunem că rețeaua trifazată de alimentare este perfect simetrică și motorul are asemenea o construcție simetrică, atunci cele trei tensiuni de fază trifazate aplicate celor trei faze atatorice, vor produce în aceste faze un sistem simetric trifazat de curenți statorici cu valori instantanee i_A , i_B și i_C . Conform celor spuse la cap. 2.2.9. anterior, din acest volum, se va produce un cîmp magnetic invirtitor (pe cale electrică), care se rotește în întrefier cu viteză reală unghiulară:

$$(350) \quad \Omega_1 = \frac{\omega_1}{p} = 2\pi f_1$$

în sensul succesiunii fazelor, putînd fi reprezentat de fazorul spațial $\frac{3}{2} \vec{V}_1$ al tensiunii magnetice rezultante utile. În fig. 128



- Fig. 128 -

s-a reprezentat acest fazor rotitor pe un desen sugestiv în care apar cele trei faze statorice și rotorice situate la câte 120 grade electrice, presupuse legate în stea prin cele două conexiuni circulare concenrice, care exprimă sugestiv și întrefierul mașinii. Astfel de scheme care sugerează configurațiile electromagnetice și geometrice existente în mașinile electrice sînt de

o mare valoare cognitivă, purtînd o mare cantitate de informații necesare înțelegerii fenomenelor interne din mașini. În afara cîmpu-

lui învîrtitor util produs prin acțiunea combinată a tuturor celor trei curenți statorici, fiecare curent în parte mai produce și fluxul magnetic de scăpări al fiecărei faze statorice în parte (a se revedea cap.2.2.3).

Viteza (350) a cîmpului învîrtitor statoric se numește viteză de sincronism a mașinii și depinde exclusiv de frecvența rețelei de alimentare și de numărul de perechi de poli ai înfășurărilor mașinii. Ea se poate exprima și în unitatea rot/min sub forma:

$$(351) \quad n_1 = \frac{60 f_1}{p}$$

Pentru frecvența standard de 50 Hz rezultă că vitezele de sincronism pot avea numai următoarele valori:

p	1	2	3	4	5	6	7	...
$n_1 \left(\frac{\text{rot}}{\text{min}} \right)$	3000	1500	1000	750	600	500	428,6	etc...

Cîmpul magnetic învîrtitor statoric va induce în fazele statorului trei t.e.m. trifazate de aceeași frecvență f_1 ca cea a rețelei (conform celor spuse la cap.3.2.2. anterior), dar va produce în acelaș mod și trei t.e.m. trifazate în fazele rotorului, dacă acesta se rotește cu o viteză diferită de cea a cîmpului învîrtitor. Fie Ω_2 viteza staționară a rotorului, mai mică ca Ω_1 , ceea ce corespunde regimului motor, dacă sensul ei coincide cu sensul lui Ω_1 . În acest caz fenomenele de inducție electromagnetică depind numai de viteza relativă $\Omega_r = \Omega_1 - \Omega_2$ dintre cîmp și fazele rotorului și conform celor spuse la pag.107 pct.5, frecvența t.e.m. induse în rotor va fi:

$$(352) \quad f_2 = \frac{p(n_1 - n_2)}{60} = \frac{p}{2\pi} (\Omega_1 - \Omega_2)$$

iar puleația corespunzătoare este:

$$(353) \quad \omega_2 = 2\pi f_2 = p(\Omega_1 - \Omega_2) = p\Omega_r$$

Mărimea:

$$(354) \quad s = \frac{\Omega_1 - \Omega_2}{\Omega_1} = \frac{n_1 - n_2}{n_1}$$

joacă un rol foarte important în teoria mașinii asincrone și se numește alunecare, fiind adesea exprimată procentual:

$$(355) \quad s(\%) = 100 \frac{n_1 - n_2}{n_1}$$

Se atrage atenția asupra caracterului fizic cu totul deosebit al mărimilor din (354). În timp ce n_2 este viteza reală a rotorului, măsurabilă oricând la arbore de exemplu cu un turometru, sau tahometru, n_1 este viteza de rotație a unui cîmp magnetic învîrtitor imposibil de măsurat pe cale mecanică. Aflarea lui n_1 se poate face numai prin calcul, știind p și măsurînd pe cale electrică frecvența f_1 , aplicînd apoi relația (350) sau (351).

Din relațiile (350), (353) și (354) rezultă o formulă importantă care leagă între ele cele două pulsații (frecvențe) ale t.e.m. și deci și curenților din stator și rotor:

$$(356) \quad \underline{\omega_2 = s \cdot \omega_1} \quad \underline{f_2 = s \cdot f_1}$$

Se atrage de asemenea atenția asupra notației diferitelor mărimi prin indici. Asemănător cu cazul transformatorului, vom nota cu indici 1 mărimile referitoare la stator, deci pe partea rețelei de alimentare și cu indici 2 mărimile referitoare la rotor, adică pe partea dinspre consumator.

În ceea ce privește succesiunea fazelor din rotor, este ușor de observat că dacă $n_2 < n_1$, succesiunea fazelor coincide cu cea din stator (cazul fig. 128), atribuirea efectivă a notațiilor a, b, c unor faze anumite rotorice nefiind importantă (importantă este doar succesiunea lor).

Rotorul fiind simetric, evident cele trei t.e.m. induse în fazele sale vor forma de asemenea un sistem simetric trifazat de curenți alternativ sinusoïdali, defazați în general în urma t.e.m. din cauza caracterului inductiv evident al înfășurărilor. De data aceasta inductanțele nu mai pot fi neglijate ca în cazul simplu din fig. 116 considerat la început.

Între curenții din rotor și cîmpul magnetic învîrtitor inductor statoric apar forțe electromagnetice de interacțiune care au ca rezultat apariția unui cuplu. Conform celor spuse la cap. 4.2. b) anterior, expresia în regim permanent sinusoïdal a acestui cuplu, va fi:

$$(357) \quad M = \frac{3 E_2 I_2 \cos(\hat{E}_2, \hat{I}_2)}{n_1 - n_2} > 0$$

ceea ce corespunde unui cuplu activ, motor, ce se exercită în sensul de mișcare al rotorului.

La fel ca și curenții din stator, curenții i_a , i_b și i_c din rotor vor produce un cîmp magnetic învîrtitor în sensul succesiunii fazelor, deci în același sens cu Ω_1 și Ω_2 , care se rotește față de rotor cu viteză:

$$(358) \quad \Omega'_2 = \frac{\omega_2}{p}$$

după cele cunoscute de la cap. 2.2.9. În afara acestui cîmp, fiecare cîmp rotorîc în parte va produce cîmp magnetic de scăpări a fiecărei faze rotorice, la fel ca în cazul statorului.

Constatăm deci că în mașină există două cîmpuri magnetice învîrtitoare:

- cîmpul învîrtitor statorîc, sau inductor
- cîmpul învîrtitor rotorîc, indus sau de reacție

Să determinăm viteza de rotație față de stator a cîmpului de reacție. Conform teoremei de compunere a vitezelor unghiulare, viteza căutată va fi:

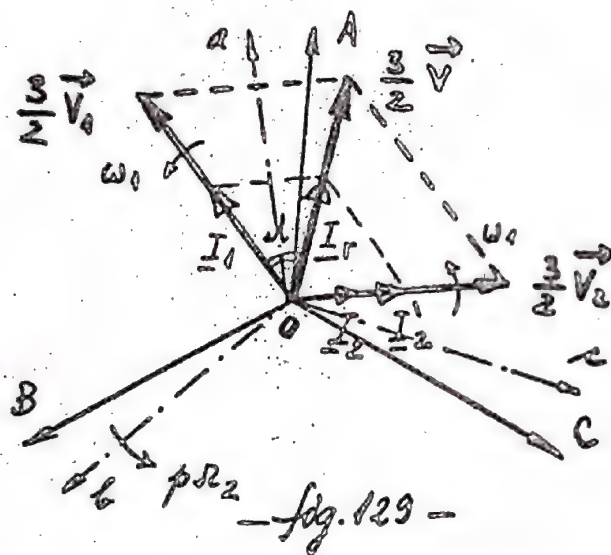
$$(359) \quad \Omega_2 + \Omega'_2 = \Omega_2 + \frac{p(\Omega_1 - \Omega_2)}{p} = \Omega_1$$

adică cele două cîmpuri învîrtitoare se rotesc cu aceeași viteză în raport cu statorul (pe fig. 128 cîmpul de reacție este reprezentat prin tensiunea magnetică $\frac{3}{2} \vec{V}_2$ rotorîcă, ca fazor spațial rotorîc), adică sînt în repaus relativ. Se regăsesc astfel condițiile enunțate în josul paginii 131, necesare pentru apariția unui cuplu cu valoare medie constantă. Cum rezultatul din (359) nu depinde de mărimea și semnul lui Ω_2 , înseamnă că el are caracter general și rămîne valabil și în alte regimuri de funcționare, ceea ce se poate constata și direct (se va observa de exemplu că dacă Ω_2 este mai mare ca Ω_1 și de același sens, succesiunea fazelor în rotor se inversează și prin urmare viteza relativă față de rotor a cîmpului de reacție este inversă). Afirmatia de mai sus se numește de regulă teorema reacției indusului ea fiind valabilă și la alte mașini, de exemplu cea sincronă.

Fenomenele puse în evidență pînă în prezent sînt valabile numai în cazul mașinilor cu circuit magnetic nesaturat, unde este aplicabilă suprapunerea efectelor (superpoziția) și unde putem să spunem care este cîmpul produs de o parte din curenți și care este cel produs de altă parte din curenți, cîmpul rezultat fiind suma celor două cîmpuri parțiale. La mașini saturate magnetic nu mai este

posibilă o astfel de separare a cîmpurilor. În acest caz există un singur cîmp magnetic învîrtitor numit cîmpul util rezultat, sau cîmpul magnetic principal al mașinii, produs de acțiunea simultană și combinată a tuturor celor șase curenți i_A, i_B, i_C, i_a, i_b și i_c , prin intermediul tensiunii magnetice rezultante, obținută prin însumare fazorială (de fazori spațiali rotitori în repaus relativ) a celor două tensiuni magnetice, statorică și rotorică.

În fig. 129 este reprezentat planul electric al secțiunii mașinii, cu cele trei axe ale fazelor A, B și C statorice fixe și cele trei axe ale fazelor a, b și c rotorice în mișcare cu viteza electrică $p\Omega_2$ în sensul succesiunii fazelor.

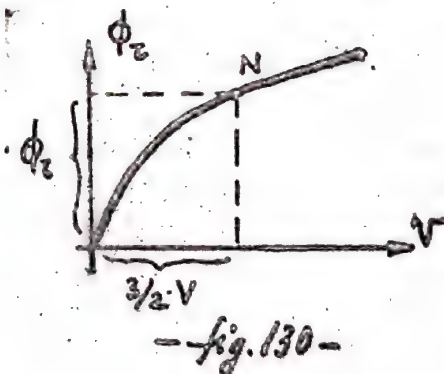


Conform teoremei reacției indusului fazorii spațiali ai tensiunilor magnetice rezultante utile $\frac{3}{2} \vec{V}_1$ și $\frac{3}{2} \vec{V}_2$ se rotesc cu aceeași viteză și în același sens (al succesiunii fazelor), suma lor fazorială fiind dată de regula paralelogramului și fiind reprezentată de fazorul $\frac{3}{2} \vec{V}$, rezultat.

Acest fazor rezultat determină prin direcție și sensul lui, cîmpul în-

virtitor ca poziție în întrefier, iar prin mărime determină după curba de magnetizare a mașinii (fig. 130) fluxul util polar ce corespunde acestui cîmp.

Caracteristica din fig. 130 se poate calcula știind configurația circuitului magnetic și a înfășurărilor cu dimensiunile respective și curbele de magnetizare $B = f(H)$ ale materialelor magnetice folosite, dar este mai bine să fie ridicată pe cale experimentală. Acest lucru va fi luat în considerație la cap. 3.2.11. mai departe.



Înainte de a încheia prezentul subcapitol, vom arăta o aplicație importantă a formulei (356) la determinarea pe cale experimentală a alunecării în cazul motoarelor asincrone cu rotor bobinat.

Din motive de randament ridicat al conversiei electromecanice a energiei în mașinile asincrone, așa cum se va vedea mai departe (la cap. 3.2.6), mașinile trebuie construite astfel ca în regim nominal alunecarea nominală:

$$(360) \quad s_n = \frac{n_1 - n_n}{n_1}$$

să fie doar de câteva procente, deci foarte mică. Acest fapt are două consecințe importante:

1 - pe plăcuța cu datele nominale ale mașinii nu se trece numărul de perechi de poli al mașinii p deoarece acest număr se poate afla indirect astfel: se apreciază din tabelul de la pag. 159 viteza de sincronism a mașinii concrete considerate, ca cea mai apropiată valoare imediat superioară vitezei nominale (de ex. dacă n_n în rot/min este 1490 atunci n_1 este 1500 rot/min); din formula (351) se află apoi p cunoscând desigur f_1 .

2 - frecvența curenților din rotor la regim nominal, dată de relația (356), rezultă foarte mică (de ordinul herților!) (de ex. pentru cazul anterior alunecarea nominală este de 1/150 și deci f_2 va fi $(1/150) \times 50 = 0,33$ Hz)

La frecvențe reduse, de ordinul a câțiva herți, aparatele de măsurat în curent continuu pot urmări variațiile lente ale valorii instantanee ale curentului, astfel că dacă se conectează în serie cu una din fazele rotorului un ampermetru de curent continuu cu zeroul scării gradate la mijlocul scalei, acesta va devia în ritmul variației curentului rotoric și putem cu ajutorul unui cronometru să determinăm frecvența f_2 numărînd timpul în care se produc N oscilații complete ale acului indicator (adică N oscilații de du-te vino). Dacă timpul corespunzător este t atunci avem:

$$(361) \quad A = \frac{N}{t \cdot f_1}$$

sau direct în procente, la f_1 de 50 Hz:

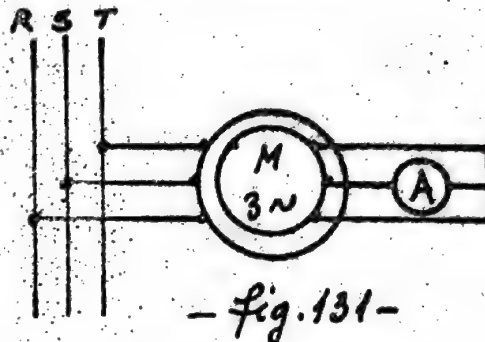
$$(362) \quad A(\%) = \frac{2N}{t}$$

Schema corespunzătoare este dată în fig. 131. La alunecări mari este dificil să numărăm oscilațiile din cauza rapidității cu care

se mișcă acul indicator, astfel că trebuie folosite alte metode, din care amintim aici metoda tachometrului, un aparat de măsurare directă a vitezei de rotație bazat pe forțele centrifuge, sau pe antrenarea unui disc prin curenți turbionari induși. Metoda se bazează pe măsurarea lui n_2 și pe calculul alunecării cu expresia (354) în care n_1 se determină așa cum s-a arătat mai înainte. Această metodă este afectată de erori cu atât mai mari cu cât n_2 este mai apropiat de n_1 , din cauza preciziei scăzute a determinării vitezei cu tachometrul (cam 5 %), comparabilă cu valorile alunecării.

O metodă mai precisă (cea stroboscopică) va fi prezentată la cap. 3.3.1, mai departe.

În încheiere, amintim că în cazul mașinilor asincrone saturate, formule de calcul a cuplului (357) trebuie înțelese ca rezultat al interacțiunii curenților din rotor cu cîmpul învîrtitor principal (adică cel rezultat util, produs de acțiunea combinată a curenților din stator și din rotor), așa cum s-a arătat la pagina 137. Prin urmare t.e.m. E_2 este cea determinată de acest cîmp principal și nu cea determinată doar de cîmpul statoric.



- Fig. 131 -

3.2. Mașini asincrone cu rotorul bobinat.

3.2.1. Corelația spațio-temporală și consecințe.

Spre deosebire de ~~Acțiunea~~ transformatorului unde am studiat ambele variante posibile de tratare teoretică (teoria fizică și teoria tehnică), pentru studiul teoretic al mașinii asincrone în regim permanent sinusoidal se folosește aproape în exclusivitate doar teoria tehnică, bazată pe cîmpuri magnetice utile și de scăpări.

În regim permanent sinusoidal cei trei curenți trifazați statorici pot fi reprezentați printr-un fazor unic în planul electric al secțiunii mașinii, suprapus peste fazorul spațial rotitor al tensiunii magnetice statorice (fazorii \underline{I}_1 și $\frac{3}{2} \vec{V}_1$ din fig. 129). Proiecțiile lui \underline{I}_1 pe cele trei axe fixe A, B și C ne dau valorile instantanee ale curenților i_A , i_B și i_C din fazele statorice.

În mod asemănător, cei trei curenți trifazați rotorici pot fi reprezentați în același plan electric, prin fazorul \underline{I}_2 suprapus pe fazorul tensiunii magnetice rotorice $\frac{3}{2} \vec{V}_2$. Proiecțiile lui \underline{I}_2 pe cele trei axe mobile a, b, c, ale rotorului, care se rotesc cu viteza ω_2 , ne dau valorile instantanee ale curenților i_a , i_b și i_c din fazele rotorice.

Deoarece conform teoremei reacției indusului cele două tensiuni magnetice $\frac{3}{2} \vec{V}_1$ și $\frac{3}{2} \vec{V}_2$ se rotesc cu aceeași viteză și în același sens al succesiunii fazelor statorului, cei doi curenți \underline{I}_1 și \underline{I}_2 se vor afla în repaus relativ reciproc, dar deoarece ei se proiectează pe axe diferite (cele statorice fixe, cele rotorice mobile) valorile instantanee corespunzătoare vor avea evident frecvențe diferite. Se verifică imediat prin calcul direct al proiecțiilor pe baza figurii 129, că pulsația curenților statorici este ω_1 iar cea a curenților rotorici este $\omega_2 = 4 \omega_1$.

După cum se cunoaște cele două tensiuni magnetice sînt date de relațiile:

$$(363) \quad \begin{aligned} \frac{3}{2} V_1 &= \frac{3}{2} \left(\frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{k_w W_1}{p} I_1 \right) \\ \frac{3}{2} V_2 &= \frac{3}{2} \left(\frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{k_w W_2}{p} I_2 \right) \end{aligned}$$

În timp ce fazorii spațiali $\frac{3}{2} \vec{V}_1$ și $\frac{3}{2} \vec{V}_2$ se rotesc cu aceleași viteze față de stator, curenții din stator și din rotor au frecvențe diferite, fapt ce introduce o complicație în plus față de cazul transformatorului, unde în primar și în secundar avem aceleași frecvențe ale mărimilor.

Este important pentru teoria mașinii asincrone faptul că putem echivala producerea cîmpului învîrtitor principal de către curenții reali statorici și rotorici, de frecvențe diferite, printr-un sistem echivalent de curenți care circulă doar prin stator, deci care sînt de aceeași frecvență.

Pentru aceasta să presupunem că tensiunea magnetică rezultantă $\frac{3}{2} \vec{V} = \frac{3}{2} \vec{V}_1 + \frac{3}{2} \vec{V}_2$ s-ar datora unui curent \underline{I}_r fictiv, statoric (fig. 129), astfel că:

$$(364) \quad \frac{3}{2} V = \frac{3}{2} \left(\frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{k_w W_1}{p} I_r \right)$$

Să introducem curentul \underline{I}_2' definit prin:

$$(365) \quad \underline{I}_2' = \underline{I}_r - \underline{I}_1$$

astfel încît suma fazorială $\underline{I}_1 + \underline{I}_2'$ să reprezinte curentul fictiv \underline{I}_r (fig.129). Triunghiul format de curenții \underline{I}_1 și \underline{I}_r și cel format de tensiunile magnetice $\frac{3}{2} \vec{V}_1$ și $\frac{3}{2} \vec{V}$ sînt asemenea deoarece au cîte două laturi proporționale cuprinse de ambele părți ale unghiului comun λ . Rezultă deci că curentul \underline{I}_2' este paralel cu $\frac{3}{2} \vec{V}_2$, deci și cu \underline{I}_2 . Din raportul de asemănare rezultă:

$$(366) \quad \frac{V_2}{I_2'} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{k_{w1} W_1}{p}$$

adică:

$$(367) \quad V_2 = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{k_{w1} W_1}{p} \cdot I_2'$$

Comparînd (363) cu (367), rezultă că între valorile efective ale curentului real I_2 din rotor și curentului echivalent statoric I_2' există relația:

$$(368) \quad \underline{I}_2' = \frac{k_{w2} \cdot W_2}{k_{w1} \cdot W_1} \cdot I_2$$

Pe baza celor spuse, curenții reali din mașină, cel statoric de valoare I_1 și pulsație ω_1 și cel rotoric de valoare I_2 și de pulsație ω_2 pot fi echivalați din punctul de vedere al producerii cîmpului magnetic util rezultat învîrtitor, prin sistemul de curenți statorici I_1 și I_2' de aceeași pulsație ω_1 , prin compunerea fazorială a cărora se obține curentul fictiv \underline{I}_r ce produce tensiunea magnetică rezultantă $\frac{3}{2} \vec{V}$.

Curentul \underline{I}_2' introdus prin (365) se numește curent rotoric raportat la stator și el joacă un rol esențial în teoria mașinii asincrone.

Prin comparație cu transformatorul, se constată că procesul de raportare are următoarele particularități:

a) raportarea se face cu factorul $k_{w2} \cdot W_2 / k_{w1} \cdot W_1$ în loc de W_2 / W_1 ;

b) raportarea implică în acest caz și schimbarea frecvenței, ceea ce nu este cazul la transformator.

Introducerea curenților echivalenți permite înlocuirea relației de compunere a fazorilor spațiali:

$$(369) \quad \frac{3}{2} \vec{V}_1 + \frac{3}{2} \vec{V}_2 = \frac{3}{2} \vec{V}$$

printr-o relație de compunere a fazorilor de timp:

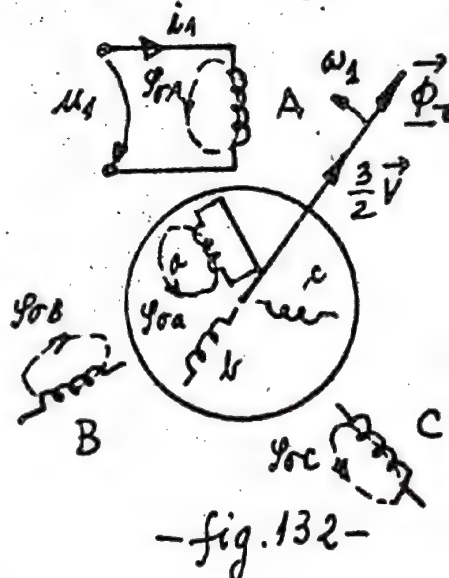
$$(370) \quad \underline{I}_1 + \underline{I}_2' = \underline{I}_r$$

Ca urmare a corelației spațio-temporale, cele două sisteme de fazori din (369) și (370) sînt suprapuse, așa cum se arată pe fig. 129.

3.2.2. Ecuațiile de tensiuni.

Să considerăm cele șase circuite electrice ale mașinii în planul electric, considerate distinct, indiferent de modul lor de conectare (stea sau triunghi), așa cum se arată pe fig. 132.

Curenții prin aceste circuite produc cîmpuri magnetice de scăpări legate de înfășurările respective și cîmpul magnetic util rezultat (principal). Așa cum s-a arătat în cap. 2.2.3 și 3.2.5 din partea referitoare la "Probleme generale ale mașinilor rotative de curent alternativ", cîmpurile de scăpări se înlanțuie numai cu înfășurarea în care circulă curentul care le produce (de ex. fluxul de scăpări notat cu \mathcal{G}_{rA} pe fig. 132 conține doar linii de cîmp ce se înlanțuie doar cu faza A statorică) și pot induce numai t.e.m. de transformare, cînd acești curenți variază în timp. Cîmpul învîrtitor principal fiind constant în timp dar rotitor, va induce în toate înfășurările numai t.e.m. de mișcare.



-fig. 132-

Pentru scrierea ecuațiilor de tensiuni vom adopta același tip de convenții ca la scrierea ecuațiilor transformatorului, cu deosebirea că aci vom considera toate circuitele receptoare.

Considerînd o fază a statorului, de exemplu faza A, scriem cele două legi, a inducției electromagnetice și a circuitului electric (Ohm) în forma:

$$(371) \quad R_1 i_1 - \mathcal{M}_1 = e_{11} = e_{10} + e_1$$

Deoarece considerăm numai regimul permanent sinusoidal de funcționare, trecînd la reprezentarea prin fazori, avem:

$$(372) \quad R_1 \underline{I}_1 - \underline{U}_1 = \underline{E}_{10} + \underline{E}_1$$

T.e.m. de scăpări se scrie conform celor din cap.3.2.5 formula (272) sub forma:

$$(373) \quad \underline{E}_{10} = -j \cdot \omega_1 L_{10} \underline{I}_1 = -j \cdot X_{10} \cdot \underline{I}_1$$

iar t.e.m. de mișcare conform celor spuse la cap.3.2. este:

$$(374) \quad \underline{E}_1 = -j \cdot \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f_1 \cdot k_{w1} W_1 \underline{\Phi}_0$$

Evident, din punctul de vedere al fazorilor obișnuiți, pentru celelalte două faze statorice avem ecuații asemănătoare, în care diferența constă numai în defazajele de $2\pi/3$ și respectiv $4\pi/3$, specifice regimurilor simetrice trifazate. Din acest motiv ecuațiile se scriu numai pentru cîte o fază statorică și la fel în rotor. Ecuațiile scrise se pot însă interpreta și din punctul de vedere al reprezentărilor prin fazor unic trifazat, dar prin folosirea a trei axe de proiecție pentru cele trei faze (a se vedea cele spuse la pag.68). Această ultimă variantă, combinată cu corelația spațio-temporală, permite o mai mare claritate a expunerii și trebuie preferată în general.

Pe baza celor arătate, pentru stator se pot scrie deci relațiile:

$$(375) \quad \begin{cases} \underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_1 + j \cdot X_{10} \underline{I}_1 - \underline{E}_1 \\ \underline{E}_1 = -j \cdot \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f_1 \cdot k_{w1} W_1 \underline{\Phi}_0 \end{cases}$$

în care fazorii reprezintă mărimi cu pulsația ω_1 .

În același mod, considerînd o fază a rotorului și ținînd seama de faptul că este în scurtcircuit (dacă rotorul este conectat pe o impedanță trifazată simetrică exterioară se poate considera în scurtcircuit cu modificarea însă corespunzătoare a parametrilor), se pot scrie relațiile analoge:

$$(376) \quad \begin{cases} 0 = R_2 \underline{I}_{2s} + j \cdot X_{20s} \underline{I}_{2s} - \underline{E}_{2s} \\ \underline{E}_{2s} = -j \cdot \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f_2 \cdot k_{w2} W_2 \underline{\Phi}_0 \end{cases}$$

în care fazorii reprezintă mărimi cu pulsația $\omega_2 = A \cdot \omega_1$.

Indicii s s-au introdus pentru a sublinia tocmai acest fapt al diferenței de pulsație (frecvență) dintre mărimile statorice și cele rotorice. În legătură cu aceasta mai trebuie remarcat că fazorul $\underline{\Phi}_0$ din (375) și (376) reprezintă una și aceeași mări-

me, fluxul polar corespunzător cîmpului magnetic rezultat învîrtitor, considerată însă din sisteme diferite de coordonate. Ca urmare mărimea respectivă are aceeași valoare dar diferă ca pulsație și chiar ca "defazaj", în sensul că fluxul maxim printr-o fază statorică se atinge în general la momente de timp diferite de cele la care se obține fluxul maxim printr-o fază rotorică.

Sistemele de ecuații fazoriale stabilite nu sînt complete decît dacă se indică o relație între ϕ_z și curenții I_1 și I_2 . Această relație este stabilită indirect prin intermediul compunerii fazorilor spațiali:

$$(377) \quad \frac{3}{2} \vec{V}_1 + \frac{3}{2} \vec{V}_2 = \frac{3}{2} \vec{V}$$

și al caracteristicii de magnetizare din fig. 130,

În principiu teoria mașinii asincrone trifazate s-ar putea opri în acest stadiu, suficient pentru rezolvarea problemelor de regim staționar. Pentru a justifica cele spuse să arătăm că problemele sînt univoc determinate dacă :

I - cunoaștem parametrii mașinii considerate, adică: rezistențele fazelor în stator R_1 și în rotor R_2 , inductanțele de scăpări în stator $L_{1\sigma}$ și în rotor $L_{2\sigma}$, factorii de bobinaj k_{w1} și k_{w2} , numerele de spire W_1 și W_2 , numărul de perechi de poli p .

II - cunoaștem caracteristica de magnetizare $\phi_z = f(\frac{1}{2}V)$ din fig. 130.

III - cunoaștem mărimile de intrare $U_1, I_1, \cos \varphi_1$ și f_1 ceea ce echivalează cu cunoașterea datelor nominale ale rețelei de alimentare (U_1, f_1) și puterile schimbate pe la borne cu ea, activă P_1 și reactivă Q_1 .

În aceste condiții putem determina de exemplu viteza de rotație a motorului și cuplul exercitat asupra rotorului, adică mărimile de ieșire.

Vom arăta acest lucru pe baza unor determinări grafice, bazate pe reprezentarea fazorială a ecuațiilor stabilite și pe baza corelației spațio-temporale.

Plecînd de la valorile U_1, I_1 și $\cos \varphi_1$, se construiesc la scară fazorii \underline{U}_1 și \underline{I}_1 (fig. 133). Se determină $X_{1\sigma} = 2\pi f_1 \cdot L_{1\sigma}$ și se duce din vârful lui \underline{U}_1 fazorul $j \cdot X_{1\sigma} \cdot \underline{I}_1$ perpendicular pe \underline{I}_1 și apoi $R_1 \cdot \underline{I}_1$ paralel cu \underline{I}_1 , determinînd în felul acesta pe $-\underline{E}_1$. Conform expresiei (374) putem determina pe ϕ_z în mărime și direcție (la 90° în urma lui $-\underline{E}_1$). Din curba de magnetizare se află tensiunea magnetică rezultantă $\frac{3}{2} \vec{V}$ "în fază" cu ϕ_z . Cu prima relație

(363) se determină $\frac{3}{2} \vec{V}_1$ "în fază" cu \underline{I}_1 . Din compunerea tensiunilor magnetice se determină ca mărime și direcție $\frac{3}{2} \vec{V}_2$, cu ajutorul căreia și al relației a doua din (363), se determină curentul \underline{I}_{2s} ca mărime și direcție. Construim apoi termenul $R_2 \cdot \underline{I}_{2s}$ din ecuația (376), care conform acestei ecuații reprezintă proiecția lui \underline{E}_{2s} pe direcția lui \underline{I}_{2s} . Aflăm în felul acesta pe \underline{E}_{2s} și termenul $X_{2s} \cdot \underline{I}_{2s} = 2\pi f_2 \times L_{2s}$ (se duc perpendicularele din vârful lui $R_2 \cdot \underline{I}_{2s}$ și din origine pe Φ_r), deci determinăm pe f_2 și deci alunecarea s .

Cu ajutorul alunecării determinăm viteza rotorului:

$$(378) \quad n_2 = (1-s) \frac{60f_1}{p}$$

Cuplul rezultă egal cu:

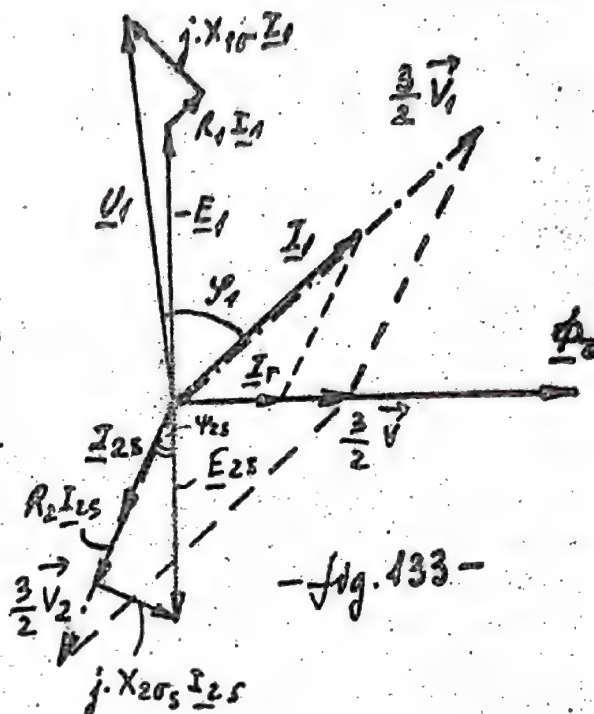
$$(379) \quad M = \frac{3E_{2s} I_{2s} \cos \varphi_2}{R_1 - R_2}$$

și deci mărimile de ieșire rezultă într-un mod bine determinat, ținând seama și de saturația magnetică a mașinii.

Totuși, teoria schițată pînă acum, comportă calcule complicate și se pretează greu la rezolvarea altor probleme, cum ar fi de exemplu determinarea curenților și a alunecării cînd se cunosc U_1, f_1 și cuplul la arbore M (datele de la I și II fiind bine înțelese cunoscute). În plus, calculele grafice sînt mult îngreunate de faptul că scările de reprezentare diferă mult în stator și rotor (în general E_{2s} este cu mult mai mic decît E_1), iar teoria sub formă arătată nu permite alcătuirea unor scheme echivalente atît de utile în aplicații, așa cum s-a constatat deja la transformator.

De aceea este necesară prelucrarea în continuare a teoriei, în care așa cum vom vedea, curentul raportat \underline{I}_2' introdus la pct. 3.2.1 imediat anterior va juca rolul hotărîtor.

Înainte de a trece la realizarea celor propuse, să observăm că în ecuația primă din (375) termenii $R_1 \underline{I}_1$ și $X_{1s} \cdot \underline{I}_1$ sînt mult



-fig. 433-

mai mici decât U_1 , respectiv E_1 ; la o mașină ideală ei ar trebui să fie nuli. În realitate la fel ca la transformator (vol. I, cap. 2.5. pag. 145) fluxurile de scăpări joacă un rol important în procesul transmisiei energiei de la stator spre rotor, existența lor fiind necesară chiar și din alte motive (după cum vom vedea ele determină o parte din performanțele mașinii). Cu toate acestea, putem scrie cu o bună aproximație:

$$(380) \quad \underline{U}_1 \cong -\underline{E}_1 = +j \cdot \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f_1 k_{w1} W_1 \underline{\phi}_2 = +j \cdot \text{const.} \cdot f_1 \cdot \underline{\phi}_2$$

relația din care rezultă că la o mașină dată alimentată la o rețea dată, fluxul principal $\underline{\phi}_2$ este o mărime constantă care nu depinde de sarcina mașinii, concluzie în totul asemănătoare celei de la studiul transformatorului. Acest flux depinde la o mașină dată numai de rețeaua de alimentare prin relația:

$$(381) \quad \underline{\phi}_2 = \text{const.} \cdot \frac{U_1}{f_1}$$

dedusă din (375) în ipotezele admise.

De aci rezultă că și curentul fictiv I_r introdus la 3.2.1. imediat anterior este o mărime constantă, independentă de sarcină. Ori la mersul în sincronism, analog mersului în gol de la transformator, deoarece $\mathcal{N}_2 = \mathcal{N}_1$, nu vom avea t.e.m. indusă în fazele rotorului și prin urmare curenții rotorici sînt nuli, deci și I_2' raportat este nul. În acest caz curentul absorbit din rețea în stator se notează cu \underline{I}_{10} (curent de mers în gol) și conform celor spuse, relația (370) se scrie:

$$(382) \quad \underline{I}_{10} = \underline{I}_r$$

adică curentul I_r încetează a mai fi un curent fictiv, căpătînd o semnificație fizică bine determinată. Această semnificație rezultă din cele spuse și din considerarea diagramei combinate din fig. 133. Curentul $\underline{I}_r \pm \underline{I}_{10}$ este un curent mult defazat față de \underline{U}_1 (aproape de 90°), fiind în fază cu fluxul $\underline{\phi}_2$. Puterea activă corespunzătoare este necesară acoperirii pierderilor Joule la mers în gol în înfășurările statorice, iar puterea reactivă este necesară producerii cîmpului magnetic invirtitor, deci este o putere de magnetizare.

Din acest motiv, curentul \underline{I}_{10} (de acum înainte vom folosi această notație în locul lui \underline{I}_r) se mai numește și curentul de magnetizare al mașinii.

3.2.3. Ecuațiile în mărimi raportate.

În vederea eliminării dificultăților puse în evidență la pct. 3.2.2. este necesară o transformare a ecuațiilor mașinii asincrone, care conțin mărimi de frecvențe diferite și de ordine de mărimi diferite, într-o variantă mai comodă, care așa cum vom vedea prezintă numeroase avantaje de calcul. Această transformare a ecuațiilor se face în două etape:

a) Reducerea fenomenelor din mașina cu rotor în mișcare, la fenomene echivalente din mașina cu rotor fix.

În ecuația (376) a tensiunilor rotorice de pulsație ω_2 , apar mărimile $X_{2\sigma s}$ și E_{2s} , care depind esențial de alunecare, deci de viteza rotorului, putând fi scrise astfel:

$$(383) \quad \begin{cases} X_{2\sigma s} = 2\pi f_2 \cdot L_{2\sigma} = 2\pi s f_1 L_{2\sigma} = s (2\pi f_1 L_{2\sigma}) = s \cdot X_{2\sigma} \\ E_{2s} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f_2 k_w W_2 \Phi_s = s \left(\frac{2\pi}{\sqrt{2}} f_1 k_w W_2 \Phi_s \right) = s \cdot E_2 \end{cases}$$

În aceste relații $X_{2\sigma}$ este reactanța de scăpări a rotorului, pe fază, măsurată la pulsația ω_1 , adică cu rotorul fix (deoarece în acest caz $s=1$ și prin urmare $f_2=f_1$), iar E_2 este t.e.m. ce se induce într-o fază rotorică de asemenea când acesta este fix.

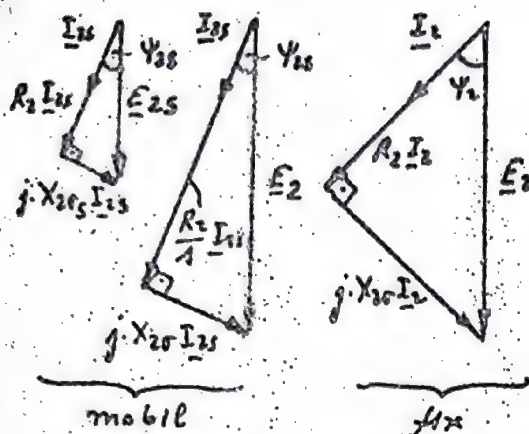
Să comparăm acum între ele ecuațiile de tensiuni care corespund rotorului în mișcare cu alunecarea s , cu cele care ar corespunde unui rotor fix. Avem:

$$(384) \quad \begin{aligned} \text{mobil: } R_2 \underline{I}_{2s} + j \cdot X_{2\sigma s} \underline{I}_{2s} &= \underline{E}_{2s} \\ \text{fix: } R_2 \underline{I}_2 + j \cdot X_{2\sigma} \underline{I}_2 &= \underline{E}_2 \end{aligned}$$

Deoarece o ecuație de fazori nu se modifică prin împărțire cu o mărime scalară diferită de zero, prima ecuație se mai poate scrie și sub formă:

$$(385) \quad \frac{R_2}{s} \cdot \underline{I}_{2s} + j \cdot X_{2\sigma} \underline{I}_{2s} = \underline{E}_2$$

Diagramele de fazori ce corespund ecuațiilor (385) și (384) pentru rotor fix, sînt reprezentate pe fig. 134. Se observă că împărțirea cu s nu modifică nici valoarea curentului I_{2s} nici defazajul său față de t.e.m. ψ_{2s} . Se mai constată că din punct de vedere al valorii curentului rotoric și al defazajului său față de t.e.m. fenomenele din rotorul mobil sînt echivalente cu cele din acelaș rotor fix, în care rezistența fazei depinde de alunecare, fiind R_2/s .



-fig. 134-

Deșigur, pulsația mărimilor rotorice rămâne ω_2 , dar rezultatul precedent trebuie interpretat în sensul că influența fenomenelor din rotorul mobil asupra statorului este aceeași ca cea din rotorul fix, cu rezistență de fază dependentă de alunecare prin relația: R_2/s .

Privind lucrurile din punctul de vedere al statorului, sistemul de ecuații al mașinii asincrone cu rotorul fix echivalent celui mobil, va fi evident un sistem de ecuații fazoriale de aceeași pulsație ω_1 .

Acest sistem este format de ecuațiile:

$$(386) \quad \begin{cases} \underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_1 + j \cdot X_{10} \underline{I}_1 - \underline{E}_1 \\ 0 = \frac{R_2}{s} \cdot \underline{I}_2 + j \cdot X_{20} \underline{I}_2 - \underline{E}_2 \\ \underline{E}_1 = -j \cdot \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot f_1 \cdot k_{w1} \cdot W_1 \cdot \underline{\Phi}_0 \\ \underline{E}_2 = -j \cdot \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot f_1 \cdot k_{w2} \cdot W_2 \cdot \underline{\Phi}_0 \end{cases}$$

la care trebuie adăugate relații ce permit exprimarea fluxului $\underline{\Phi}_0$ funcție de curenții \underline{I}_1 și \underline{I}_2 și care se pot scrie prin intermediul curentului raportat \underline{I}'_2 în modul:

$$(387) \quad \underline{I}_1 + \underline{I}'_2 = \underline{I}_1 + \frac{k_{w2} W_2}{k_{w1} W_1} \cdot \underline{I}_2 = \underline{I}_{10}$$

În fază cu \underline{I}_{10} se află $\underline{\Phi}_0$, care se determină din caracteristica de magnetizare pentru tensiunea magnetică:

$$(388) \quad \frac{3}{2} V = \frac{3}{2} \left(\frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{k_{w1} W_1}{p} \right) I_{10}$$

Acest sistem complet de ecuații fazoriale de aceeași pulsație, permite calculul grafic sau în complex al tuturor mărimilor și defazașelor la o alunecare dată, cu observația că în realitate mărimile rotorice au frecvență diferită, dată de $f_2 = s \cdot f_1$.

Pentru a aduce mărimile statorice și cele rotorice la același ordin de mărime și pentru a putea elabora scheme echivalente ale mașinii în raport cu bornele de alimentare statorice, se trecea la

două fază a transformării ecuațiilor, care seamănă cu cea de la studiul transformatorului.

b) Raportarea mărimilor rotorice la cele statorice.

Pentru efectuarea raportării vom proceda prin analogie cu cazul transformatorului, plecând de la constatarea că:

$$(389) \quad \underline{E}_2' = \frac{k_{w_1} W_1}{k_{w_2} W_2} \cdot \underline{E}_2 = \underline{E}_1$$

și de la faptul că prin înmulțirea ambilor membri ai unei ecuații de fazori cu aceeași cantitate scalară, diferită de zero, se obține o ecuație echivalentă cu cea inițială. Putem scrie sistemul (386) sub forma:

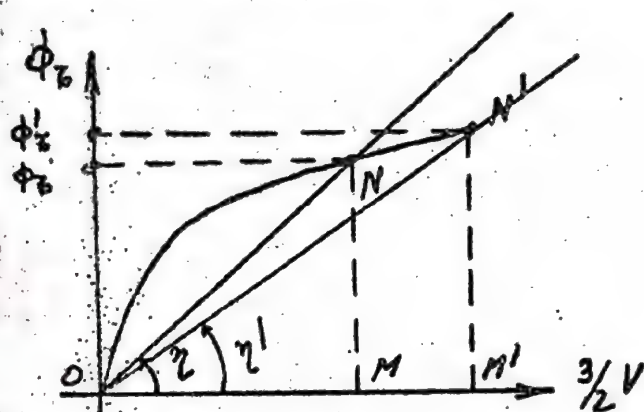
$$(390) \quad \begin{cases} \underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_1 + j \cdot X_{1\sigma} \underline{I}_1 - \underline{E}_1 \\ 0 = \frac{1}{s} \left[R_2 \left(\frac{k_{w_1} W_1}{k_{w_2} W_2} \right)^2 \right] \left[\underline{I}_2 \frac{k_{w_2} W_2}{k_{w_1} W_1} \right] + j \cdot \left[X_{2\sigma} \left(\frac{k_{w_1} W_1}{k_{w_2} W_2} \right)^2 \right] \cdot \left[\underline{I}_2 \frac{k_{w_2} W_2}{k_{w_1} W_1} \right] - \left[\underline{E}_2 \frac{k_{w_1} W_1}{k_{w_2} W_2} \right] \\ \underline{E}_1 = \underline{E}_2' = -j \cdot \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot f_1 \cdot k_{w_1} W_1 \cdot \underline{\Phi}_0 \\ \underline{I}_1 + \left[\underline{I}_2 \cdot \frac{k_{w_2} W_2}{k_{w_1} W_1} \right] = \underline{I}_{10} \end{cases} \quad \begin{cases} R_2' = R_2 \left(\frac{k_{w_1} W_1}{k_{w_2} W_2} \right)^2 \\ X_{2\sigma}' = X_{2\sigma} \left(\frac{k_{w_1} W_1}{k_{w_2} W_2} \right)^2 \\ \underline{I}_2' = \underline{I}_2 \frac{k_{w_2} W_2}{k_{w_1} W_1} \end{cases}$$

Mărimile R_2' , $X_{2\sigma}'$, \underline{I}_2' și \underline{E}_2' sînt mărimile rotorice raportate la stator. Observăm că raportarea se face ca și la transformator, cu deosebirea că în locul raportului numărului de spire W_1/W_2 aci se folosește raportul numărului echivalent de spire al înfășurărilor, $k_{w_1} W_1 / k_{w_2} W_2$. Se mai observă că în ecuații apare chiar curentul \underline{I}_2' raportat introdus la cap. 3.2.1.

Cu aceste notații și observații sistemul de ecuații raportat al mașinii asincrone se scrie astfel:

$$(391) \quad \begin{cases} \underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_1 + j \cdot X_{1\sigma} \underline{I}_1 - \underline{E}_1 \\ 0 = \frac{R_2'}{s} \underline{I}_2' + j \cdot X_{2\sigma}' \underline{I}_2' - \underline{E}_2' \\ \underline{E}_1 = \underline{E}_2' = -j \cdot \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot f_1 \cdot k_{w_1} W_1 \cdot \underline{\Phi}_0 \\ \underline{I}_1 + \underline{I}_2' = \underline{I}_{10} \end{cases}$$

Fluxul magnetic polar ϕ_0 este în fază cu I_{10} , și este determinat prin tensiunea magnetică rezultantă (388) și caracteristica de magnetizare din fig.135. În vederea alcătuirii unei scheme echivalente a mașinii asincrone, este indicat să liniarizăm dependența $\phi_0 = f(\frac{3}{2}V)$, introducând o permeanță echivalentă a circuitului magnetic a mașinii λ_e , reprezentată prin $(NM/MO) = \frac{1}{\lambda_e} \eta$ pe fig.135. În felul acesta putem scrie dependența dintre ϕ_0 și I_{10} sub forma:



-fig.135-

$$\begin{aligned} \phi_0 &= \frac{3}{2} \lambda_e \cdot V = \\ (392) \quad &= \frac{3}{2} \lambda_e \left(\frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{k_w W_1}{p} \right) I_{10} \end{aligned}$$

Înlocuind (392) în expresia lui $E_1 = E_2^*$ din (391) se obține:

$$\begin{aligned} E_1 &= -j \cdot 2\pi f_1 \left[\frac{3}{p\pi} \lambda_e \times \right. \\ (393) \quad &\left. \times (k_w W_1)^2 \right] I_{10} = -j \cdot X_\mu \cdot I_{10} \end{aligned}$$

Mărimea $X_\mu = 2\pi f_1 \cdot L_\mu$ introdusă în (393) se numește reactanță de magnetizare și se poate pune pe o cale simplă sub forma:

$$(394) \quad X_\mu = 2\pi f_1 \left(\frac{2}{\pi} \right)^2 \frac{\mu_0}{p} \cdot \frac{z \cdot l}{K_S K_C \delta} (k_w W_1)^2$$

Spre deosebire de ceilalți parametri ai mașinii, reactanța X_μ depinde de ϕ_0 , deci la o mașină dată depinde de U_1 și f_1 , fiind deci un element neliniar. La tensiuni mai mari de alimentare, fluxul magnetic crește conform relației (381), iar reactanța de magnetizare scade (scade $\lambda_e = \frac{1}{\eta}$ pe fig.135, sau ceea ce este echivalent, crește K_S în expresia (394)).

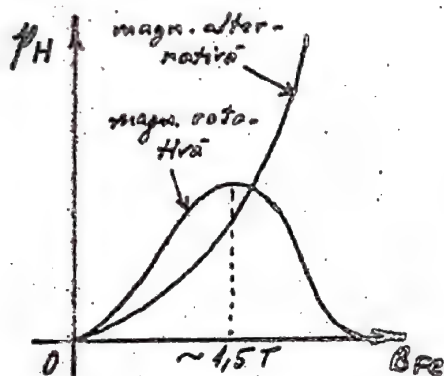
La fel ca și în cazul transformatorului, putem lua în considerație și pierderile în fier prin histerezis și curenți turbionari, dacă introducem un defazaj mic α între curentul I_{10} și fluxul ϕ_0 în urma lui. Trebuie însă observate următoarele:

a) procesul de magnetizare a miezului armăturilor mașinii asincrone se deosebește de cel de la transformator; în timp ce la transformator cîmpul magnetic are direcție fixă fiind sinusoidal în timp, la mașina asincronă cîmpul magnetic este constant în timp, dar

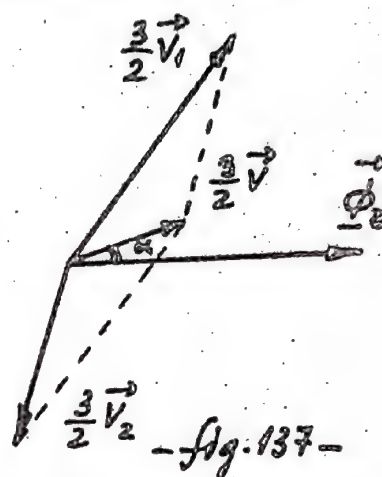
se rotește cu viteză constantă în spațiu, astfel că avem de a face cu o așa numită magnetizare rotitoare ;

b) ca urmare a celor arătate la a), apar unele diferențe față de transformator și anume:

- pierderile prin histerezis nu cresc monoton cu inducție în miez conform (124) din vol. I pag. 75, ci au o variație ca în fig. 136,
- pierderile prin curenți turbionari sînt ceva mai mari, la o inducție și frecvență egală cu cea de la magnetizarea alternativă,
- tensiunea magnetică rezultantă ca fazor spațial rotitor, se află înaintea fluxului magnetic rezultant util cu un unghi α ca în fig. 137,



- fig. 136 -



- fig. 137 -

Această rămînere în urmă spațială se traduce fazorial prin defazajul α identic (în grade electrice) dintre \underline{I}_{10} și $\underline{\phi}_s$.

Ținînd seama de cele spuse, luarea în considerație a pierderilor în fier se face ca la transformator, înlocuind relația dintre \underline{I}_{10} și $\underline{\phi}_s$ cu:

$$(395) \quad \underline{\phi}_s = \frac{3}{2} \lambda_e \left(\frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{k_w w_1}{p} \right) \underline{I}_{10} \cdot e^{-j\alpha}$$

ceea ce echivalează cu înlocuirea relației (393) prin:

$$(396) \quad -\underline{E}_1 = -\underline{E}_2' = R_w \underline{I}_{w1} + j \cdot X_{\mu} \underline{I}_{\mu}$$

în deplină analogie cu cazul transformatorului, dar observînd că datorită întrefierului valorile parametrilor R_w și X_{μ} nelineari, rezultă comparativ cu $R_1, X_{1\sigma}, R_2', X_{2'\sigma}$, mai reduse ca la transformator și ceva mai puțin dependente de U_1 și f_1 .

Prin adăugarea relației (395) la ecuațiile (391) se obține sistemul complet de ecuații raportate la stator, liniarizat pen-

tru tensiunea U_1 și frecvența f_1 date.

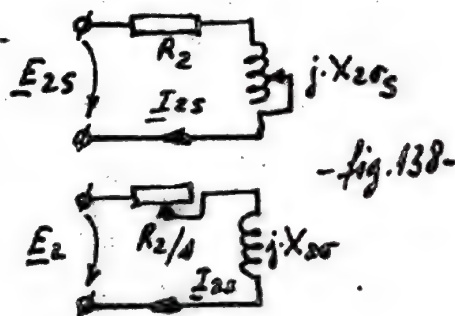
Observații și comentarii:

1. - teoria mașinii asincrone așa cum a fost elaborată în paginile precedente, presupune în mod esențial luarea în considerare numai a armonicilor spațiale fundamentale ale cimpului magnetic și a tensiunilor magnetice;

2. - achivalarea prin reducere la stator a fenomenelor electromagnetice din mașină, este bazată în mod esențial pe teorema reacției inducșului și pe corelația spațio-temporală; diagrama combinată din fig. 133 se rotește rigid (la alunecare fixă) în planul electric, cu viteza ω_1 în sensul succesiunii fazelor statorului. Mărimile instantanee statorice se obțin prin proiectare pe cele trei axe A, B, C fixe, iar cele rotorice prin proiectare pe cele trei axe a, b, c, rotitoare cu viteza ω_2 în acelaș sens (în regim motor). În acest sens se poate vorbi despre o diagramă unică spațio-temporală a mașinii.

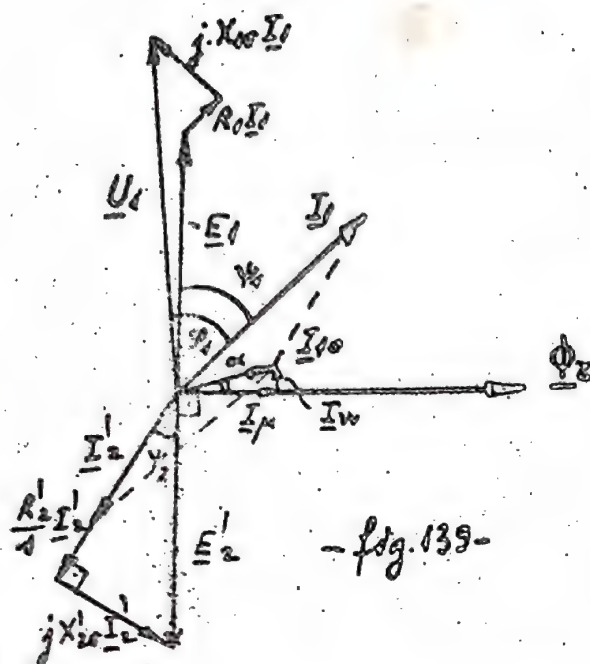
Reducerea fenomenelor din mașina în mișcare, la cele din mașina cu rotor fix, este posibilă datorită faptului că aceiași fazori rotorici în mișcare cu pulsația ω_2 față de axele rotorice, apar față de axele ~~rotorice~~ statorice în mișcare cu pulsația ω_1 , la fel ca fazorii statorici. În acest caz are sens noțiunea de defazaj dintre o mărime rotorică și una statorică cu condiția ca rotorul fix să fie în poziția în care fazele A și a sînt coaxiale (pentru ca fluxul polar Φ_2 să fie reprezentat prin acelaș fazor în raport cu ambele armături).

3. - cele două scheme echivalente pe fază rotorică, care corespund celor două diagrame de la rotorul mobil din fig. 134, redate în fig. 138, nu sînt echivalente din punct de vedere al puterii; în adevăr, așa cum s-a spus, împărțirea cu s nu schimbă defazajul $\frac{1}{2}$ și nici valoarea efectivă a curentului, ceea ce înseamnă că puterea activă în cele două scheme este $R_2 I_{2s}^2$ și respectiv $R_2 I_{2s}^2 / s$. Ele sînt echivalente numai din punct de vedere al fenomenelor magnetice "văzute" dinspre stator



3.2.4. Diagrama fazorială.

Sistemul de ecuații fazoriale raportat la stator (391), împreună cu relația (395) poate fi reprezentat complet printr-o diagramă fazorială ce poate fi considerată fie ca diagramă fazorială în



-fig. 139-

fazorii ce corespund fazei A (in acest caz, pentru celelalte faze B, C avem alte două diagrame defazate la $\frac{2\pi}{3}$ și $\frac{4\pi}{3}$). fie ca diagramă fazorială trifazată unică, cu proiecții pe trei axe la $\frac{2\pi}{3}$, A, B, și C.

Reprezentarea corespunzătoare este dată în fig. 139 și este foarte asemănătoare celei de la transformator (a se vedea fig. 197 din vol. I) cu diferența că în secundar avem $U'_2 = 0$ iar R'_2 este înlocuit aci prin cel echivalent datorat mișcării R'_2/s .

Ea corespunde diagramei unui transformator având în

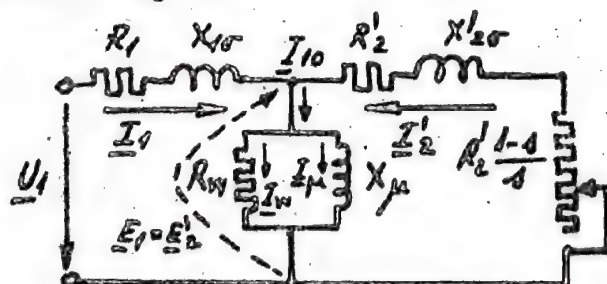
secundar conectată o rezistență ce depinde de alunecarea s , și care rezultă descompunând în modul următor termenul R'_2/s :

$$(397) \quad \frac{R'_2}{s} = R'_2 + R'_2 \cdot \frac{1-s}{s}$$

Termenul al doilea din membrul drept al egalității precedente, este rezistența de sarcină (consumatorul). Acest lucru rezultă mai clar la alcătuirea schemei echivalente pe fază în raport cu bornele de alimentare statorice.

3.2.5. Scheme echivalente ale mașinii asincrone.

Ținând seama de asemănarea cu transformatorul, se poate alcătui o schemă echivalentă pe fază a mașinii asincrone, în raport cu rețeaua, ca se vede din fig. 140.

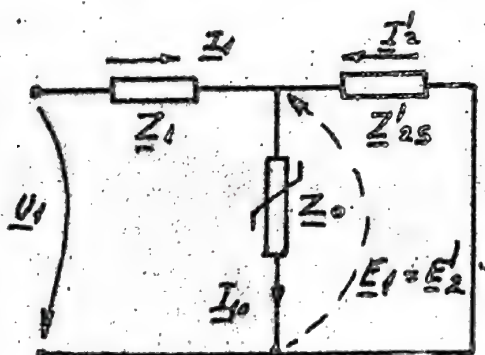


-fig. 140-

La fel ca la transformator, schema echivalentă din fig.140 este o schemă de tip cvadripol în T, cu bornele de ieșire scurtcircuitate. Structura ei reiese mai bine în evidență dacă se introduc impedanțele brațelor:

$$(398) \quad \begin{cases} \underline{Z}_1 = R_1 + j \cdot X_{1\sigma} \\ \underline{Z}'_{2s} = \frac{R_2}{s} + j \cdot X'_{2\sigma} \\ \underline{Z}_0 = \frac{j \cdot R_w \cdot X_\mu}{R_w + j \cdot X_\mu} = R_m + j \cdot X_m \end{cases}$$

și dacă se reprezintă schema ca în fig.141. Impedanța \underline{Z}_0 este neliniară, depinzând de tensiunea U_1 și frecvența f_1 la o mașină dată.



-fig.141-

Prin comparație cu transformatorul, se vede din fig.140, că regimului particular de mers în gol (sincronism), pentru care alunecarea este nulă $s=0$, îi corespunde o rezistență de sarcină infinită, deci același regim de mers în gol ca la transformator.

Regimului de rotor fixat (i-mobil, sau cum se mai spune calat), pentru care R_2 fiind zero corespunde unei alunecări $s=1$, îi va corespunde o rezistență de sarcină de valoare nulă, deci acest regim de rotor calat corespunde în cazul transformatorului regimului de scurtcircuit. Observăm că aceeași valoare $s=1$ a alunecării este realizată și în momentul inițial al pornirii motorului cu rotor în repaus.

O aplicație imediată a schemei echivalente este calculul curenților din mașină pentru o alunecare dată. Astfel se obțin valorile:

$$(399) \quad \begin{cases} \underline{I}_1 = \underline{U}_1 \cdot \frac{\underline{Z}_0 + \underline{Z}'_{2s}}{\underline{Z}_0(\underline{Z}_1 + \underline{Z}'_{2s}) + \underline{Z}_1 \underline{Z}'_{2s}} \\ \underline{I}'_2 = -\underline{U}_1 \cdot \frac{\underline{Z}_0}{\underline{Z}_0(\underline{Z}_1 + \underline{Z}'_{2s}) + \underline{Z}_1 \underline{Z}'_{2s}} \end{cases}$$

Dacă introducăm mărimile complexe:

$$(400) \quad \underline{C}_1 = 1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_0} \quad \underline{C}_2 = 1 + \frac{\underline{Z}'_{2s}}{\underline{Z}_0}$$

curenții se mai pot scrie:

$$(401) \quad \begin{cases} \underline{I}_1 = \underline{U}_1 \cdot \frac{\underline{C}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{C}_1 \cdot \underline{Z}'_{2s}} \\ \underline{I}'_2 = -\underline{U}_1 \cdot \frac{1}{\underline{Z}_1 + \underline{C}_1 \cdot \underline{Z}'_{2s}} \end{cases}$$

Spre deosebire de transformator la care modulul raportului $\underline{Z}_1 / \underline{Z}_0$ este foarte mic, la mersul în sarcină impedanța \underline{Z}_0 putând fi „scoasă” din schema echivalentă (cazul schemei Kapp), la mașina asincronă din cauza prezenței întrefierului acest lucru nu mai este posibil. De aceea trebuie ținut seama de \underline{Z}_0 prin intermediul mărimii \underline{C}_1 . Totuși, se constată că putem considera cu o aproximație suficientă pentru nevoile ingineresti, valoarea aproximativă:

$$(402) \quad \underline{C}_1 \approx \underline{C} \approx 1 + \frac{x_{10}}{x_{\mu}}$$

La mașinile normale avem:

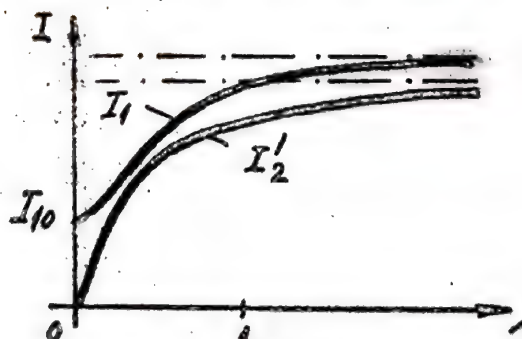
$$(403) \quad \underline{C} = 1,02 \dots 1,08$$

valorile mici fiind realizate la puteri mari. Cu această aproximație valorile efective ale curenților din (401), ținând seama de definițiile (398), se scriu:

$$(404) \quad \underline{I}_1 = |\underline{C}_2| \cdot \underline{I}'_2$$

$$\underline{I}'_2 = \frac{U_1}{\sqrt{(R_1 + \underline{C} \cdot \frac{R'_2}{s})^2 + (x_{10} + \underline{C} x'_{10})^2}}$$

Variația acestor curenți cu alunecarea este dată în fig. 142.

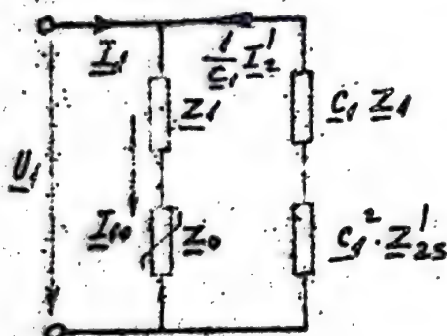


- fig. 142 -

Se observă că la alunecări mici, curentul rotoric variază practic liniar cu alunecarea, fiind proporțional cu aceasta. La valori mari ale alunecării (cum este cazul când $s = 1$, deci când rotorul este calat, sau la pornire) curenții au valori mari periculoase pentru stabilitatea termică a mașinii și care trebuie evitate (fie prin trecerea rapidă a

mașinii prin aceste situații ca în cazul pornirii, fie prin limitarea valorii curenților prin introducerea de impedanțe în serie cu fazele rotorice). Curenții I_{10} de mers în gol este în realitate mult mai mic decât rezultă din fig. 142, unde s-a reprezentat astfel din motive de claritate a desenului (la fel ca și căderile de tensiuni $R_1 \cdot I_1$, $X_{1\sigma} \cdot I_1$ etc. din diagrame fig. 139).

În afară schemei echivalente descrise, în teoria mașinii asincrone se mai folosește și așa numita schemă echivalentă în "Γ", cu circuitul de magnetizare scos la borne, reprezentată în fig. 143.



-fig. 143-

Se poate verifica prin calcule simple, că cele două scheme din fig. 141 și fig. 143 sînt echivalente din punctul de vedere al mărimilor statorice, nu însă și din punctul de vedere al curenților rotorici, care apare ca I_2'/C_1 pe schema din fig. 143. T.e.m. E_1 și E_2' nu mai pot fi reprezentate pe noua schemă echivalentă.

3.2.6. Bilanțul de puteri în regim staționar.

Pentru alcătuirea bilanțului de puteri în regim permanent sinusoidal, vom pleca la fel ca în cazul transformatorului de la reprezentarea în complex a mărimilor, de exemplu:

$$\begin{aligned} u_1 &= U_1 \sqrt{2} \sin \omega_1 t = \operatorname{Im}(\sqrt{2} \underline{U}_1) & \underline{U}_1 &= U_1 \cdot e^{j\omega_1 t} \\ (405) \quad i_1 &= I_1 \sqrt{2} \sin(\omega_1 t - \varphi_1) = \operatorname{Im}(\sqrt{2} \underline{I}_1) & \underline{I}_1 &= I_1 \cdot e^{j(\omega_1 t - \varphi_1)} \end{aligned}$$

Puterea aparentă complexă luată de mașină din rețea, ținînd seama de existența celor trei faze, este:

$$(406) \quad \underline{S}_1 = P_1 + j \cdot Q_1 = 3 \cdot \underline{U}_1 \underline{I}_1^*$$

P_1 fiind puterea activă, iar Q_1 puterea reactivă. Luînd în considerare prima ecuație din (391), avem:

$$(407) \quad \underline{S}_1 = 3 \underline{I}_1^* \left[R_1 \underline{I}_1 + j \cdot X_{1\sigma} \underline{I}_1 - \underline{E}_1 \right] = 3 R_1 I_1^2 +$$

$$+ j \cdot 3X_{1\sigma} I_1'^2 - 3E_1 \cdot I_1''$$

Ultimul termen se poate scrie:

$$(408) \quad -3E_1 \cdot I_1'' = -3E_1 (I_1'' - I_2'') = -3E_1 (I_w'' + I_1'') + 3E_1 I_2'' = -3E_1 I_w'' - 3E_1 I_1'' + 3E_2 I_2''$$

luind în considerație ultima ecuație din (391). Observăm:

- a) $3R_1 \cdot I_1'^2 = p_{\text{cul}}$ reprezintă pierderile Joule în stator
 - b) $3X_{1\sigma} \cdot I_1'^2 = q_{\sigma 1}$ reprezintă puterea reactivă consumată pentru formarea cîmpului de scîpări statoric
 - c) $-3E_1 \cdot I_1'' = p_{fe}$ reprezintă pierderile active în fier (în principal în fierul statoric, deoarece în rotor frecvența de magnetizare este de s ori mai mică și cum pierderile variază cu patratul frecvenței, ele devin neglijabile pentru rotor; de exemplu, la $s=0,002$, avem $f_2 = s \cdot f_1 = 0,002 \cdot 250 = 1 \text{ Hz}$ și avem cu aproximație p_{fe1}/p_{fe2} egal cu $2500 / 1$)
 - d) $-3E_1 \cdot I_1'' = q_{\mu} \cdot j$ reprezintă puterea reactivă necesară procesului de magnetizare a miezurilor
 - e) $3E_2' \cdot I_2'' = \underline{S} = P + j \cdot Q$ reprezintă o putere aparentă complexă disponibilă legată de mărimi rotorice. Este ceea ce se transmite prin cîmp rotorului în procesul de inducție electromagnetică.
- Partea reală P dată de expresia:

$$(409) \quad \underline{P} = 3E_2' I_2'' \cos \varphi_2 = 3E_2 I_2 \cos \varphi_2$$

se numește putere electromagnetică, sau interioară a mașinii sincrone și este o mărime fundamentală în teoria acestora.

Pe baza celor arătate, separînd părțile reale de cele imaginare se ajunge la ecuațiile de bilanțuri de puteri următoare:

$$(410) \quad \begin{cases} P_1 = p_{\text{cu}1} + p_{R_1} + P \\ Q_1 = q_{\sigma 1} + q_{\mu} + Q \end{cases}$$

În continuare să dezvoltăm ținînd seama de a doua ecuație din (391) și de relație (397), ultimul termen e):

$$(411) \quad \underline{S} = P + j \cdot Q = 3E_2' I_2'' = 3I_2'' \left[\frac{R_2'}{s} I_2' + j \cdot X_{2\sigma}' I_2' \right] = 3 \frac{R_2'}{s} \cdot I_2'^2 + j \cdot 3X_{2\sigma}' I_2'^2 =$$

$$= 3R_2' I_2'^2 + j \cdot 3X_{20}' I_2'^2 + 3R_2' \frac{1-s}{s} I_2'^2$$

Să interpretăm fiecare din cei trei termeni:

a) $3R_2' \cdot I_2'^2 = p_{cu2}$ reprezintă pierderile Joule în rotor

b) $3X_{20}' \cdot I_2'^2 = q_{62}$ reprezintă putere reactivă consumată în formarea câmpului de scârpări rotorice

c) termenul $3R_2' \frac{1-s}{s} I_2'^2$ reprezintă o putere pe care o vom nota prin P_{2t} și la a cărei interpretare este necesară considerarea sensului fizic al fenomenelor din rotor. Înainte de a vedea aceasta, să separăm părțile reale de cele imaginare în (411):

$$(412) \quad \begin{cases} P = p_{cu2} + P_{2t} \\ Q = Q_{02} \end{cases}$$

Pentru a vedea sensul fizic al fenomenelor din rotor, să plecăm de la expresia cuplului electromagnetic exercitat asupra rotorului:

$$(413) \quad M = \frac{3E_{2s} I_{2s} \cos \psi_{2s}}{R_1 - R_2}$$

Pentru rotorul în mișcare observăm că din diagrama fazorială din fig. 134 (prima din stînga) avem:

$$(414) \quad E_{2s} \cos \psi_{2s} = R_2 \cdot I_{2s}$$

deci (413) se mai poate scrie:

$$(415) \quad M = \frac{3R_2 I_{2s}^2}{R_1 - R_2} = \frac{p_{cu2}}{R_1 - R_2} = \frac{p_{cu2}}{s \cdot R_1}$$

deoarece evident:

$$(416) \quad 3R_2 I_{2s}^2 = 3R_2 I_2^2 = 3 \left[R_2 \left(\frac{k w_1 w_1}{k w_2 w_2} \right)^2 \right] \left[I_2 \frac{k w_2 w_2}{k w_1 w_1} \right]^2 = 3R_2' I_2'^2$$

reprezintă pierderile Joule în rotor.

Pe de altă parte avem ținînd seama de (409):

$$(417) \quad 3E_{2s} I_{2s} \cos \psi_{2s} = 3s E_2 I_2 \cos \psi_2 = s \cdot P$$

și înlocuind în (415) rezultă:

$$(418) \quad M = \frac{s \cdot P}{s \cdot R_1} = \frac{P}{R_1} \quad \text{adică:} \quad \boxed{P = M \cdot R_1}$$

ceea ce reprezintă o nouă formă a puterii electromagnetice dată inițial prin definiția (409).

Atunci din ultima formă a expresiei (415) rezultă pentru pierderile Joule în rotor:

$$(419) \quad p_{w2} = s \cdot P$$

Din (412), (418) și (419) rezultă:

$$(420) \quad P_{2t} = 3 R_2' \frac{1-s}{s} I_2'^2 = P - p_{w2} = P - s \cdot P = \\ = (1-s)P = \left[1 - \frac{R_1 - R_2}{R_1}\right] M R_1 = M R_2 = P_m$$

ultimul termen fiind evident puterea mecanică cedată rotorului de către stator prin intermediul cîmpului învîrtitor.

Rezultă astfel interpretarea căutată a lui P_{2t} , care este în același timp egal cu pierderile Joule în rezistența de sarcină din schema echivalentă (fig.140), luate de trei ori, căci avem trei faze.

Pentru funcționarea în regim motor rezultă următorul bilanț al puterilor active:

$$(421) \quad P_1 = p_{w1} + p_{R1} + P \\ P = p_{w2} + P_m$$

Pe de altă parte cuplul electromagnetic exercitat de cîmp asupra rotorului nu reprezintă cuplul util la arbore din cauza pierderilor mecanice prin frecare uscată (lagăre), sau viscoasă (aerodinamică, din cauza ventilatorului), precum și din cauza pierderilor în fier rotorice (la alunecări mari numai), astfel că ecuația de echilibru mecanic a cuplurilor în regim staționar este:

$$(422) \quad M = M_f + M_u$$

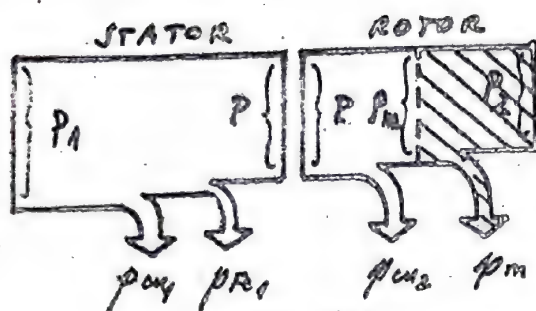
în care M_f reprezintă cuplul echivalent pierderilor evidențiate, iar M_u este cuplul util la ax. Prin înmulțire cu R_2 , avem:

$$(423) \quad M R_2 = P_m = M_f R_2 + M_u R_2 = p_m + P_2$$

ecuație ce continuă bilanțul din (421), făcînd să apară puterea utilă disponibilă la arbore pentru antrenarea în mișcare a sarcinii.

În fig.144 este redat arborele energetic al motorului asincron, care reprezintă distribuția puterilor și pierderilor în motor.

Partea hașurată se referă la puteri și pierderi de natură meca-



-fig. 144-

nică (cu excepția p_{fe} rotor).

Un interes deosebit reprezintă bilanțul parțial:

$$(424) \quad \begin{aligned} P &= P_m + p_{uz} \\ \begin{cases} P_m &= (1-s)P \\ p_{uz} &= s \cdot P \end{cases} \end{aligned}$$

care arată că din puterea P primită de rotor, o parte $s \cdot P$ se pierde în căldură Joule, iar altă parte se convertește în

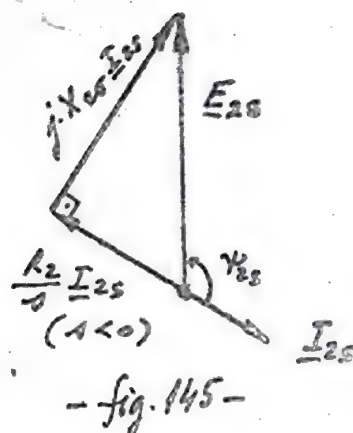
putere mecanică: $(1-s)P$. Rezultă de aci rolul pe care îl joacă s , alunecarea, în această repartiție. Este evident că la o putere P dată, avem interes ca o cât mai mare parte să se convertească în putere mecanică, astfel că raportul:

$$(425) \quad \eta_c = \frac{P_m}{P} = 1-s$$

joacă rolul unui randament de conversie și prin urmare este de dorit să capete valori cât mai mari. Rezultă că mașinile asincrone trebuie construite astfel încât alunecarea nominală să fie de valoare mică, pentru o bună utilizare energetică a mașinii. În general la cea mai mare parte din mașini avem $s_n = 2 \dots 8 \%$.

Pe baza celor arătate se poate explica funcționarea mașinii asincrone și în alte regimuri de funcționare cum ar fi cel de generator asincron, sau cel de frână.

Dacă regimul motor corespunde alunecărilor din intervalul $0 < s < 1$, regimul de generator asincron se obține pentru alunecări negative $-\infty < s < 0$, adică la învîrtirea forțată (cu ajutorul unui motor exterior) a rotorului în același sens cu cîmpul învîrtitor, dar cu o viteză mai mare ca cea de sincronism. În acest caz, cuplul electromagnetic dat de (415) schimbă de semn, ceea ce înseamnă că devine din activ, un cuplu rezistent (necesar a fi învins deci de către motorul exterior). Prin urmare puterea utilă P_2 își schimbă și ea semnul, devenind putere absorbită de motor pe la arbore. Din cauza valorilor negative ale alunecării a doua diagramă fazorială din fig. 134 trebuie desenată ca în fig. 145, ceea ce se poate numai dacă defazajul φ_2 este mai mare de 90° . Cum valorile efective sînt esențial pozitive (prin definiție), rezultă că puterea electromagnetică P dată de (409) își schimbă și ea sensul, fiind transmisă de la rotor spre stator. Cum p_{cu} și p_{fe} sînt mici, rezultă din prima relație



(421) că și puterea P_1 își va schimba semnul, devenind din putere absorbită o putere generată în rețea.

Valorilor $1 < s < \infty$ le corespunde un al treilea regim de funcționare numit regim de frână electromecanică, care se obține la antrenarea forțată din exterior a rotorului în sens invers sensului cîmpului învîrtitor. Cuplul electromagnetic își păstrează semnul acționînd în sensul cîmpului învîrtitor dar viteza rotorului fiind inversată, înseamnă că reprezintă ca la regim generator un cuplu rezistent. Aceasta este

singura deosebire față de regimul motor din punct de vedere calitativ (cantitativ se deosebește prin valorile foarte mari ale alunecării). În acest regim mașina absoarbe putere atât pe la borne cît și pe la arbore, consumînd-o în pierderi Joule și în fier, adică în căldură, deoarece la valori mari ale alunecării curenții cresc foarte mult față de cei din regimul motor normal, iar frecvența curenților turbionari din rotor este $f_2 = s \cdot f_1$, mult mai mare ca cea a rețelei.

3.2.7. Cuplul electromagnetic și caracteristica mecanică.

Cuplul electromagnetic care corespunde fundamentalei spațiale a cîmpului învîrtitor rezultat din întrefierul mașinii asincrone se poate determina din expresia (418), ținînd seama de (409):

$$(426) \quad M = \frac{P}{\Omega_1} = \frac{3 E_2 I_2 \cos \psi_2}{\Omega_1}$$

Ținînd seama în continuare de expresia lui E_2 și de relația dintre f_1 și Ω_1 , putem pune cuplul sub forma:

$$(427) \quad M = \left(\frac{3p}{\sqrt{2}} k_{w2} W_2 \right) \Phi \cdot I_2 \cos \psi_2 = C_M \cdot \Phi \cdot I_2 \cos \psi_2$$

care pune în evidență dependența cuplului de fluxul polar rezultat Φ și de componenta activă a curențului rotorului. La variații mari ale alunecării fluxul nu mai rămîne chiar constant (expresia (381) este valabilă cu aproximație și numai la variații mici ale alunecării în jurul valorii zero) și nici componenta activă nu rămîne invariabilă, astfel că este greu pe această cale să apreciem modul de va-

riație al cuplului cu alunecarea, sau altfel spus variația cuplului cu viteza rotorului.

Pentru rezolvarea acestei probleme este mai bine să plecăm de la relația (415), care prin ultimă se formă:

$$(428) \quad M = \frac{p m_2}{s R_1} = \frac{3 R_2 I_2^2}{s R_1}$$

rămâne valabilă și în alte cazuri mai generale (de exemplu la mașinile cu rotor în scurtcircuit, sau cu rotor masiv).

Pentru scopul urmărit vom scrie relația (428) ținând seama de expresia aproximativă (404) a curentului rotoric raportat:

$$(429) \quad M = \frac{3 R_2 I_2^2}{s R_1} = \left(\frac{3 R_2'}{s R_1} \right) \cdot I_2'^2$$

Se ajunge la formula cuplului sub formă:

$$(430) \quad M = \frac{3 R_2' \cdot U_1^2}{s \cdot R_1 \left[(R_1 + s \cdot \frac{R_2'}{s})^2 + (X_{1\sigma} + s \cdot X_{2\sigma}')^2 \right]}$$

care reprezintă dependența $M = M(s)$ sub formă explicită în care apar parametrii mașinii și tensiunea de alimentare.

Pentru cazul în care U_1 , f_1 sînt date, iar parametrii mașinii sînt mărimi constante cunoscute, cuplul rămîne funcție numai de alunecarea s , deci funcție numai de viteza $\Omega_2 = (1 - s) \Omega_1$ a rotorului.

Curba de variație a cuplului în funcție de alunecare se determină cu ușurință observînd:

a) la $s = 0$ corespunde $M = 0$, iar la valori mici ale alunecării avem o dependență proporțională dată cu aproximație de expresia:

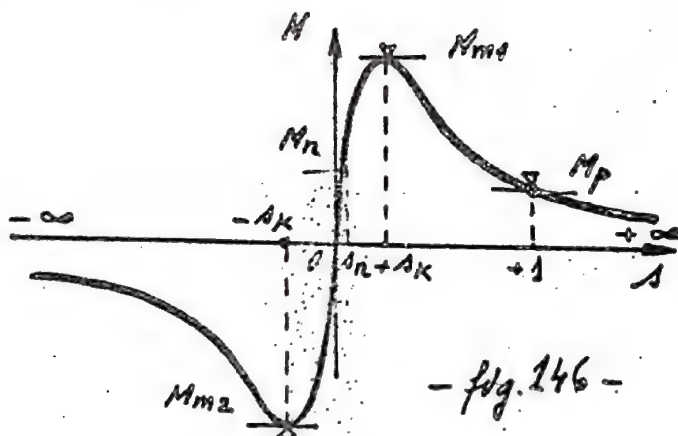
$$(431) \quad M \cong \frac{3 s \cdot U_1^2}{s \cdot R_1 \cdot R_2'} = k_0 \cdot s$$

b) la $s = \infty$ corespunde iar $M = 0$, iar la valori mari ale alunecării avem o dependență hiperbolică dată cu aproximație de relația:

$$(432) \quad M \cong \frac{3 R_2' U_1^2}{s \cdot R_1 \left[R_1^2 + (X_{1\sigma} + s X_{2\sigma}')^2 \right]} = \frac{k_{\infty}}{s}$$

Curbele (431) și (432) joacă rol de curbe asimptotice pentru expresia (430). Forma de variație a curbei cuplului funcție de alunecare are aspectul din fig.146, fiind aproximativ simetrică față de origine. Ea pune în evidență împreună cu expresia (430) următoarele caracteristici ale mașinii:

a) cuplul dezvoltat în orice situație de mașină este proporțional cu pătratul tensiunii de alimentare, ceea ce înseamnă că în exploatare motorul asincron este foarte sensibil la variațiile tensiunii de alimentare;



b) cuplul este cu atât mai mare cu cât sînt mai mici parametrii R_1 , $L_{1\sigma}$ și $L'_{2\sigma}$; există o valoare maximă a cuplului dezvoltat de mașină, fie în regim motor, fie în regim generator. Deci motorul nu poate dezvolta orice cuplu cu putință.

c) la o alunecare dată s , cuplul variază nemonoton cu R'_2 , la început crescînd cu rezistența, iar apoi scăzînd monoton cu creșterea acesteia.

Pe fig.146 s-au trecut cîteva valori particulare de interes ale cuplului și alunecării, pentru regimul motor, cel mai des folosit și anume:

- cuplul maxim M_{m1} ce se obține pentru așa numita alunecare critică s_k ,
 - cuplul de pornire (de scurtcircuit) M_p corespunzînd rotorului cald, sau aflat în primul moment al procesului de pornire din repaus, deci valorii $s = 1$,
 - cuplul nominal M_n ce corespunde alunecării nominale s_n .
- Valorile alunecării critice (inclusiv regimul generator) se obțin din anularea derivatei cuplului în raport cu alunecarea, deci prin anularea derivatei față de s a expresiei (430). Efectuînd cal-

culele se obțin cele două valori egale și de semne opuse ale alunecării critice:

$$(433) \quad s_k = \pm \frac{-c \cdot R_2'}{\sqrt{R_1^2 + (X_{1\sigma} + c \cdot X_{2\sigma}')^2}}$$

Înlocuind aceste valori în (430) se obțin cele două valori ale cuplului maxim (pentru cuplul în regim generator trebuie să luăm semnul minus):

$$(434) \quad M_{m1,2} = \frac{3 U_1^2}{2 c R_1 \left[\pm R_1 + \sqrt{R_1^2 + (X_{1\sigma} + c \cdot X_{2\sigma}')^2} \right]}$$

Cuplul de pornire rezultă simplu din (430) egal cu:

$$(435) \quad M_p = \frac{3 R_2' U_1^2}{R_1 [(R_1 + c R_2')^2 + (X_{1\sigma} + c X_{2\sigma}')^2]}$$

Să comentăm rezultatele obținute:

a) se observă că alunecarea critică s_k depinde numai de parametrul mașinii (la frecvență dată de alimentare, desigur), fiind deci o mărime caracteristică fiecărei mașini considerate; ea depinde direct proporțional de valoarea rezistenței rotorice raportate pe fază, variază slab cu rezistența statorică pe fază și variază mult cu reactanța globală de scăpări. Pentru calcule aproximative suficiente pentru practica inginerescă, se poate considera:

$$(436) \quad s_k \approx \frac{R_2'}{X_{1\sigma} + X_{2\sigma}'}$$

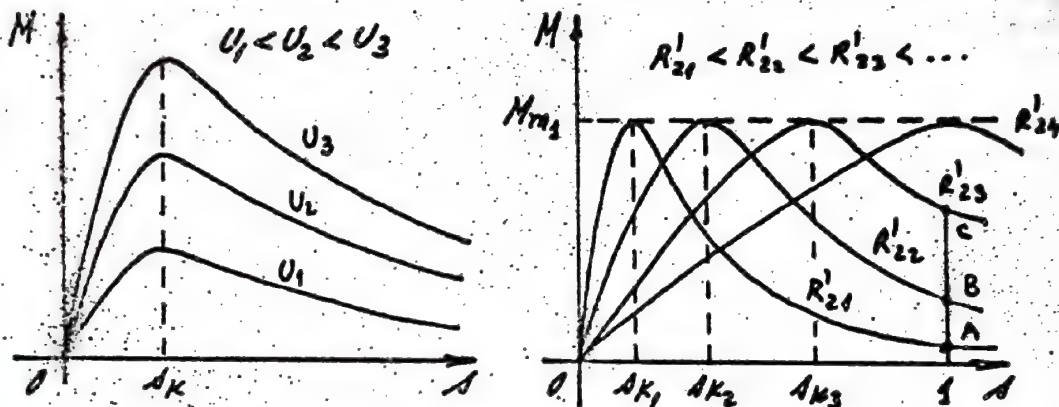
Tensiunea de alimentare nu influențează alunecarea critică. În realitate ea are o influență indirectă deoarece variația tensiunii produce variația fluxului resultant Φ_r , deci a gradului de saturație magnetică a mașinii ceea ce influențează în oarecare măsură inductanțele de scăpări.

b) se observă că cuplul maxim depinde mult de tensiunea de alimentare (variază cu patratul acesteia), dar nu depinde de valorile rezistenței rotorice raportate R_2' . El depinde slab de rezistența pe fază a statorului R_1 și mult de reactanța globală de scăpări a mașinii. Pentru generator cuplul maxim este ceva mai mare ca cel pentru motor ($M_{m1} < M_{m2}$).

Cu suficientă precizie pentru nevoile practice putem înlocui expresia (434) cu cea de mai jos, mai simplă pentru calcul:

$$(437) \quad M_{m1,2} \approx \frac{3U_1^2}{2R_1(X'_{1\sigma} + X'_{2\sigma})}$$

Curbele $M = f(s)$ pentru U_1 variabil (R'_2 constant) și pentru R'_2 variabil (U_1 constant) reprezentate pe fig. 147, ilustrează proprietățile fundamentale ale motorului asincron trifazat. Variația rezistenței R'_2 poate însemna fie alegerea valorii sale în procesul de calcul și proiectare a mașinii, fie modificarea în exploatare a ei prin conectarea la bornele rotorului bobinat a unei rezistențe trifazate simetrice.



- fig. 147 -

c) cuplul de pornire (435) depinde și el de patratul tensiunii de alimentare și de rezistența R'_2 și reactanța globală de scăpări a mașinii. Deoarece în general avem:

$$(438) \quad R_1 + c R'_2 \ll X_{1\sigma} + c X'_{2\sigma}$$

putem scrie cu aproximație:

$$(439) \quad M_p \approx \frac{3R'_2 U_1^2}{2R_1 (X_{1\sigma} + X'_{2\sigma})^2}$$

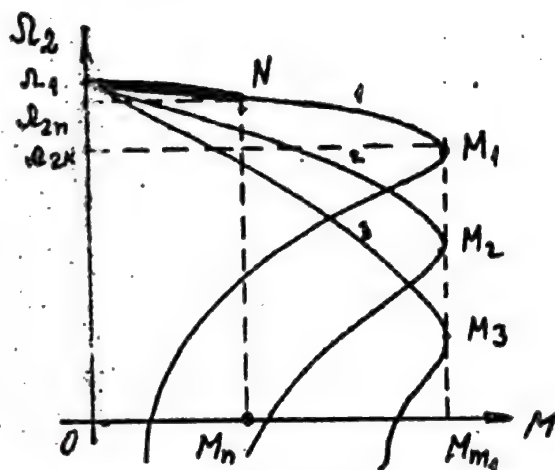
adică cuplul de pornire este cu aproximație direct proporțional cu rezistența circuitului rotorului și invers proporțional cu reactanța de scăpări a mașinii. Rezultate mai precise în această direcție sînt date de curbele din dreapta fig. 147, unde se vede că prin mărirea rezistenței R'_2 din rotor cuplul de pornire crește la început (punctele A, B, C), putînd ajunge egal cu cel maxim, după care

la creșterea în continuare a rezistenței R_2' se constată scăderea cuplului de pornire. Se justifică astfel folosirea la pornire a reostatului de pornire (fig. 127) pentru asigurarea unui cuplu ridicat de pornire și deci a unei accelerații mari (ajungerea cât mai rapidă la regimul staționar).

Caracteristica mecanică a motorului asincron se definește ca dependență funcțională dintre viteza de rotație Ω_2 și cuplul electromagnetic M , la parametri cunoscuți, tensiune, frecvență și rezistență rotorică date:

$$(440) \quad \underline{\Omega_2 = f(M)} \Big|_{\substack{U, f_1 = C \\ R_2' = C}}$$

Ținând seama de relația $\Omega_2 = (1 - s) \Omega_1$ și de curba $M = f(s)$ din fig. 146 sau 147, s-au reprezentat pentru motorul asincron în fig. 148 familia de caracteristici mecanice. Caracteristica care corespunde unei rezistențe exterioare nule (la care R_2' este rezistența numai a înfășurării fazei rotorice) și care este notată cu 1 pe figură, se numește caracteristică mecanică naturală; celelalte caracteristici ce se obțin pentru diferite rezistențe exterioare inseriate cu rotorul, se numesc caracteristici mecanice artificiale (sau reostatice), notate cu 2, 3, ... pe figură. Punctul N corespunde valorilor nominale de cuplu și viteză (deci puterii nominale a mașinii).



- Fig. 148 -

Caracteristica mecanică pune în evidență faptul că motorul asincron este un motor de viteză practic constantă (viteza de la mersul în gol la mersul în sarcină nominală variază cu câteva procente, sub 10 %). Se spune că acest tip de motor are o caracteristică mecanică rigidă (sau dură), lucru realizat în esență de valorile reduse ale alunecării nominale impuse de cerința realizării unor randamente ridicate ale conversiei electromecanice. Desigur că la creșterea lui R_2' putem realiza caracteristici "mai moi", cum este cea notată cu 3 pe fig. 148, dar în aceste cazuri, la un același cuplu dezvoltat crește substanțial valoarea alunecării și scade randamen-

tul motorului. Valorilor $s=0, s=s_n$ și $s=s_k$, din curbele fig.146 le corespund valorile vitezei n_2 respective: n_1 (mers în gol ideal, sau sincronism), n_{2n} (viteză nominală) și n_{2k} (viteză critică), trasate pe fig.148 pentru caracteristica naturală numai.

Punctul nominal N de pe aceeași figură, corespunde funcționării pe porțiunea cvaeilinară a caracteristicii, regiunea corespunzătoare funcționării ca motor fiind desenată mai îngroșat pe fig.148. În general raportul:

$$(441) \quad \lambda_m = \frac{M_m}{M_n}$$

numit capacitate de suprasarcină, are pentru mașinile în execuție normală valori în intervalul:

$$\lambda_m = 1,7 \dots 3$$

iar alunecările critice în intervalul:

$$s_k = 0,06 \dots 0,15$$

Vom vedea ceva mai departe rostul pentru care trebuie să asigurăm aceste valori.

În 1916 M.Kloss a stabilit o relație remarcabilă între mărimile M și s din formula (430) și cele date de (433) și (434) pentru s_k și M_m . Această relație numită de atunci formula lui Kloss este:

$$(442) \quad \frac{M}{M_m} = \frac{2 + 2\xi s_k}{\frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s} + 2\xi s_k}$$

în care s-a introdus notația:

$$(443) \quad \xi = \frac{R_1}{c \cdot R_2'}$$

Verificarea expresiei (442) este simplă și constituie un bun exercițiu pentru student.

S-a constatat că la mașinile asincrone de puteri medii și mari neglijaarea termenului $2\xi s_k$ nu conduce la erori prea mari (sub 10 % în cazurile cele mai defavorabile), astfel că o răspîndire mare în aplicații a căpătat-o în special formula mai simplă simetrică dedusă din (442) și anume:

$$(444) \quad \frac{M}{M_m} \approx \frac{2}{\frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s}}$$

Relația (444) are numeroase aplicații practice și teoretice. În particular ea permite construirea curbei $M = f(s)$ la un motor dat, la care cunoaștem din datele nominale puterea P_n , viteza n_n (rot/min), viteza de sincronism (determinată așa cum s-a arătat la pag.163) n_1 iar din datele din pașaportul tehnic sau prospectul mașinii aflăm capacitatea de suprasarcină λ_m . Pentru acest lucru determinăm:

$$\Omega_n = \frac{\pi \cdot n_n}{30} \quad \text{și} \quad M_n = \frac{P_n}{\Omega_n} \quad s_n = \frac{n_1 - n_n}{n_1}$$

Înlocuind în (444) aceste date împreună cu λ_m , găsim o ecuație care ne permite calculul lui s_k :

$$(445) \quad s_k = s_n \left(\lambda_m + \sqrt{\lambda_m^2 - 1} \right)$$

(ecuația are două rădăcini, din care se alege cea de mai sus).

Având acum mărimile:

$$s_k \quad \text{și} \quad M_m = \lambda_m \cdot M_n$$

putem pe baza expresiei (444) construi punct cu punct caracteristica $M = f(s)$.

Tot pe baza relației (444) se poate cerceta relația dintre cuplul nominal și cuplul de pornire al motorului fără reostat de pornire. Astfel pentru a avea $M_n < M_p$ (deci pentru a putea porni direct motorul, fără reostat de pornire, chiar la sarcină nominală la arbore), trebuie îndeplinită relația:

$$(446) \quad \underline{s_k^2 > s_n}$$

sau echivalent:

$$(447) \quad s_n > \frac{1}{(\lambda_m + \sqrt{\lambda_m^2 - 1})^2}$$

Pentru $\lambda_m = 2$ rezultă de exemplu $s_n > 0,072$ ceea ce este o valoare destul de mare. Rezultă în general că la motoare cu λ_m mici avem de cele mai multe ori $M_n > M_p$ și pornirea, mai ales la sarcină nominală, trebuie făcută totuși cu reostat de pornire, măsură recomandată totdeauna la pornirea mașinilor asincrone cu rotor bobinat.

În final, trebuie remarcat că de fapt caracteristica mecanică a unui motor reprezintă viteza sa funcție de cuplul util disponibil la arborele mașinii și nu în funcție de cuplul electromagnetic care este ceva mai mare (acoperă pierderile mecanice și suplimentare

din rotor). Diferența este mică și practic cele două caracteristici se confundă în zona de funcționare motor.

3.2.8. Stabilitatea în funcționarea ca motor asincron.

Una din condițiile necesare stabilirii unui regim staționar de funcționare a mașinii asincrone este îndeplinirea la arborele motor a egalității:

$$(448) \quad \underline{M_a = M_r}$$

dintre cuplul (sau suma cuplurilor) activ și cuplul (suma cuplurilor) rezistent. Îndeplinirea la orice momente de timp a relației (448) are ca urmare conform ecuației mișcării rotorului:

$$(449) \quad M_a = J \cdot \frac{d\Omega_r}{dt} + M_r$$

consecința că $\frac{d\Omega_r}{dt} = 0$, adică viteza este constantă.

Cuplurile din (448) depind însă diferit de diversele mărimi caracteristice sistemului considerat (ex. viteză, timp...etc), astfel că la apariția unor perturbații accidentale (intimplătoare) sau voite, relația considerată nu se mai îndeplinește și apar variații de viteză precum și a altor mărimi. Comportarea mașinii la apariția și dispariția perturbațiilor este descrisă de așa numita stabilitate a mașinii.

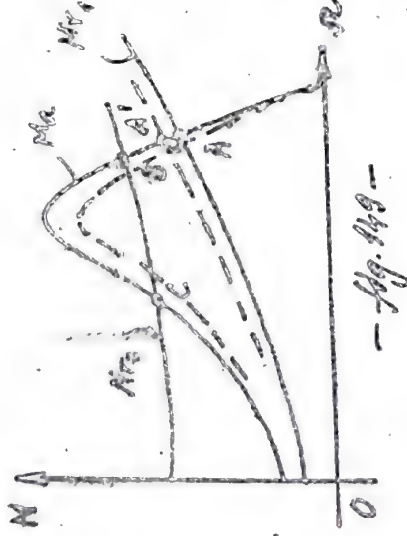
Există două concepte de stabilitate folosite la mașinile electrice:

a) Stabilitatea statică - caracterizează funcționarea la variații mici, lente, care au loc în vecinătatea unui punct staționar; ca urmare a valorilor mici ale perturbațiilor sistemul poate fi liniarizat în zona cercetată, ceea ce permite tratarea teoretică simplă pe baza metodelor teoretice ale sistemelor liniare. Ca urmare a caracterului lent, se pot folosi expresii stabilite în regimurile staționare.

b) Stabilitatea dinamică - caracterizează funcționarea la variații mari, bruște (în salt), ce au loc în general în zone extinse ale funcționării mașinii, pentru care sistemul nu mai poate fi liniarizat. Neliniaritățile joacă în acest caz un rol preponderant și comportarea depinde de amplitudinea, durata precum și de alte caracteristici ale perturbației.

La mașina asincronă vom numi perturbație orice cauză care are ca urmare variația unuia din cei doi membri ai egalității (448).

Apariția unei perturbații determină de fapt o modificare în ansamblu a uneia din cele două caracteristici mecanice, cea a motorului, sau cea a sarcinii, a căror interpretare determină posibilele puncte de funcționare stabilă (fig. 149). Pe figură s-au trasat în funcție de viteza Ω (s-a renunțat la indicele 2), caracteristica mecanică a motorului asincron M_a și două tipuri de caracteristici mecanice ale sarcinii M_{r1} , M_{r2} , dintre care una ține pe cea a motorului într-un singur punct, iar cealaltă în două puncte.



-fig. 149-

Înainte de a aborda studiul stabilității statice a motorului asincron, să observăm că cunoașterea caracteristicii mecanice a sarcinii, permite împreună cu caracteristica motorului să se determine univoc starea de mișcare staționară a motorului, deci viteza sa, deci alunecarea sa, funcție de care este elaborată teoria mașinii. În afară de aceasta, intersecția celor două caracteristici ne dă și valoarea cuplului dezvoltat de mașină.

Revenind la fig. 149, să observăm că în principiu sînt posibile mai multe puncte în care să fie îndeplinită condiția necesară (448). Acest fapt nu înseamnă însă că funcționarea se poate face stabil în oricare din aceste puncte. Pentru cercetarea stabilității statice în unul din puncte, vom presupune o perturbație de scurtă durată și vom cerceta ce se întîmplă cu motorul după dispariția perturbației. Dacă el tinde să revină la starea inițială, dinaintea apariției perturbației, se zice că punctul considerat este un punct stabil static. Perturbația este în acest caz de mică valoare și poate fi considerată în concret, de exemplu ca o variație a tensiunii de alimentare, un șoc mic de cuplu rezistent la ax, o modificare a unui parametru etc...

Ca urmare a perturbației relația (448) nu mai este îndeplinită fiind înlocuită prin ecuația (449). Deoarece avem de a face cu un regim variabil este preferabil să notăm mărimile cu litere mici, corespunzătoare valorilor lor instantanee:

$$(450) \quad m_a = j \cdot \frac{dw}{dt} + mr$$

Deoarece studiem stabilitatea statică, putem considera mici variații în jurul unui punct staționar, care în cazul considerat este regimul staționar anterior apariției perturbației, astfel că în ecuația (450)

(450) vom pune:

$$m_a = M_a + \Delta m_a$$

(451) $m_r = M_r + \Delta m_r$

$$\omega = \Omega + \Delta \Omega$$

(a nu se confunda valoarea instantanee ω a lui Ω , cu pulsațiile curenților din motor)

Deoarece fenomenele au caracter lent, vom presupune că micile variații Δm_a , Δm_r , $\Delta \Omega$, sînt determinate conform relațiilor valabile pentru regimul staționar.

Înlocuind (451) în (450) și scăzînd (448) din (450), se ajunge la ecuația în mici variații valabilă după dispariția perturbației dar înainte de "liniștirea" fenomenelor:

(452)
$$\Delta m_a = J \cdot \frac{d}{dt} (\Delta \Omega) + \Delta m_r$$

Neglijînd infiniți mici de ordin superior se poate scrie:

(453)
$$\Delta m_a \approx \frac{\partial M_a}{\partial \Omega} \Delta \Omega \quad \Delta m_r \approx \frac{\partial M_r}{\partial \Omega} \Delta \Omega$$

astfel că se ajunge la ecuația:

(454)
$$J \cdot \frac{d}{dt} (\Delta \Omega) + \left(\frac{\partial M_r}{\partial \Omega} - \frac{\partial M_a}{\partial \Omega} \right) \Delta \Omega = 0$$

Dacă în vecinătatea punctului studiat se îndeplinesc condițiile:

(455)
$$\frac{\partial M_a}{\partial \Omega} = \text{const} \quad \frac{\partial M_r}{\partial \Omega} = \text{const.}$$

ecuația are coeficienți constanți și pentru ca abaterea $\Delta \Omega$ să se reducă la zero în timp, este nevoie ca rădăcina caracteristică a ecuației să fie negativă, ceea ce conduce la condiția de stabilitate statică sub forma:

(456)
$$\boxed{\frac{\partial M_a}{\partial \Omega} < \frac{\partial M_r}{\partial \Omega}}$$

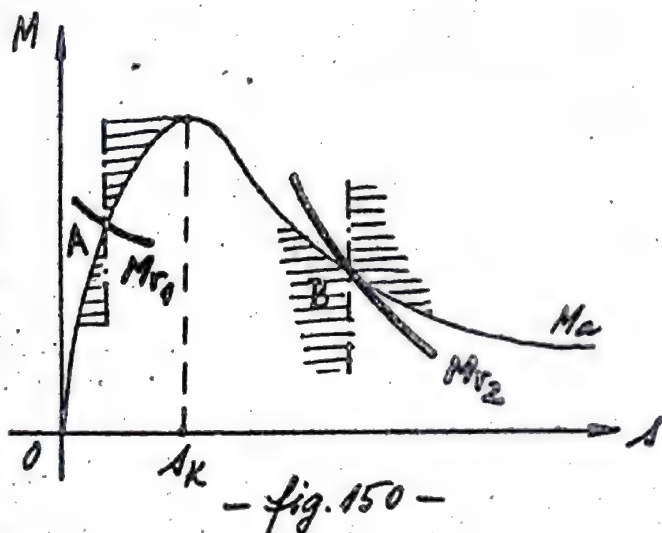
Se vede imediat, că puncte ca A, A' de pe fig. 149 sînt puncte de funcționare stabilă, în timp ce punctul C este sigur nestabil.

Condiția (456) reprezintă condiția suficientă de stabilitate statică ce trebuie adăugată condiției inițiale necesare (448), pentru determinarea punctelor stabile de funcționare.

Îndeplinirea relațiilor (448) și (456) constituie criteriul de stabilitate statică a mașinii asincrone. Ținând seama de relația dintre viteză și alunecare, se poate pune (456) și sub forma:

$$(457) \quad \frac{\partial M_a}{\partial s} > \frac{\partial M_r}{\partial s}$$

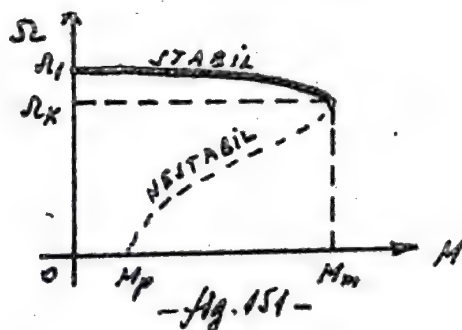
Deoarece caracteristica cuplului activ a motorului asincron are două zone distincte de pantă cu semne diferite (fig.146), se pot întâmpla situații diferite de întreretăiere cu caracteristicile sarcinii, așa cum se arată în fig.150.



Caracteristici ale sarcinii așa cum sînt M_{r1} și M_{r2} , care taie curba motorului în punctele A, respectiv B, conform figurii, corespund unor funcționări static stabile. Alte caracteristici care ar trece prin aceleași puncte A, B, dar prin zonele hașurate de pe fig.150, ar corespunde unor funcționări instabile.

În cazul motoarelor cu cuplu rezistent la ax

de valoare constantă (cum este de exemplu cazul mașinilor de ridicat), s-a desenat pe fig.151 zona de funcționare stabilă și nestabilă în regim motor. După cum se vede, limita de funcționare stabilă este dat de punctul de coordonate (s_k, M_m) ce corespunde alunecării critice și cuplului maxim. Dacă în exploatare cuplul rezistent la arborele motorului depășește valoarea cuplului maxim, sau cuplul maxim scade, de exemplu ca urmare a unei scăderi accidentale a tensiunii la borne, devenind mai mic ca cel rezistent, din relația (450) rezultă $\frac{d\omega}{dt} < 0$ adică viteza scade în timp și motorul



se oprește trecînd într-un regim de avarie (la $s=1$ avem curenți de valoare ridicată periculoși pentru izolația mașinii, dacă rămîne conectată la rețea). De aceea nu este indicată funcționarea la valori apropiate de punctul de desprindere (R_K, M_m) a mașinii (pe de o parte alunecarea ar fi prea mare și deci un randament slab al conversiei electromecanice, pe de altă parte chiar șocuri mici de cuplu la ax ar putea produce desprinderea motorului și oprirea sa.). Din aceste motive este necesară o rezervă de stabilitate, apreciată prin capacitatea de suprasarcină λ_m introdusă la paragraful precedent. Pentru motoare care lucrează în condiții grele cu șocuri de cuplu însemnate, este necesară o valoare mare a lui λ_m , iar pentru cele cu funcționare liniștită, o valoare redusă.

3.2.9. Diagrama cercului.

Diagrama cercului stabilită de Heyland în 1894 și completată de Ossanna, reprezintă un mijloc auxiliar de studiere pe cale geometrică a proprietăților și relațiilor principale din mașina asincronă, în anumite ipoteze simplificatoare. Avantajul folosirii diagramei rezultă din caracterul său intuitiv, care face ca anumite proprietăți să se vadă din examinarea directă a sa. De asemenea ea permite aflarea unor mărimi fără efectuare de calcule, prin folosirea construcțiilor grafice executate la scară.

Diagrama cercului reprezintă locul geometric al virfului fazorului curentului statorului I_1 , la variația alunecării s de la $-\infty$ la $+\infty$, presupunînd U_1 și f_1 date, constante și parametrii mașinii de valori constante. În aceste condiții, se arată că acest loc geometric este un cerc.

Punctul de plecare îl constituie schema echivalentă în "r" din fig. 143, în care curentul statoric \underline{I}_1 este dat de relația:

$$(458) \quad \underline{I}_1 = \underline{I}_{10} - \frac{\underline{I}_2'}{\underline{C}_1} = \underline{I}_{10} + \underline{I}_2''$$

în care s-a introdus curentul \underline{I}_2'' din motive de comoditate a expunerii ulterioare.

Dacă se scrie prima relație (400) sub forma:

$$(459) \quad \underline{C}_1 = \underline{C}_1 \cdot e^{j\delta_1}$$

unghiul δ_1 fiind în general negativ (cam $2^\circ \dots 5^\circ$) și dacă se ține

seama de impedanțele (398) și de schema din fig.143, se poate scrie tensiunea sub forma:

$$(460) \underline{U}_1 = (\underline{C}_1 \underline{Z}_1 + \underline{C}_1^2 \underline{Z}'_{2s}) \underline{I}_2'' = (R_{Ks} + j \cdot X_K) e^{j2\gamma_1} \underline{I}_2''$$

în care:

$$(461) \begin{cases} R_{Ks} = L_1 (R_1 \cos \gamma_1 + X_{10} \sin \gamma_1) + L_1^2 \frac{R_2}{s} \\ X_K = L_1 (X_{10} \cos \gamma_1 - R_1 \sin \gamma_1) + L_1^2 \cdot X'_{20} \end{cases}$$

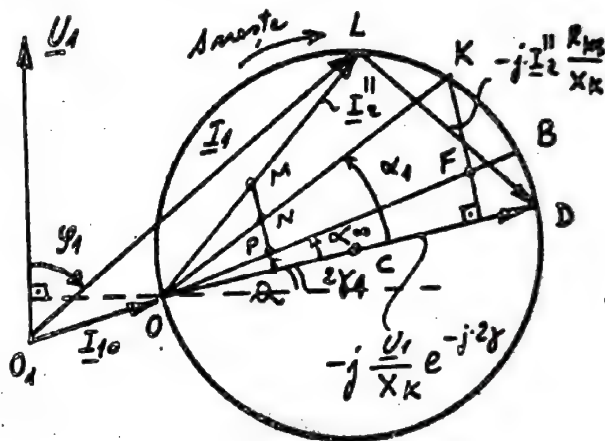
Împărțind cu $j \cdot X_K \cdot e^{j2\gamma_1}$ relația (460) se ajunge la relația de bază a diagramei cercului:

$$(462) \quad -j \cdot \frac{\underline{U}_1}{X_K} \cdot e^{-j2\gamma_1} = \underline{I}_2'' - j \cdot \left(\frac{R_{Ks}}{X_K} \right) \underline{I}_2''$$

în care membrul stâng este un fazor constant (OD pe figura nr.152) egal cu suma a doi fazori ortogonali (curentul \underline{I}_2'' reprezentat de OL, și termenul al doilea din (462) membrul drept, reprezentat de LD).

La variația alunecării s , locul lui L de unde OD se vede sub 90° , este cercul cu diametrul:

$$(463) \quad OD = \frac{\underline{U}_1}{X_K} \approx \frac{\underline{U}_1}{X_{10} + X'_{20}}$$



- fig. 152 -

Ținând seama de (458) și de faptul că în condițiile date \underline{I}_{10} este constant și el, fiind mult defazat față de \underline{U}_1 , se ajunge la diagrama din fig.152 alăturată, în care vârful fazorului $O_1 L = \underline{I}_1$ descrie cercul cu centrul C și diametru inclinat la $2\gamma_1$ față de perpendiculara pe fazorul tensiunii \underline{U}_1 .

Din expresiile (461) se obțin pentru alunecările de mai jos, pozițiile diferitelor puncte de pe cerc de interes pentru ceea ce urmează:

- pentru $s=0$ punctul L se confundă cu O, vârful lui \underline{I}_{10}
- pentru $s=1$ (rotor calat) punctul curent L ajunge pe cerc într-un punct K, determinat prin:

$$(464) \quad \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{L_1(R_1 \cos \gamma_1 + X_{10} \sin \gamma_1) + L_1^2 R_2'}{L_1(X_{10} \cos \gamma_1 - R_1 \sin \gamma_1) + L_1^2 X_{10}'}$$

- pentru $s = \infty$ punctul curent L ajunge pe cerc într-un punct B determinat prin:

$$(465) \quad \operatorname{tg} \alpha_\infty = \frac{L_1(R_1 \cos \gamma_1 + X_{10} \sin \gamma_1)}{L_1(X_{10} \cos \gamma_1 - R_1 \sin \gamma_1) + L_1^2 X_{10}'}$$

Dacă ducem pe diametrul OD din O, un segment care să fie proporțional cu reactanța X_k din (461), atunci ca urmare a asemănării triunghiurilor OQM cu OLD, rezultă că MQ va reprezenta la aceeași scară pe R_{ks} din (461). Fie M, N, P, punctele în care perpendiculara din Q pe OD taie dreptele OL, OK și OB. În acest caz se arată imediat că avem:

$$(466) \quad MQ = MN + NP + PQ$$

în care:

$$MN = C_1^2 R_2' \frac{1-s}{s}$$

$$(467) \quad NP = L_1^2 R_2'$$

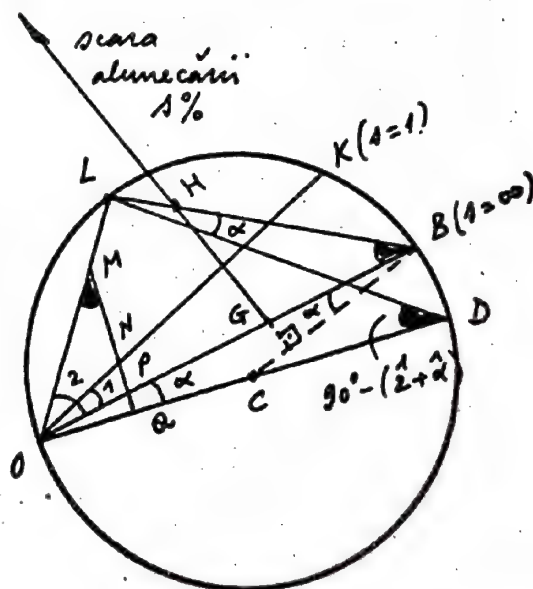
$$PQ = L_1(R_1 \cos \gamma_1 + X_{10} \sin \gamma_1)$$

Pentru folosirea practică a diagramei, ea trebuie gradată după valorile alunecării s . Pe baza expresiilor anterioare se vede imediat că alunecarea rezultă:

$$(468) \quad s = \frac{NP}{MP}$$

Însă folosirea directă a acestei relații este dezavantajoasă din cauza caracterului său hiperbolic și datorită erorii

de determinare prin metodele grafice bazate pe (468). De aceea se caută determinarea alunecării pe o scară uniformă și care să nu introducă erori, mai ales în zona alunecărilor mici ce corespund regimului motor de funcționare. Pentru a se ajunge la aceasta, se consideră pe fig. 153 perpendiculara HG pe raza CB a cercului. Se constată ușor asemănarea triunghiurilor OPM cu HGB, din care rezultă:



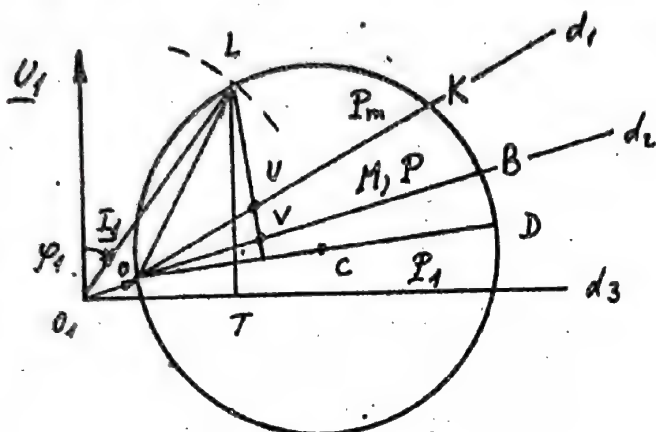
- fig. 153 -

$$(469) \quad \frac{HG}{GB} = \frac{OP}{MP}$$

Din (468) și (469) rezultă că dacă se alege segmentul GB egal la scară cu:

$$(470) \quad GB = 100 \cdot \frac{NP}{OP} = 100 \cdot \frac{KF}{OF} \quad (\text{fig. 152})$$

atunci HG în cm. va fi identic cu alunecarea s în % ! În acest mod



- Fig. 154 -

determinarea alunecării pentru un punct dat de pe cerc devine o problemă simplă grafică.

Să arătăm importanța acestei diagrame în determinarea unor mărimi importante pentru regimul de funcționare al mașinii asincrone.

Mai întâi să observăm că regimurilor motor, frână și generator le co-

respund porțiuni bine determinate ale cercului astfel: arcu OLK corespunde funcționării în regim motor, arcu mic de cerc KB corespunde regimului de frână, iar arcu cel mai mare BDO corespunde funcționării în regim generator.

Pentru o alunecare s dată putem determina punctul L de pe cerc și deci curentul statoric absorbit I_1 ca mărime și defazaj ($\cos \varphi_1$) față de tensiunea U_1 . Segmentul LT este proporțional cu puterea absorbită P_1 din rețea:

$$(471) \quad P_1 = 3 U_1 \cdot LT$$

dacă T este piciorul perpendicularei din L pe dreapta d_3 din fig. 154 de mai sus, la rândul ei perpendiculară în O_1 pe U_1 . Din acest motiv dreapta d_3 se numește dreapta puterii absorbite.

Să ducem acum perpendiculara din L pe diametrul OD al cercului, care taie dreptele OK și OB în punctele U și V (fig. 154). Din asemănarea triunghiurilor OLU și OMN (din fig. 153) rezultă:

$$(472) \quad \frac{LU}{MN} = \frac{OL}{OM} = \frac{I_2''}{Z_K} \cdot \cos \alpha$$

în care $Z_K = \sqrt{R_K^2 + X_K^2} = \frac{U_1}{I_2''}$. Dacă se ține seama de expresia lui I_2'' în funcție de I_1' , care rezultă din (478), atunci

avem cu considerarea relației prime (467) expresia:

$$(473) \quad 3U_1 \cdot LU = 3R'_2 I_2'^2 \frac{1-s}{s} = P_m$$

care ne arată că segmentul LU măsoară la scară puterea mecanică P_m cedată rotorului. Din acest motiv dreapta d_1 se numește dreapta puterii mecanice (fig.154).

Pe o cale asemănătoare se stabilește dreapta puterii electromagnetice d_2 , definită de punctele O și B, astfel că:

$$(474) \quad 3U_1 \cdot LV = P$$

Segmentul UV măsoară la scară pierderile în cupru în rotor, P_{cu2} . Datorită relației (418), dreapta d_2 se mai numește și dreapta cuplului electromagnetic M, segmentul LV măsurând la altă scară, cuplul electromagnetic dezvoltat de mașină.

Diagrama poate fi completată și cu alte drepte și segmente ce măsoară și alte mărimi. Ea se poate completa și cu alte construcții auxiliare pentru determinarea randamentului, a factorului de putere, etc...

Folosirea ei permite stabilirea simplă a unor proprietăți ale mașinii, pe cale geometrică. De exemplu, se vede clar existența unei alunecări optime la care $\cos \varphi_1$ este maxim și care corespunde situației când dreapta OL este tangentă la cerc în zona superioară a acestuia. Se mai vede că funcționarea mașinii în zona optimă nu conduce la variații mari ale lui $\cos \varphi_1$, ceea ce prezintă importanță în exploatare.

Este important faptul că elementele necesare construirii diagramei cercului se pot obține prin încercări experimentale simple ale mașinii (încercarea de mers în gol și cea de mers în scurtcircuit, expuse mai departe).

Totuși în ultima vreme importanța folosirii practice a diagramei a scăzut din cauza următoarelor motive:

a) ipotezele admise referitoare la păstrarea unor valori constante a parametrilor mașinii nu sînt îndeplinite; în adevăr:

- la valori mari ale curenților prin mașină cresc fluxurile de scăpări și are loc o saturație locală a dinților armăturilor ceea ce conduce la micșorarea reactanțelor de scăpări și deci la mărirea diametrului cercului (fenomenul se manifestă la valori peste 150 % ale curenților nominali)

- la valori mari ale curenților din cauza încălzirii înfășurărilor variază valorile rezistențelor acestora (cresc)

- la valori mari ale alunecării cărora le corespund valori mari ale curenților, fluxul magnetic scade (cu oarecare aproximație raportul dintre fluxul la mers în gol și fluxul la mers în sarcină este același cu raportul dintre U_1 și E_1 ; din schema echivalentă rezultă atunci scăderea raportului E_1/U_1 cu creșterea alunecării, putînd ajunge la cca. $0,5 \cdot \phi_n$ la $s = \infty$) ; ca urmare a modificării fluxului parametrul R_w și X_w (fig. 140) se modifică cu alunecarea, deci Z_w variază și prin urmare C_1 dat de (400) se modifică, nefiînd constant.

- la motoarele cu înfășurare rotorică din bare, la alunecări mari apare fenomenul de refluxare a curenților, produs de curenți turbionari (efect pelicular de refluxare), care produce mărirea lui R_2' și micșorarea lui X_{26}' .

b) teoria diagramei cercului nu ia în considerare fenomenele produse de armonici superioare spațiale ale cîmpului învîrtitor, cum ar fi cuplurile parazite.

c) teoria diagramei cercului se bazează pe liniarizarea ecuațiilor și nu ia în considerație caracteristica de magnetizare neliniară a mașinii.

d) metodele de determinare experimentală a diagramei cercului comportă unele aproximații și ipoteze suplimentare, care fac ca poziția cercului să nu poată fi determinată cu exactitate.

Datorită acestor motive există două tendințe:

I - aplicarea diagramei se face doar la motoarele cu rotor bobinat, sau în colivie simplă cu bare rotunde și numai pentru alunecări $0 \leq s \leq s_k$;

II - se folosesc diagrame simplificate (de exemplu neglijînd unghiul φ_1), ceea ce este indicat mai ales la puteri mari și mijlocii; în acest scop s-au propus diferite variante simplificate ale construcției diagramei, pe care nu le redăm aici.

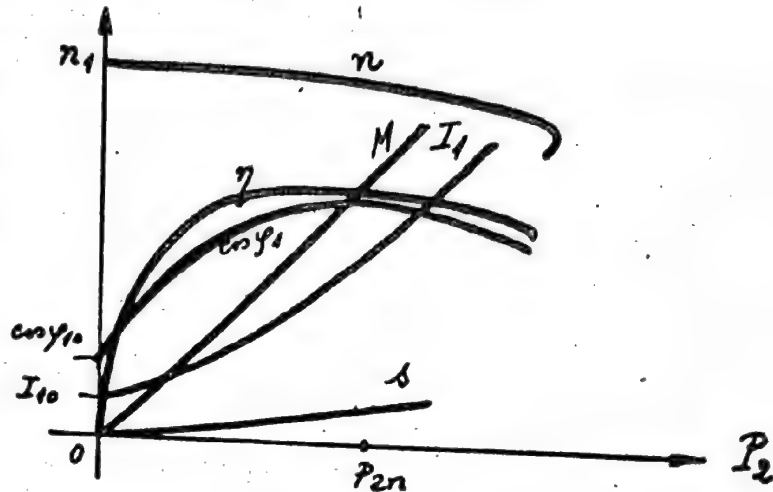
3.2.10. Caracteristicile de funcționare ale motorului asincron.

La funcționarea în sarcină a motorului asincron prezintă importanță cunoașterea modului în care variază cu sarcina (cuplul la ax, sau puterea utilă dezvoltată) diferite mărimi caracteristice cum ar fi: curențul absorbit din rețea I_1 , factorul de putere $\cos \varphi_1$, randamentul η , viteza de rotație n , cuplul M ; toate aceste mărimi se determină considerînd tensiunea și frecvența rețelei constante.

te, iar temperatura de regim a înfăşurărilor de 75°C (clasele A, E, B).

Caracteristicile determinate pe baza diagramei cercului, au alure celor reprezentate pe fig. 155 alăturată şi se apropie de cele determinate pe cale experimentală prin încercare directă a maşinii.

Reţine atenţia modul de variaţie al randamentului şi factorului de putere, care la o sarcină redusă a motorului au valori scăzute, iar la sarcini peste 50 % din cea nomi-



- fig. 155 -

nală variază foarte puțin cu sarcina. De altfel produsul $\eta \cdot \cos \varphi_1$ este un factor de calitate al motorului din punct de vedere energetic, la fel ca în cazul transformatorului. Acest factor scade neadmisibil de mult la sarcini mici ale motorului, de aceea este cu totul neindicat să lăsăm în funcțiune motoarele asincrone neîncărcate suficient.

Deoarece în zona de funcționare ca motor $0 < s < s_n$, punctele corespunzătoare din diagrama cercului formează un arc de cerc destul de redus, precizia de determinare grafică a mărimilor este redusă de aceea tot mai mult în ultima vreme se folosește calculul caracteristicilor cu ajutorul schemei echivalente în $-j-$, cunoscând parametrii maşinii determinați în procesul de proiectare sau din datele experimentale.

3.2.11. Incercări experimentale.

Incercările efectuate pe cale experimentală asupra maşinilor asincrone urmăresc multiple aspecte precum:

- verificarea corectitudinii execuției constructiv-tehnologice a maşinii
- aflarea prin măsurare a unor parametri şi a unor mărimi importante (ex. pierderile)
- predeterminarea comportării în sarcină prin determinări făcute în

te în situații particulare avantajoase, cum ar fi mersul în gol și cu rotorul calat (scurtcircuit)

- determinarea unor performanțe
- verificarea comportării mașinii în anumite regimuri cu solici-tări mărite (supresarcini, supratensiuni etc..)

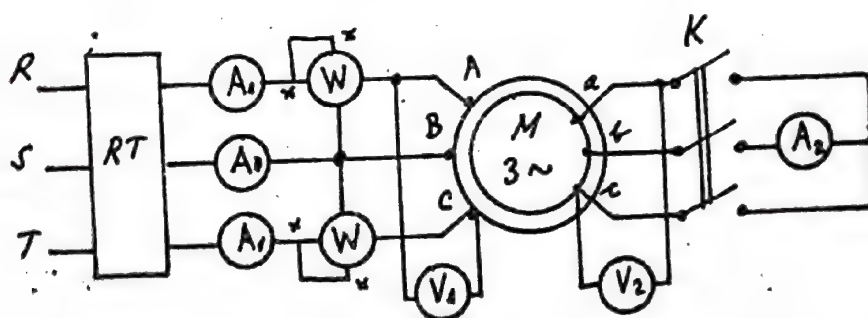
Fundamentele pentru predeterminarea performanțelor în sarcină greu de determinat prin încercare directă (mai ales la puteri ridi-cate), sînt două încercări: încercarea de mers în gol și cea de mers în scurtcircuit (rotor calat). Efectuarea acestor încercări este sim-plă, deoarece nu necesită mijloace de încălzire la arbore a motorului. În plus, în aceste situații consumul de putere este redus.

Înainte de efectuarea acestor încercări se determină rezistențe-le electrice ale fazelor statorice și rotorice în stare rece a mașinii, recalculîndu-se pentru temperatura convențională de regim de 75° corespunzînd stării calde a mașinii. Metodele de măsurare sînt stu-diate la cursul de Măsurări electrice și magnetice, cele mai folosite fiind metoda voltmetrului și ampermetrului în montaj "aval", sau me-toda punții simple sau duble (de preferat). Rotorul mașinii trebuie să fie în repaus

(a) Încercarea de mers în gol.

Schema experimentală de montaj este cea din fig.156, regulatorul de tensiune trifazat RT fiind fie un regulator de inducție (cap.

mai departe), fie un autotransformator trifazat cu raport de transformare reglabil continuu (vol.I pag.307).



- fig. 156 -

Mai întîi se determină raportul de transformare :

$$(475) \quad k_t = \frac{k_{W1} W_1}{k_{W2} W_2} = \frac{E_1}{E_{20}} \approx \frac{U_1}{U_{20}}$$

alimentînd schema la o tensiune redusă (pentru a asigura funcționarea

nesaturată a circuitului magnetic) și având întrerupătorul K deschis, deci rotorul imobil. Tensiunile măsurate sînt cele de linie (preferabil toate trei), dar cele din (475) sînt de fază, obținute prin calcul funcție de conexiunea statorului și rotorului. Relația de calcul ar fi precisă dacă curenții absorbiți ar fi nuli, de aceea reducerea tensiunii de alimentare are drept scop și asigurarea unor valori mici a curenților. Pentru mărirea preciziei se mai poate efectua și o probă de alimentare inversă prin rotor, statorul fiind deschis, luînd apoi pentru k_t media aritmetică a celor două determinări.

Dacă se cunosc datele celor două înfășurări k_{w1}, k_{w2}, W_1 și W_2 (de exemplu din proiectul mașinii, sau din fișa tehnică a acesteia) atunci se poate ridica experimental și caracteristica de magnetizare a mașinii observînd că:

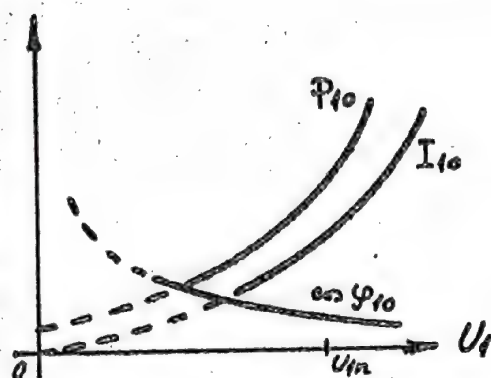
$$(476) \quad \phi = \frac{\sqrt{2} E_2}{2\pi f_1 \cdot k_{w2} W_2} = \frac{\sqrt{2} U_{20}}{2\pi \cdot f_1 \cdot k_{w2} W_2}$$

$$\frac{3}{2} \cdot V = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} k_{w1} W_1 I_{10}$$

deci curba $U_{20} = f(I_{10})$ reprezintă la scările ce rezultă din (476) chiar caracteristica de magnetizare (pentru determinare este bine ca rotorul să fie antrenat în mișcare în sensul cîmpului învîrtitor de către alt motor exterior, la alunecare apropiată de cea nominală pentru a evita erorile datorate pierderilor în fier în rotor).

După efectuarea acestor încercări se aduce regulatorul la o tensiune redusă (căm 50 % U_{1n}) și se închide întrerupătorul K pornind motorul în gol și lăsîndu-l să ruleze cca. 10....210 minute, funcție de puterea acestuia (valorile mari sînt pentru cele mai mari puteri, peste 1 MW). În cazul mașinilor cu rulmenți, se poate reduce acest timp la jumătate. La mașini de putere mai mare este recomandabilă folosirea în montaj a unui reostat de pornire.

Se ridică apoi caracteristicile de funcționare în gol date de dependența mărimilor I_{10}, P_{10} și $\cos \varphi_{10}$ în funcție de tensiunea U_1 (fig. 157), determinînd cu precizie valorile ce corespund tensiunii nominale de alimentare U_{1n} . În general la U_{1n} avem pentru mașini în execuții normale valorile: $I_{10} = (0,25 \dots 0,5) I_{1n}$; $\cos \varphi_{10} = 0,09 \dots 0,18$. Simultan se măsoară și valorile alunecării, folosind metoda ampermetrului A_2 de curent continuu, cu zero la mijlocul scărilor gradate, așa cum s-a arătat. Factorul de putere se determină cu expresia:



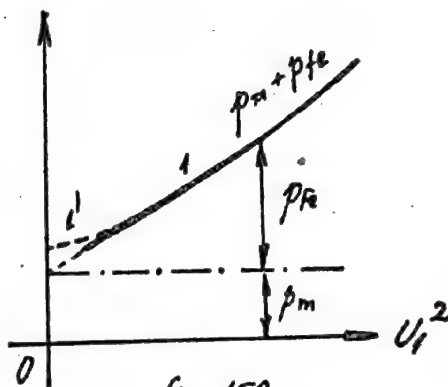
- fig. 157 -

$$(477) \cos \varphi_{10} = \frac{P_{10}}{\sqrt{3} U_{10} I_{10}}$$

Puterea P_{10} absorbită la mersul în gol din rețea este consumată în pierderi Joule în înfășurări, în pierderi în fier și în pierderi mecanice. Deoarece pierderile Joule în rotor sînt neglijabile, iar cele în stator se pot calcula, rezultă:

$$(478) P_{10} - 3R_1 I_{10}^2 = p_{fe} + p_m$$

Pe baza acestei relații se pot separa pierderile în fier de cele mecanice, observînd că primele depind de tensiunea de alimentare (aproximativ cu pătratul ei) în timp ce celelalte nu depind. Trasînd pe o diagramă variația sumei din (478) funcție de U_1^2 (fig. 158) și extrapolînd curba pînă la intersecția cu axa ordonatelor, se determină p_m , la $U_1 = 0$ p_{fe} fiind nul. Nu se recomandă ridicarea curbei sub $0,5 U_{1n}$ deoarece din cauza creșterii alunecării (de ce ?) pierderile pot să devină ceva mai mari (porțiunea notată cu l' pe fig. 158), conducînd la valori exagerate ale lui p_m .



- fig. 158 -

(b) Incercarea de scurtcircuit.

Se folosește aceeași schemă de montaj ca în fig. 156, dar cu scări diferite de măsurare ale aparatelor de măsurat, cu trei ampermetre identice de curent alternativ montate pe fazele rotorului (la cele trei inele de contact, întrerupătorul K fiind închis). Rotorul motorului este calat, adică înțepenit cu ajutorul unui sistem de fixare în repaus, iar regulatorul de tensiune RT este pe poziția de tensiune nulă.

Crescînd treptat tensiunea se ridică caracteristicile de funcționare în scurtcircuit, adică dependența mărimilor I_{1k} , P_{1k} și $\cos \varphi_{1k}$ în funcție de U_1 (fig. 159), mergînd pînă la valori ale curenților ce nu depășesc $1,2 \cdot I_{1n}$. Mărimile analogă tensiunii de scurtcircuit de la transformator este în acest caz mai mare, fiind cuprin-

să în limitele $0,15 \dots 0,3 U_{1n}$, notată cu U_{1k} pe fig.159.

Factorul de putere $\cos \varphi_{1k}$ se determină cu o relație analogă lui (477). Curentul de la mersul în scurtcircuit I_{1k} variază aici altfel ca în cazul transformatorului, din cauza saturației zonelor dentare, ceea ce face ca parametrii să varieze cu tensiunea aplicată. Fenomenul este mai pregnant în cazul creșterilor statorice semideschise și al creșterilor rotorice închise. Acest lucru determină zona inițială curbată a caracteristicii curentului I_{1k} .

Pentru determinarea valorilor ce ar corespunde aplicării tensiunii nominale, se folosesc expresiile:

$$(479) \quad \begin{cases} I_{1k} = I_{1n} \cdot \frac{U_{1n} - U_E}{U_{1k} - U_E} \\ \cos \varphi_{1k_n} \approx \cos \varphi_{1k} \\ P_{1k_n} = P_{1k} \cdot (I_{1k} / I_{1n})^2 \end{cases}$$

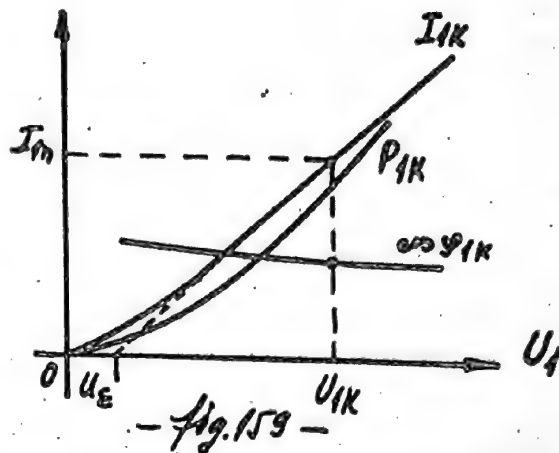
O precizie mai bună se obține din încercarea făcută chiar la valori $U_1 = U_{1n}$, dar într-un timp foarte scurt (sub 10 secunde) din cauza curenților foarte mari care pot supraîncălzi considerabil înfășurările.

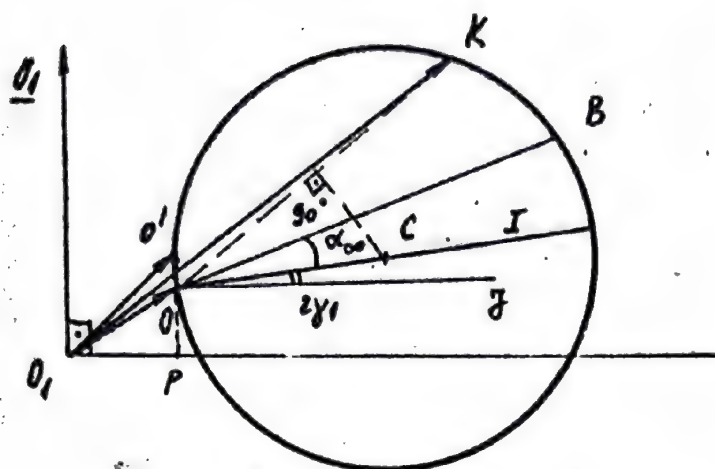
Datorită scăderii tensiunii de alimentare și valorilor ridicate ale curenților, practic toată puterea absorbită P_{1k} este consumată în pierderi prin efect Joule în înfășurări:

$$(480) \quad P_{1k} = 3 R_1 I_{1k}^2 + 3 R_2 I_{2k}^2 = p_{ou1} + p_{ou2}$$

(c) Construcția diagramei cercului.

Pe baza datelor de la proba de mers în gol și cea de mers în scurtcircuit și anume I_{10} , $\cos \varphi_{10}$, I_{1k} și $\cos \varphi_{1k}$, toate corespunzătoare tensiunii nominale U_{1n} , avem două puncte ale cercului: cel de mers în gol real și cel de mers în scurtcircuit (punctele O și K din fig.160).





- Fig. 160 -

Pentru a determina curentul de mers în gol ideal (la sincronism) vom remarca că în cazul sincronismului pierderile mecanice p_m nu mai sînt acoperite de rețea, ci de către motorul exterior necesar aducerii exacte la sincronism a mașinii încercate. Singurele pierderi la mersul în gol ideal sînt p_{culo} și p_{fe} .

De aceea punctul O

de mers în gol ideal se va afla sub O^* la o distanță pe verticală dată de $p_m/3 \cdot U_{1n}$ (la scara curenților) astfel ca $O_1O = I_{10}$. Deci OP din fig. 160 va reprezenta la scară $P_{10} - p_m$. Din vârful O ducem la un unghi:

$$(481) \quad \sin 2\gamma_1 \approx \frac{2I_{10}R_1}{U_{1n}} \quad (2\gamma_1 = \widehat{10\gamma})$$

($OC \perp U_1$) dreapta OI pe care se află centrul cercului C, determinat prin intersecția mediatoarei segmentului OK cu OI. Valoarea (481) este aproximativă, bazată pe presupunerea că la mers în gol între $-E_1$ și I_{10} avem un unghi de 90° .

Pentru determinarea poziției punctului B pe cerc (pt. s = ∞), se determină cu aproximație din (463) și (465) unghiul α_∞ pe baza relației:

$$(482) \quad \tan \alpha_\infty \approx \frac{2R_1 \cdot OC}{U_{1n}}$$

în care OC este raza cercului.

Cu aceste elementele fundamentale sînt construite.

3.3. Mașini asincrone cu rotoare în scurtcircuit.

3.3.1. Rotorul în colivie simplă.

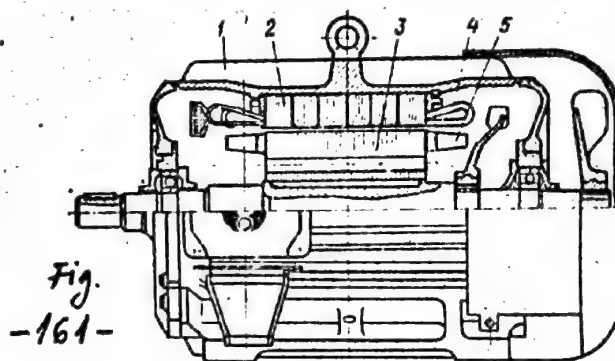
Mașinile asincrone cu rotoare bobinate sînt mai complicate din punct de vedere constructiv-tehnologic decît cele cu rotor în scurtcircuit, din cauza înfășurării trifazate ce trebuie realizată pe rotor și din cauza sistemului de contacte inele-perii, incluzînd și dis-

pozitivul de scurtcircuitare a inelelor și ridicare a periilor. Din aceste motive necesită manoperă considerabilă, întreținere corespunzătoare și prezintă siguranță mai mică în funcționare. Prețul lor este mai ridicat decât al unei mașini cu rotor în scurtcircuit, mai ales dacă se ia în considerare și reostatul de pornire.

Mașinile cu rotoare în scurtcircuit sînt mai simple, mai robuste și mai sigure în exploatare (nu au contacte alunecătoare, înfășurarea este din bare fiind realizată dintrodacă prin turnare), mai ieftine și necesită întreținere minimă. Din aceste motive sînt cele mai răspîndite motoare, mai ales la puteri sub 100 kW.

Aspectul înfășurării în colivie simplă este redat în fig. 111, pag. 143, iar aspectul general al motorului este cel din fig. 161 alăturată.

Realizarea înfășurării se face prin turnare sub presiune cu mașini specializate a unui aliaj de aluminiu, în creștăturile pachetului de tole al rotorului, realizîndu-se simultan și presarea acestora. Se folosește



procedeul de turnare sub presiune în cochilă, care este un procedeu modern cu multe avantaje tehnico-economice. La turnare se asigură și paletetele de ventilator centrifugal (5 pe fig. 161) care asigură răcirea mai bună a capetelor de bobine statorice, adăugîndu-se ca efect ventilatorului general de pe axul rotorului.

Funcționarea mașinii asincrone cu rotorul în colivie nu se deosebește de cea corespunzătoare rotorului bobinat în aspectele esențiale. Există comparativ unele avantaje, dar și unele dezavantaje care au condus la crearea și altor tipuri de rotoare în scurtcircuit.

Înfășurarea rotorică în colivie se poate echivala cu o înfășurare polifazăată simetrică din punctul de vedere al armonicilor fundamentale ale t.e.m. și tensiunilor magnetice în întrefier.

O proprietate fundamentală a înfășurării în colivie este faptul că ea se acomodează automat cîmpurilor magnetice învîrtitoare exterioare, realizînd un acelaș număr de poli al cîmpului de reacție cu cel al cîmpului inductor, adică indiferent de valoarea lui p_1 , avem în cazul coliviei $p_2 = p_1$.

Pentru a vedea acest lucru și pentru a stabili condițiile de

echivalare, să considerăm o colivie cu Z_2 bare, având secțiuni transversale rotunde sau ovale, deci creștături ca cele din fig. 124. Să numerotăm barele în sensul rotației cîmpului magnetic exterior învîrtitor, de la 1 la Z_2 (fig. 162).

a) T.e.m. induse în bare.

Dacă colivia este simetrică, t.e.m. induse în bare (în inelele de scurtcircuitare nu avem t.e.m. induse) de către un cîmp magnetic învîrtitor circular cu repartiție sinusoidală spațială vor avea valori efective egale, care după cele spuse la cap. 3.2.1 pag. 107 sînt:

$$(483) \quad E = \frac{1}{\sqrt{2}} E_m = \frac{1}{\sqrt{2}} v_r l B_m$$

v_r fiind viteza relativă dintre rotor și cîmp. Ținînd seama de expresiile cunoscute:

$$(484) \quad \begin{cases} v_r = \frac{D}{2} (\Omega_1 - \Omega_2) = \frac{D}{2} \Omega_r \\ \phi_c = \frac{2}{\pi} \cdot z \cdot l \cdot B_m = \frac{2}{\pi} \left(\frac{\pi D}{2p} \right) l B_m \\ \omega_2 = 2\pi f_2 = p (\Omega_1 - \Omega_2) = p \Omega_r \end{cases}$$

se obține valoarea efectivă a t.e.m. din bare:

$$(485) \quad E = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f_2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \phi_c$$

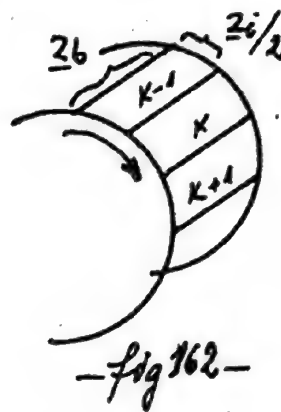
care ne arată că din acest punct de vedere al t.e.m. dacă se consideră fiecare bară ca făcînd parte dintr-o fază, trebuie ca pentru colivie să considerăm:

$$(486) \quad k_{w2} W_2 = \frac{1}{2}$$

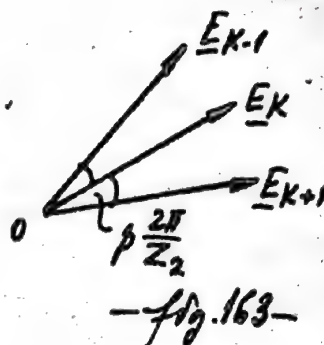
(a se compara cu expresia (215) care este valabilă și pt. t.e.m. de mișcare).

Defazejul reciproc al t.e.m. rezultă din unghiul la centru al barelor vecine, fiind transformat în grade electrice:

$$(487) \quad \hat{E}_k, \hat{E}_{k+1} = p \left(\frac{2\pi}{Z_2} \right)$$

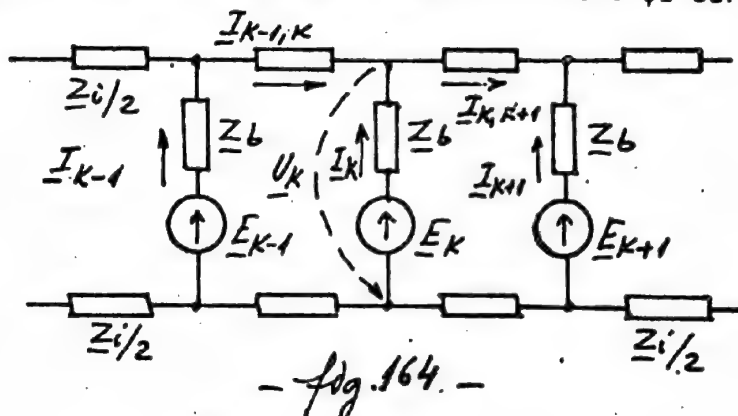


Rezultă că fazorii t.e.m. din bare formează o stea simetrică care se închide după unul sau mai multe parcurșuri, funcție de relația dintre numerele p de perechi de poli ai cimpului inductor și Z_2 numărul de bare ale coliviei. Pe fig. 163 s-au reprezentat trei t.e.m. din trei bare succesive.



b) Calculul curenților.

Să notăm cu Z_b și $\frac{1}{2} Z_i$ impedanțele barei și porțiunii de inel dintre două bare succesive. Deoarece considerăm t.e.m. din bare ca efecte exclusiv ale cimpului inductor exterior, în impedanțele considerate intră inductanțele proprii (a se vedea cele spuse la pag. 136). Schema echivalentă desfășurată a coliviei în aceste condiții este cea din fig. 164, pe care s-au notat și curenții prin bare.



re și prin inele, precum și tensiunile la capetele barelor. Prin aplicarea teoremelor I și II ale lui Kirchoff se obțin relațiile:

$$(488) \quad \underline{I}_K = \underline{I}_{K,K+1} - \underline{I}_{K-1,K}$$

$$(489) \quad \underline{I}_{K,K+1} = \frac{\underline{U}_K - \underline{U}_{K+1}}{Z_i}$$

Pe de altă parte avem evident:

$$(490) \quad \underline{I}_K = \frac{\underline{E}_K - \underline{U}_K}{Z_b}$$

Înlocuind (489) și (490) în (488) și ordonând termenii avem următorul sistem de Z_2 ecuații cu necunoscutele \underline{U}_i ($i=1, 2, \dots, Z_2$):

$$(491) \underline{E}_K = - \frac{\underline{Z}_b}{\underline{Z}_i} \underline{U}_{K+1} + \left(1 + 2 \frac{\underline{Z}_b}{\underline{Z}_i}\right) \underline{U}_K - \frac{\underline{Z}_b}{\underline{Z}_i} \underline{U}_{K-1}$$

Ținând seama de cele spuse mai înainte și observînd că avem:

$$(492) \underline{E}_K = \underline{E}_1 \cdot e^{-j(K-1) \frac{2\pi p}{Z_2}}$$

rezultă soluțiile sistemului (491) sub forma:

$$(493) \underline{U}_K = \frac{\underline{E}_K}{1 + 2 \left(1 - \cos \frac{2\pi p}{Z_2}\right) \frac{\underline{Z}_b}{\underline{Z}_i}}$$

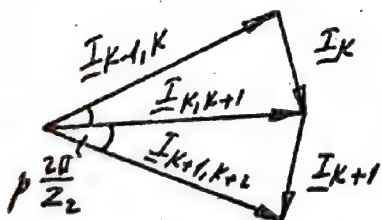
cu ajutorul cărora din (489) se determină curenții prin bare:

$$(494) \underline{I}_K = \frac{\underline{E}_K}{\underline{Z}_b + \frac{1}{(2 \sin \frac{p\pi}{Z_2})^2} \underline{Z}_i} = \frac{\underline{E}_K}{\underline{Z}_{ech}}$$

Parametrii fazelor echivalente rezultă din această expresie egali cu:

$$(495) \begin{cases} R_{ech} = R_b + \frac{R_i}{(2 \sin \frac{p\pi}{Z_2})^2} \\ X_{ech} = X_b + \frac{X_i}{(2 \sin \frac{p\pi}{Z_2})^2} \end{cases}$$

Curenții din inele formează la fel ca și cei din bare un sistem simetric (fig.165), avînd valori efective ce rezultă din figură, egale cu:



- fig.165 -

$$(496) I_{in} = \frac{I_b}{2 \sin \frac{p\pi}{Z_2}}$$

In concluzie, atît curenții cît și t.e.m. formează sisteme simetrice de mărimi polifazate.

c) Tensiunea magnetică produsă.

Fie expresiile instantanee ale curenților prin cele Z_2 bare:

(497)

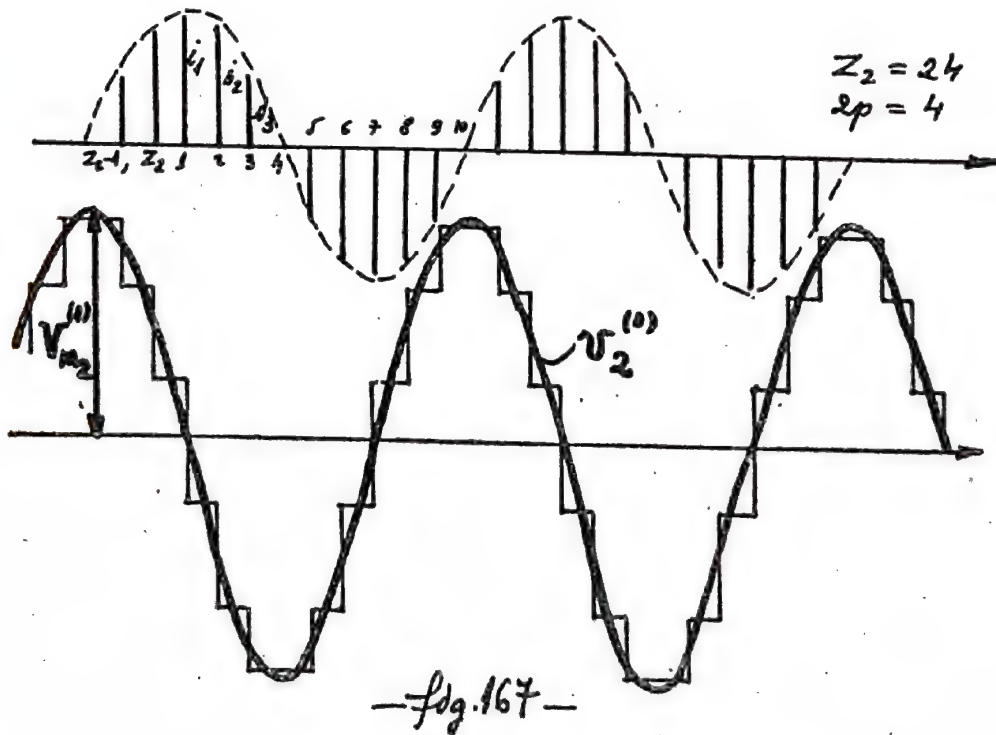
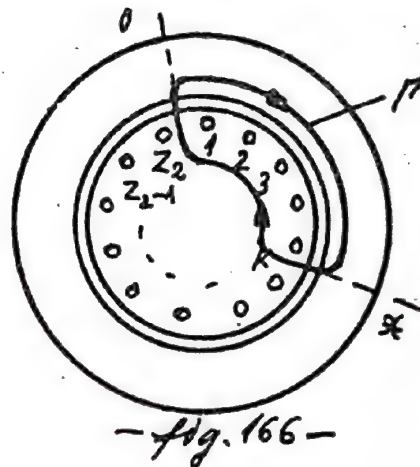
$$(497) \begin{cases} i_1 = I_2 \sqrt{2} \cos \omega_2 t \\ i_2 = I_2 \sqrt{2} \cos \left[\omega_2 t - p \frac{2\pi}{Z_2} \right] \\ \dots \\ i_{Z_2} = I_2 \sqrt{2} \cos \left[\omega_2 t - (Z_2 - 1) p \frac{2\pi}{Z_2} \right] \end{cases}$$

Tensiunea magnetică produsă de acești curenți în întrefier se poate calcula pe baza expresiilor (45) și (48) de la pag.26, mașina fiind cu întrefier constant.

Rezultă:

$$(498) \quad v_s(\theta) - v_s(x) = \theta_{0x} = \sum_{k=1}^n i_k$$

în care indicele superior este funcție de coordonata x . Se observă că valorile curenților (497) sînt toate date de ordonatele unei singure curbe (fig.167 sus), dacă se consideră timpul t fixat (în fig.167 s-a considerat $t=0$).



Pentru valoarea fixată a lui t se poate construi curba de repartiție a tensiunii magnetice în întrefier (fig. 167 jos), care este o curbă în trepte inegale, deci un caz diferit de cele studiate la capitolul de producere a cimpului magnetic în întrefier. Pe figură s-a desenat cu linie îngroșată curba armonicilor fundamentale a tensiunii magnetice rotorice $v_2^{(1)}(x)$ care după cum se vede realizează automat același număr de perechi de poli ai cimpului ca și cimpul inductor care produce t.e.m. în bare.

Deci din punct de vedere al cimpului magnetic de reacție a indusului, înfășurarea în colivie se acomodează automat oricărui cimp învîrtitor exterior, realizînd $p_2 = p_1$ pentru orice $p = p_1$, ceea ce reprezintă o proprietate remarcabilă a acesteia.

Pentru alte momente de timp curba de repartiție a curenților se deplasează "în sensul succesiunii fazelor" (de exemplu pentru $t = \frac{2\pi p}{\omega_2 Z_2}$ se deplasează cu un pas spre dreapta), astfel că și curba tensiunii magnetice se va deplasa corespunzător. Se vede imediat că teorema reacției indusului rămîne valabilă, cele două cimpuri învîrtitoare cel inductor exterior și cel indus de reacție fiind în repaus relativ.

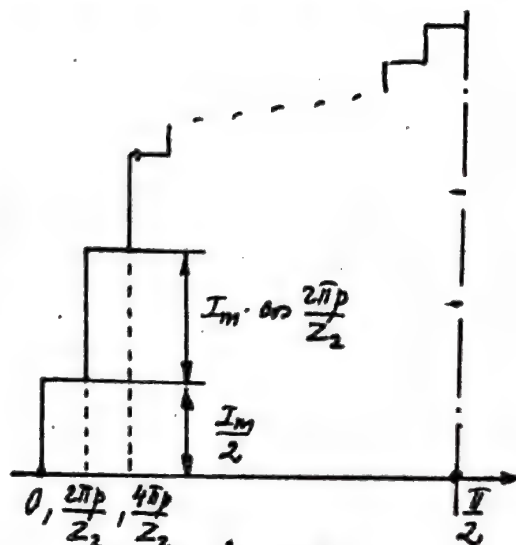
Pentru determinarea amplitudinii tensiunii magnetice fundamentale nu mai putem însă aplica formulele cunoscute, de aceea vom pleca de la curba în trepte inegale din fig. 168 și vom determina direct fundamentala. Conform formulelor lui Fourier avem:

$$(499) \quad V_{m2}^{(1)} = \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} v(\alpha) \sin \alpha \, d\alpha =$$

$$= \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{I_m}{2} \sin \alpha \, d\alpha +$$

$$+ \frac{4}{\pi} \int_{\frac{2\pi p}{Z_2}}^{\pi/2} I_m \cos \frac{2\pi p}{Z_2} \sin \alpha \, d\alpha + \dots + \frac{4}{\pi} \int_{\frac{\pi}{2} - \frac{2\pi p}{Z_2}}^{\pi/2} I_m \cos \left[\left(\frac{Z_2}{4p} - 1 \right) \frac{2\pi p}{Z_2} \right] \times$$

$$\times \sin \alpha \, d\alpha$$



- fig. 168 -

Calculând integralele se obține:

$$(500) \quad V_{m2}^{(1)} = \frac{4}{\pi} \left\{ \frac{I_m}{2} + I_m \cos \frac{2\theta}{2} \cos \frac{2\theta}{2} + I_m \cos \frac{4\theta}{2} \cos \frac{4\theta}{2} + \dots + I_m \cos \left(\frac{\theta}{2} - \frac{2\theta}{2} \right) \cos \left(\frac{\theta}{2} - \frac{2\theta}{2} \right) \right\}$$

Transformând produsele de cosinusi, se obține în final:

$$(501) \quad V_{m2}^{(1)} = \frac{Z_2 I_m}{2p\pi} = \frac{\sqrt{2} \cdot Z_2 \cdot I_2}{2p\pi}$$

Pentru o înfășurare polifazată simetrică cu m_2 faze parcursă de un sistem polifazat m_2 -fază de curenți, simetric, expresia amplitudinii tensiunii magnetice se obține analog cu cea urmată la pagina 64 (expresiile (128)) fiind:

$$(502) \quad V_{m2}^{(1)} = \frac{m_2}{2} \left(\frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{k_{w2} W_2}{p} \cdot I_2 \right)$$

Luând în considerare (486) și comparând (501) cu (502), rezultă că trebuie să avem:

$$(503) \quad \underline{m_2 = Z_2}$$

adică înfășurarea în colivie este echivalentă cu o înfășurare simetrică cu număr de faze $m_2 = Z_2$ egal cu numărul de bare, cu un număr echivalent de spire $k_{w2} \cdot W_2 = 1/2$ și cu un număr de poli egal cu cel al cîmpului inductor.

Cele două tensiuni magnetice, cea statorică și cea rotorică se compun (ca fazeori spațiali rotitori) într-una rezultantă, care produce un cîmp magnetic util rezultat învîrtitor în întrefier, numit cîmpul principal al mașinii.

Dacă considerăm t.e.m. induse în bare ca fiind produse de acest cîmp rezultat, trebuie ca în impedanțele \underline{Z}_b și \underline{Z}_1 să considerăm numai inductanțele de scăpări (pag. 136) și atunci parametrii echivalenți din (495) se referă în ceea ce privește reactanțele, la cele de scăpări.

d) Echivalarea coliviei printr-o înfășurare trifazăată.

Această echivalare se face astfel ca fenomenele din mașina echivalată și din cea reală să fie identice din punctul de vedere al armonicilor fundamentale (se nu este posibilă dacă se consideră și

influența armonicilor superioare). Condițiile de echivalare rezultă pe de o parte din bilanțul energetic (par.3.2.6 de la acest capitol) pe de altă parte din efectul magnetic de reacție al rotorului.

Astfel la o putere mecanică dată, pentru a echivala rotorul în colivie cu unul trifazat, trebuie conform (410) și (412) să se conserve mărimile p_{cu2} și g_{s2} . Asta înseamnă între altele, că la o alunecare dată s , cele două rotoare trebuie să developeze același cuplu electromagnetic, ceea ce rezultă din (415). Rezultă relațiile:

$$(504) \quad \begin{cases} Z_2 \cdot R_{ech} \cdot I_b^2 = 3 R_2 I_2^2 \\ Z_2 \cdot X_{ech} \cdot I_b^2 = 3 X_{2\sigma} I_2^2 \end{cases}$$

Din condiția de amplitudini egale ale tensiunii magnetice fundamentale din întrefier, avem pe de altă parte relația:

$$(505) \quad \frac{\sqrt{2} \cdot Z_2 \cdot I_b}{2p\pi} = \frac{3}{2} \left(\frac{2\sqrt{2}}{\pi} \frac{k_{w2} W_2}{p} \right) I_2$$

Din relațiile precedente rezultă valorile parametrilor echivalenți:

$$(506) \quad \begin{cases} R_2 = 12 \frac{k_{w2}^2 W_2^2}{Z_2} R_{ech} \\ X_{2\sigma} = 12 \frac{k_{w2}^2 W_2^2}{Z_2} X_{ech} \end{cases}$$

Valorile raportate la stator rezultă :

$$(507) \quad \begin{cases} R_2' = 12 \frac{k_{w1}^2 W_1^2}{Z_2} R_{ech} \\ X_{2\sigma}' = 12 \frac{k_{w1}^2 W_1^2}{Z_2} X_{ech} \end{cases}$$

Înfășurarea rotorică trifazată care are parametrii egali cu cei dați de relațiile (507), este echivalentă din punct de vedere al fundamentalei cîmpului, cu înfășurarea în colivie. În acest mod fenomenele studiate mai înainte pe cazul mașinii cu rotorul bobinat, rămîn valabile, atît timp cît se consideră doar armonicile fundamentale, și în cazul mașinii cu rotor în colivie.

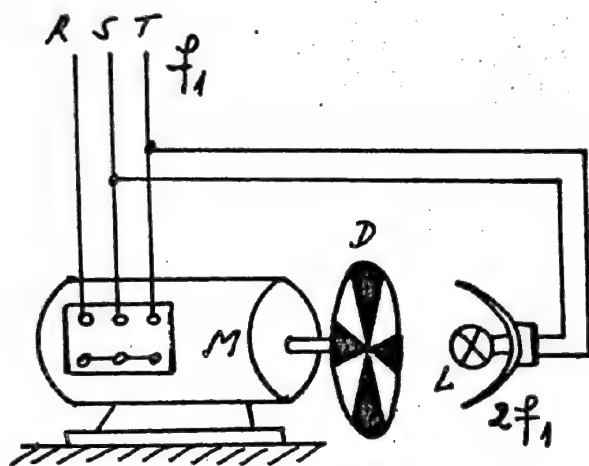
Diferența esențială dintre rotorul bobinat și cel în colivie constă în imposibilitatea modificării din exteriorul mașinii a parametrilor rotorici, în cazul celui din urmă. Din acest motiv nu se poate folosi reostatul de pornire și nu se pot măsura curenții și t.e.m.

din barele coliviei.

Din acest motiv nu mai putem folosi pentru măsurarea alunecării metoda ampermetrului de curent continuu cu zero la mijloc expusă la pag.163. De aceea, la mașinile asincrone cu rotorul în colivie, se folosesc alte metode de determinare a alunecării:

1) - metoda stroboscopică

Pe capătul de arbore al motorului, între aceste și sarcină, se fixează un disc circular D (fig.169) pe care sînt trasate un număr de sectoare alternative albe și negre egal cu dublul numărului de poli ai cîmpului învîrtitor (pe desen corespunde lui $2p = 4$). Discul



- fig.169 -

în mișcare este iluminat din apropiere de o lampă cu bec de neon, alimentată direct de la rețeaua de care este conectat statorul mașinii. Ca urmare a micii, inerții luminoase a becului cu neon, variațiile de intensitate ale luminii, urmăresc variațiile valorii instantanee ale tensiunii rețelei și cum becul se aprinde la fel în alternanța pozitivă ca și în cea ne-

gativă, rezultă că frecvența impulsurilor luminoase este dublă față de cea a rețelei, deci $2f_1$.

Dacă rotorul s-ar roti exact la sincronism, viteza sa ar fi în rot/s egală cu:

$$(508) \quad n_1 = \frac{f_1}{p}$$

ceea ce înseamnă că o rotație se efectuează în p/f_1 secunde, iar timpul în care un sector negru ia locul celui imediat următor ar fi de $2p$ ori mai mic adică $1/2f_1$, exact cit timpul dintre două aprinderi succesive ale becului cu neon. În acest caz se obține impresia unei imagini nemișcate a discului.

În realitate rotorul se mișcă cu o viteză puțin mai mică ca cea de sincronism, fapt ce are ca rezultat o ușoară rămînere în urmă de la o aprindere a becului la alta, a sectoarelor negre. Impresia care se obține în acest caz, este cea a unei imagini care aparent se rotește în

sens contrar sensului real de rotație și este ușor de văzut că dacă se determină viteza de rotație a imaginii aparente n_{im} alunecarea va fi dată de raportul:

$$(509) \quad A = \frac{n_{im}}{n_A} = \frac{n_{im}}{n_A}$$

dintre viteza aparentă a imaginii și viteza de sincronism, măsurate în aceleași unități de măsură.

Practic dacă se numără N sectoare negre care se perindă în timpul T prin dreptul unui reper fix în spațiu, avem alunecarea dată de formula:

$$(510) \quad A = \frac{N}{2f_1 T}$$

La alunecări foarte mici măsurarea devine nesigură din cauza timpului exagerat de trecere a sectoarelor prin dreptul reperului fix.

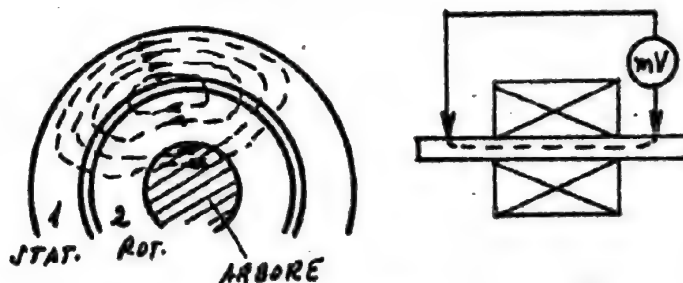
Metoda prezintă avantajul că permite măsurarea alunecării fără să introducă cupluri de sarcină care să perturbe starea mașinii, de aceea este singura indicată la încercările mașinilor de mică putere. (În cazul micromașinilor este totuși necesară o corecție datorită cuplului de frecare viscoasă aerodinamică dintre disc și aer).

Metoda stroboscopică are numeroase variante, unele din ele fiind realizate sub formă de aparate de măsurat viteza de rotație, comercializate sub diferite denumiri ("Oristrob", "Stroboflash" etc...), în care becul de neon este alimentat de la un generator interior de frecvență reglabilă continuu, etalonat în rot/min.

2) - metoda milivoltmetrului de curent continuu

Această metodă se bazează pe faptul că întotdeauna o parte mică a liniilor de câmp învârtitor trec parțial și prin arborele rotoric așa cum se arată pe fig.

170 alăturată, deci produc în arbore t.e.m. și curenți, care se închid în circuitul milivoltmetrului conectat pe capetele arborelui. Acul acestuia va oscila exact cu frecvența curenților rotorici (deci este indicat un

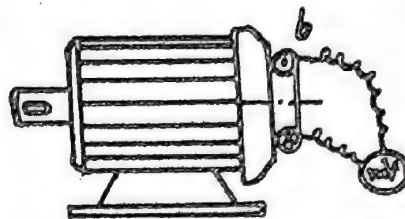


- fig. 170 -

aparat cu zero la mijloc), și putem folosi aceeași metodă de aflare a

alunecării ca cea de la mașinile cu rotorul bobinat.

O variantă a acestei metode, aplicabilă în special la mașinile asincrone cu carcasă nemagnetică și cu rotor cu creștături înclinate, este cea din fig.171, în care se folosește o bobină cu multe spire și cu un diametru de ordinul diametrului pachetului de tole rotorice, legată la un milivoltmetru de curent continuu cu zero la mijlocul ecării gradate.



-fig.171-

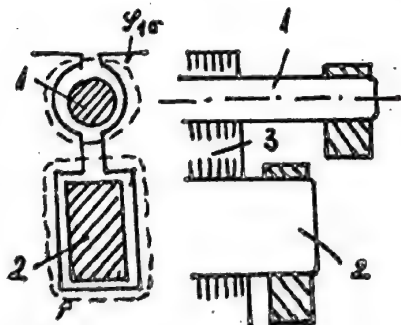
Dezavantajul principal al motorului asincron cu rotor în simplă colivie, este dificultatea asigurării simultane a două condiții contradictorii:

- asigurarea unei alunecări nominale reduse, pentru a avea un randament ridicat de conversie;
- asigurarea unui cuplu ridicat de pornire, deci a unor alunecări mari s_n și s_k .

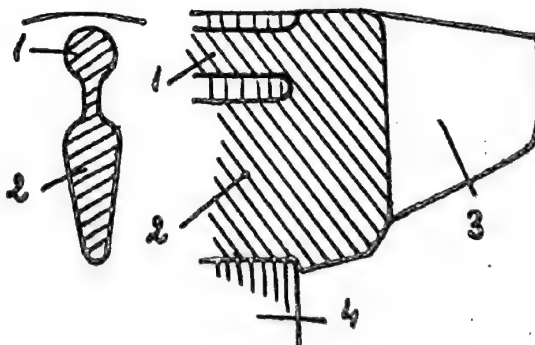
Din acest motiv s-au elaborat alte tipuri de rotoare în scurt-circuit, la care înlăturarea contradicției menționate se face prin folosirea efectelor de refulare a curenților rotorici în perioada pornirii și care sînt descrise în continuare.

3.3.2. Rotorul în dublă colivie.

Pe rotorul mașinii sînt prevăzute două colivii independente (fig.172), sau în legătură galvanică (fig.173) și anume: colivia 1 de pornire și colivia 2 de lucru, pentru regimul staționar normal.



-fig.172-



-fig.173-

Cele două colivii pot fi realizate în principiu și cu barele plasate în creștături diferite, iar inelele de scurtcircuitare pot fi separate sau comune.

Colivia 1 de pornire are bare de secțiune redusă și este realizată din material conductor de rezistivitate mărită (alamă, bronz sau aluminiu), astfel că rezistența echivalentă rezultă relativ ridicată. Fiind dispuse mai aproape de întrefier și prezentând două istmuri în calea liniilor de cîmp magnetic de dispersie (fig.172) are o inductanță de scăpări mai mică ca cealaltă.

Colivia 2 de lucru are bare de secțiune mărită și este realizată din material conductor de mică rezistivitate (cupru), astfel că are o rezistență echivalentă mică. În schimb inductanța de scăpări este mai mare ca cea a coliviei 1, în principal datorită fluxului de scăpări care se închide prin zona dintre cele două colivii.

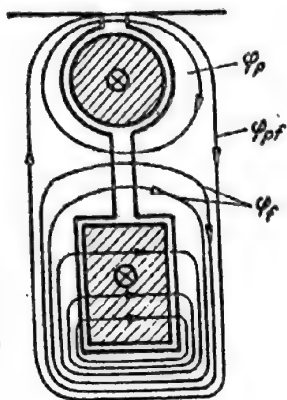
La pornire, alunecarea s avînd valori mari, frecvența curenților din rotor este apropiată de cea a curenților statorici, deci mare față de funcționarea normală, astfel că repartiția curenților în cele două colivii este determinată mai ales de reactanțele lor echivalente. Cum colivia 1 are reactanță de scăpări mai mică, rezultă că curentul la pornire va fi mult mai mare prin această colivie, decît cel din colivia de lucru 2. Cuplul de pornire va fi practic asigurat doar de colivia de pornire, care are rezistență relativ mărită R_2' , deci ca și cînd am inseria reostatul de pornire cu fazele rotorice la rotorul bobinat, obținînd astfel valori ridicate ale cuplului de pornire.

În regim normal de funcționare, alunecarea s este de valoare redusă, deci avem frecvențe mici, reactanțele de scăpări fiind mici în raport cu rezistențele coliviilor, astfel că repartiția curenților va fi acum dictată de rezistențe. Cum colivia 2 are rezistență mai mică, practic tot curentul de lucru este dat de colivia aceasta, care are R_2' redus, deci totul se petrece ca și cînd am fi scurtcircuitat reostatul de pornire.

După cum se vede, la pornire practic tot curentul din rotor se strînge în barele 1 exterioare, iar în regim normal circulă practic numai prin barele 2 interioare. Se zice că la pornire are loc un efect de refulare a curentului (împingerea spre întrefier).

Pentru ca efectele descrise să fie cît mai accentuate se adoptă pentru barele coliviei 1 forma rotundă, de minimă reactanță de scăpări, iar barele coliviei 2 se fac ovale, sau dreptunghiulare (trapezoidale), istmul dintre ele jucînd un rol esențial.

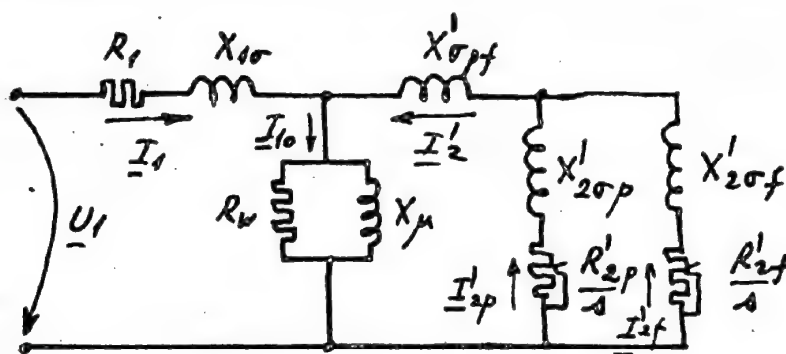
Aspectul simplificat al distribuției liniilor de cîmp magnetic



- fig. 174 -

de scăpări pentru cele două bare este redat pe fig. 174 alăturată. Datorită reluctanței mai mici întâlnite în cale, fluxul φ_{pf} este mult mai mare ca φ_p dar comparabil cu φ_f astfel că se realizează încă un efect de refulare mutuală și anume: creștătura inferioară 2 este înlănuțuită de cea mai mare parte a fluxului creștăturii superioare 1, pe cînd creștătura superioară 1 este înlănuțuită doar de o mică parte a fluxului creștăturii inferioare 2 !

Din punct de vedere electric ambele colivii apar legate în paralel, dacă nu ar exista fluxul comun φ_{pf} care este produs de acțiunea ambilor curenți. De aceea schema echivalentă în raport cu bornele statoreice a motorului asincron cu dublă colivie este cea din fig. 175.

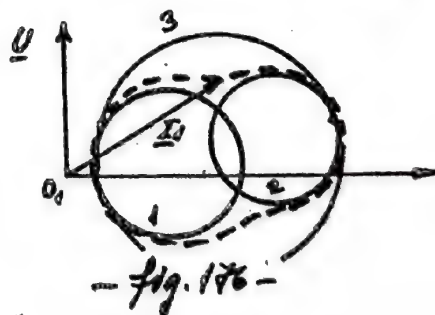


- fig. 175 -

Locul geometric al curentului \underline{I}_1 nu mai este în acest caz un cerc, ci o curbă care se apropie asimptotic de cercurile particulare care rezultă pentru alunecări mici, respectiv mari, din fig. 176. Astfel, la $s \approx 1$ dacă se ține seama că:

$$X'_{2\sigma f} > X'_{2\sigma p} > R'_{2p} > R'_{2f}$$

și dacă se scrie impedanța echivalentă celor două brațe în paralel din rotor neglijînd unii termeni, se capătă pentru parametrii rotorului expresiile următoare:



- fig. 176 -

$$(511) \begin{cases} (R'_2)_e = R'_{2p} \cdot \frac{X'_{20f}}{X'_{20f} + X'_{20p}} \\ (X'_{20})_e = X'_{0pf} + X'_{20f} \cdot \frac{X'_{20p}}{X'_{20f} + X'_{20p}} \end{cases}$$

La $s \approx 0,01 \dots 0,08$, ținând seama de aceleași inegalități, se obțin parametrii:

$$(512) \begin{cases} (R'_2)_{e0} = R'_{2p} \cdot \frac{R'_{2f}}{R'_{2f} + R'_{2p}} \\ (X'_{20})_{e0} = X'_{0pf} + X'_{20f} \cdot \frac{R'_{2p}}{R'_{2f} + R'_{2p}} \end{cases}$$

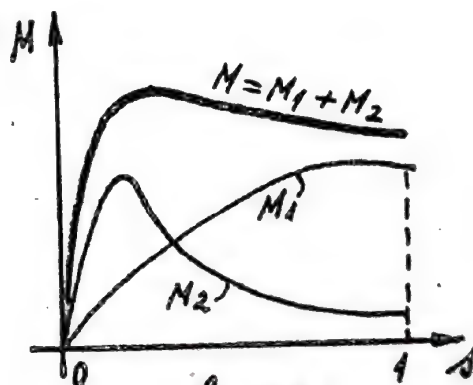
Se observă că avem următoarele relații:

$$(513) \begin{cases} (R'_2)_{e0} \ll (R'_2)_e \\ (X'_{20})_{e0} \gg (X'_{20})_e \end{cases}$$

Acestor cazuri extreme le corespund cercurile 1 pentru alunecări mici și 3 pentru alunecări mari, care sînt cercuri asimptotice între care se situează curba reală loc geometric. Se poate arăta că între cele două cercuri există un al treilea cerc 2 asimptotic.

Diagrama loc geometric arată că la alunecări mari motorul cu dublă colivie are $\cos \varphi_1$ mai scăzut din cauza măririi componentei reactive, magnetizante a curentului absorbit. Față de motorul în simplă colivie de aceeași putere, el are un factor de putere mai scăzut dar realizează performanțe de pornire mai bune (cuplu de pornire mai mare și curent de pornire mai mic).

Caracteristica cuplului electromagnetic funcție de alunecare se obține prin însumarea cuplurilor produse separat de către fiecare colivie în parte, ea avînd aspectul din fig. 177.

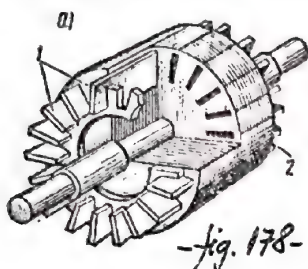


- fig. 177 -

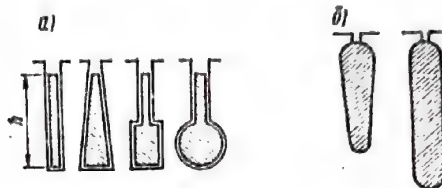
În încheiere trebuie remarcat că parametrii din schema echivalentă nu rămîn riguros constanți datorită efectului pelicular ce se manifestă la valori mari ale alunecării, precum și datorită saturației magnetice locale a zonei dentare.

3.3.3. Rotorul cu bare înalte (adînci)

Fenomenul de refulare a curentului spre periferia rotorului care apare la pornire din cauza frecvenței mărite a curenților induși în bare, descris anterior, poate fi folosit într-o manieră continuă la motorul asincron cu bare adînci, al cărui rotor arată ca în fig.178. Crestăturile rotorice sînt de forme diferite (fig.179), dar



-fig. 178-

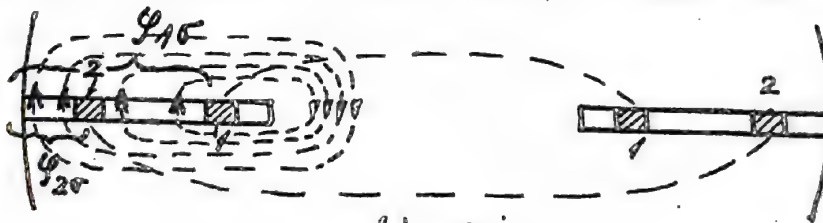


-fig. 179-

în toate cazurile se remarcă o diferență accentuată între dimensiunile secțiunii transversale (lățimi de cîțiva mm, înălțimi de zeci de mm), ceea ce favorizează producerea efectului pelicular care stă la baza funcționării acestui tip de rotor.

Efectul pelicular se manifestă pregnant la frecvențe mari, deci la pornirea motorului și are ca urmare o repartizare inegală a curentului pe secțiunea transversală a barelor, ceea ce conduce la o modificare a parametrilor echivalenți ai coliviei: rezistența crește iar reactanța scade din cauza scăderii inductanței.

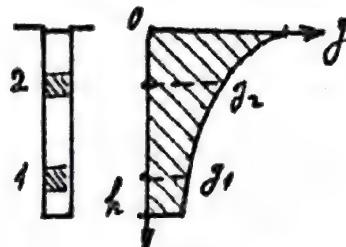
O explicație simplă fizică a fenomenului se poate obține dacă se consideră două bare diametral opuse, ca făcînd parte dintr-o aceeași spirală (fig.180) și dacă se presupune fiecare bară subdiviza-



-fig. 180-

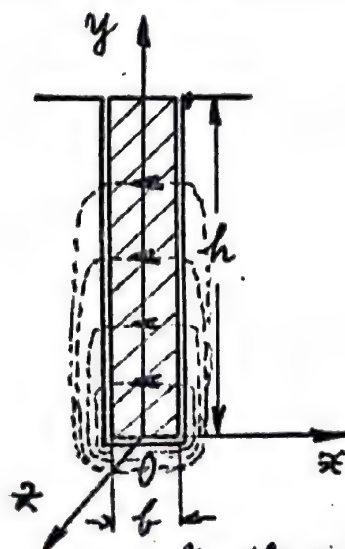
tă în mai multe bare în paralel, formînd diferite spire concentrice inegale, așa cum sînt spira 1-1 și 2-2 din figură. T.e.m. induse în spire sînt evident aceleași, dar impedanțele lor diferă. Din spectrul simplificat al cîmpului magnetic de dispersie (s-a figurat doar cel din crestătură), se vede că fluxul Φ_{10} înălțuit cu spira 1-1 este mai mare evident ca Φ_{20} înălțuit cu spira 2-2, ceea ce are ca urmare faptul că inductanța spirei 1-1 este mai mare ca cea a spirei 2-2.

Ca urmare a faptului că spira elementară 1-1 are impedanța mai mare ca spira 2-2, curentul elementar ce o străbate este mai mic ca cel din spira elementară 2-2, astfel că densitatea de curent se va distribui pe înălțimea barei așa cum se arată pe fig. 181, unde s-au reprezentat și cele două bare elementare ce reprezintă laturi ale spirelor 1-1 și 2-2. Efectul este cu atât mai puternic cu cât este mai mare reactanța inductivă în raport cu rezistența activă a spirelor elementare, adică cu cât este mai mare frecvența curenților rotorici.



- fig. 181 -

Concluzii mai precise asupra fenomenului sînt date de teoria matematică bazată pe integrarea ecuațiilor cîmpului electromagnetic în conductoare. Pentru aceasta să considerăm o bară dreptunghiulară cu dimensiunile date în fig. 182, plasată în creștătura de aceeași formă. Ipotezele simplificatoare pe care le admitem sînt următoarele:



- fig. 182 -

- presupunem bara de grosime foarte mică în raport cu înălțimea, astfel că fenomenele nu depind de coordonata x, a sistemului de coordonate cartezian, ales ca în figură ;

- pereții creștăturii au permeabilitatea magnetică infinit de mare ;

- liniile de cîmp sînt drepte, paralele cu Ox

- nu avem spații de aer (umplere perfectă, deci se neglijează izolația)

Curentul electric prin bară este în sensul pozitiv al axei Oz, producînd cîmpul \vec{H} orientat după regula burghiului drept, așa

cum se arată pe fig. 182, prin sensul liniilor de cîmp.

Ecuațiile fenomenului sînt:

$$(514) \quad \begin{cases} \text{rot } \vec{H} = \vec{j} & \vec{B} = \mu_0 \vec{H} \\ \text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \vec{j} = \frac{1}{\rho} \vec{E} \end{cases}$$

mărimile ce intervin fiind exprimate pe componente în modul următor:

$$(527) \quad \underline{J}_z(\gamma) = (\alpha h) \frac{I}{b h} \cdot \frac{\text{ch} \alpha y}{\text{sh} \alpha h} = \alpha h \underline{J}_0 \frac{\text{ch} \alpha y}{\text{sh} \alpha h}$$

\underline{J}_0 fiind densitatea uniformă de curent ce corespunde curentului continuu (condiția $\omega \rightarrow 0$, $\alpha \rightarrow 0$). Curba de repartiție pe înălțime a acestei densități este cea din fig.181.

Puterea totală aparentă primită de bare considerată se calculează pe baza teoremei Poynting:

$$(528) \quad \underline{S} = P + jQ = \oint_{\Sigma} (\underline{E} \times \underline{H}^*) d\vec{A} = -b \cdot l \left[\underline{E}_z(l) \cdot \underline{H}_z^*(l) \right]$$

cîmpul electric fiind:

$$(529) \quad \underline{E}_z(\gamma) = \rho \cdot \underline{J}_z(\gamma)$$

Calculînd \underline{S} și scriînd părțile reală și imaginară sub forma:

$$(530) \quad \begin{cases} P = K_R R \cdot I^2 \\ Q = K_L X \cdot I^2 \end{cases}$$

în funcție de factorii de corecție K_R și K_L ai rezistenței și inductanței, se obține:

$$(531) \quad \begin{cases} K_R = \xi \cdot \frac{\text{sh} 2\xi + \cos 2\xi}{\text{ch} 2\xi - \cos 2\xi} \\ K_L = \frac{3}{2\xi} \cdot \frac{\text{sh} 2\xi - \sin 2\xi}{\text{ch} 2\xi - \cos 2\xi} \end{cases}$$

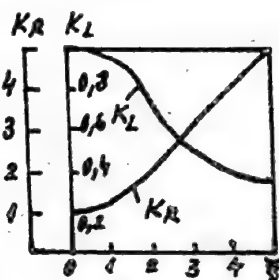
În fig.183 sînt date curbele de variație ale factorilor de majorare în funcție de variabila adimensională $\xi = \alpha h$ numită "înălțime redusă" a barei.

Pentru valori mari ($\xi > 2,2$) avem următoarele aproximații:

$$(532) \quad \begin{cases} K_R \approx \xi = h \sqrt{\frac{\mu_0 \omega}{\rho}} \\ K_L \approx \frac{3}{2\xi} \end{cases}$$

a doua fiind mai puțin precisă pt. $\xi < 4$.

Din aceste considerații rezultă că parametrii rotorului cu bare adînci sînt funcții continue de frecvență, deci de alunecare

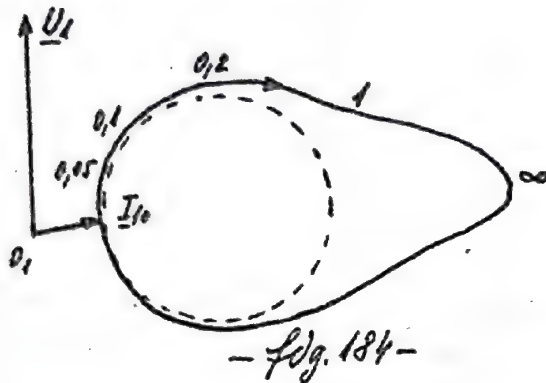


-fig.183-

avind aspectul următor:

$$(533) \quad \begin{cases} R_{2e} = R_b \sqrt{s} + R_f \\ X_{2e} = X_{ob} \frac{1}{\sqrt{s}} + X_{of} \end{cases}$$

Curba loc geometric a curentului statoric I_1 rezultă aplatizată (seamănă la început cu o elipsă), ca în fig.184. Ca urmare a va-



lorii mai mari a componen-
tei magnetizante a curentu-
lui, factorul de putere este
mai slab ca la rotorul cu
simplă sau dublă colivie.

Pentru a mai reduce din
dimensiunea h (adîncimea
crestăturii) s-au realizat
variante constructive cu
alte forme decît cea drept-
unghiulară a barei, așa cum

sînt cele din fig.179 (bara trapezoidală și barele cu baze îngro-
șate din fig.179 a prezintă caracteristici favorabile).

Datorită simplității realizării și performanțelor bune de
pornire, marea majoritate a motoarelor asincrone de mică și medie
putere se realizează cu bare adînci.

Compararea celor trei tipuri fundamentale de rotoare în scurt-
circuit se va face mai departe la capitolul în care se studiază
procese de pornire ale motoarelor asincrone.

3.4. Influența armonicilor superioare asupra funcționării mașinii asincrone.

Fenomenele studiate pînă acum în cadrul acestui capitol, au
presupus în mod esențial luarea în considerație doar a armoni-
lor fundamentale ale mărimilor cu variație sinusoidală în spațiu
și timp (cazul mașinii asincrone ideale).

În cele ce urmează vom lua în considerație și cazul fenome-
nelor produse datorită prezenței acestor armonici. Cauzele apariției
armonicilor sînt multiple și anume:

- a) - repartizarea discretă la periferia armăturilor a curen-
ților electrice, ceea ce face ca curba tensiunii magnetice în între-
fier să fie o curbă în salturi

- b) - efectele de creștere ale celor două armături
- c) - luarea în considerație a saturației magnetice, în special în zona dinților celor două armături
- d) - nesinusoidalitatea tensiunilor sau curenților de alimentare

Ca urmare a armonicelor în mașină apar cupluri parazite și forțe de vibrație cu efecte nefavorabile asupra funcționării (blocarea la pornire a rotorului, funcționare la viteze mai mici ca cele normale, înrăutățirea performanțelor ,zgomote și vibrații etc..)

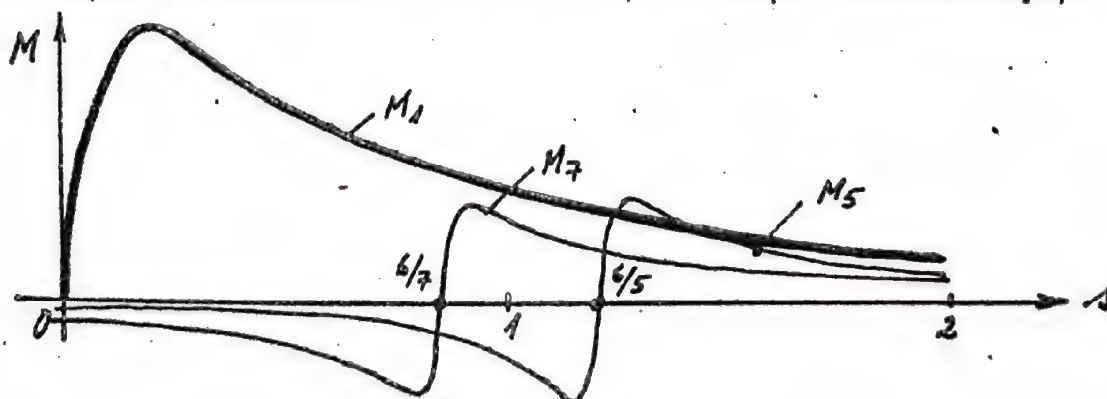
Cupluri parazite apar și din alte motive cum ar fi fenomenele de histerezis magnetic, curenții turbionari etc..

3.4.1. Cupluri parazite asincrone.

Aceste cupluri iau naștere întocmai ca cel care apare din cauza fundamentalei cîmpului învîrtitor rezultat util, dar au amplitudini mai mici și viteze de sincronism diferite.

După cum s-a arătat la cap.2.4.3. din "Probleme generale ale mașinilor rotative de curent alternativ", în afara cîmpului magnetic învîrtitor fundamental ($\lambda = 1$ și $\nu = 1$) în mașină pot apare și alte cîmpuri magnetice învîrtitoare directe (în același sens cu cel fundamental) sau inverse (în sensuri opuse). Dacă luăm în considerație numai cauza a) menționată anterior avem $\lambda = 1$ iar ν este impar. Din expresiile (180) de la pag.91 rezultă că pentru $\nu = 5$ se obține un cîmp invers, cu viteza de sincronism $1/5$ din cea corespunzătoare fundamentalei iar pentru $\nu = 7$ se obține un cîmp direct cu viteza de sincronism $1/7$ din cea fundamentală.

Cuplurile asincrone ce corespund acestor armonici variază în raport cu alunecarea s definită față de cîmpul fundamental, așa



- fig. 185 -

cum se arată pe fig.185. În adevăr, alunecarea față de fundamentală și alunecarea față de armonica ν , au expresiile:

$$s = \frac{R_1 - R_2}{R_1}$$

$$(534) \quad s_\nu = \frac{R_\nu - R_2}{R_\nu} = \frac{R_1 \mp R_2 \cdot \nu}{R_1}$$

din care rezultă următoarele relații pentru cimpuri directe, respectiv inverse:

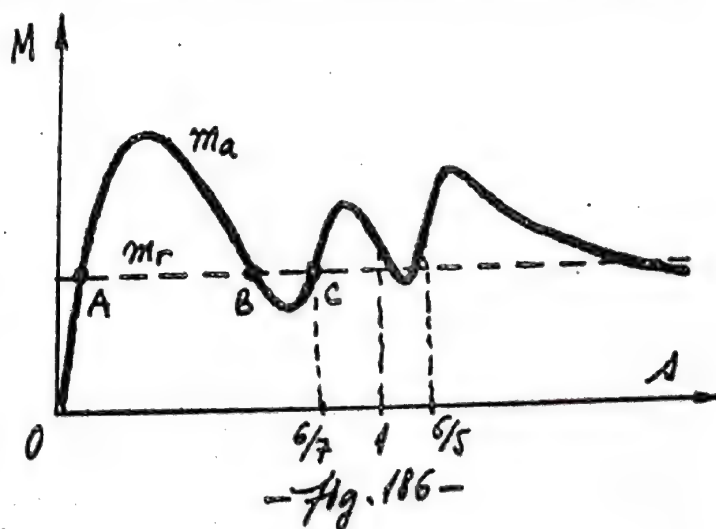
$$(535) \quad \begin{cases} s_{\nu d} = \nu \left(1 - \frac{\nu-1}{\nu} \right) \\ s_{\nu i} = \nu \left(\frac{\nu+1}{\nu} - 1 \right) \end{cases}$$

Din aceste expresii rezultă că vitezele de sincronism pentru cele două cimpuri considerate ($\nu = 7$ și $\nu = 5$) sînt corespunzătoare valorilor alunecării de 6/7 și respectiv 6/5. În timp ce cuplul M_5 are în zona de lucru a motorului asincron o valoare permanent negativă (se opune cuplului fundamental), cuplul M_7 are la pornire o acțiune favorabilă (este accelerator) dar la alunecări sub 6/7 devine și el frinant.

Cuplul rezultat al mașinii în aceste condiții este o sumă a cuplurilor produse de toate armonicile de cimp directe și inverse:

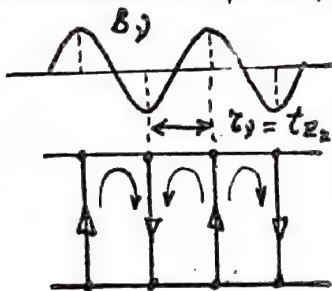
$$(536) \quad M = M_1 + M_5 + M_7 + M_{11} + \dots$$

În fig.186 s-a reprezentat curba rezultantă a celor trei cupluri considerate pe fig.185 care rezultă deformată, cu mai multe maxime și minime. Dacă aceste înșeuări sînt relativ importante iar cuplul rezistent are valori ridicate, constante, așa ca în figură, se poate întîmpla ca mașina să funcționeze stabil static, la valori ale vitezei mai mici ca cele normale (de exemplu în punctul C și nu în



punctul A de funcționare normală). În astfel de situații motorul va funcționa defectuos deoarece va dezvoltă o viteză micșorată la un curent absorbit mai mare ca cel normal (din cauza creșterii alunecării în mod substanțial 1). Va exista pericolul supraîncălzirii înfășurărilor, mergând până la "arderea" izolației cu toate consecințele nefaste ale acesteia. În plus funcționarea este nestabilă, căci la o scădere accidentală a cuplului rezistent la arbore, mașina va fi din nou accelerată trecând în zona normală de lucru, la alunecări reduse.

Pentru reducerea efectelor acestor armonici trebuie micșorate mult amplitudinile lor, printr-o alegere adecvată a înfășurărilor (dublu strat, pasul scurtat la cca. $y = 0,8 \cdot Z$). În general efectele sînt mici la mașinile cu rotorul bobinat și pot deveni importante la mașinile cu rotorul în scurtcircuit, din cauza închiderii curenților de armonică superioară prin bare alăturate sau apropiate, deci pe trasee de impedanță mică, așa cum se arată pe fig. 187, în care s-a



-fig. 187-

presupus că pasul coliviei este egal cu pasul polar al armonicilor de cîmp considerate.

Din acest punct de vedere sînt deosebit de periculoase armonicile dentare produse de existența creștăturilor pe armături.

Dacă se consideră doar una din armături creștate, curba reală de repartiție a cîmpului pe un pas polar va fi ca cea din

fig. 79. Ordinul armonicilor dentare este evident raportul dintre pașii polari corespunzători fundamentalei τ și armonicilor dentare

τ_{ν_2} , acesta din urmă fiind:

$$(537) \quad \tau_{\nu_2} = \frac{\tau}{2\tau_d} = \frac{\tau}{2(\tau/p)} = \frac{p\tau}{2}$$

Rezultă ordinul armonicilor dentare:

$$(538) \quad \nu_2 = \frac{Z}{p}$$

Datorită efectului de modulare, ecuația unei curbe ca cea din fig. 79 este de forma:

$$(539) \quad b_r(x) = \left(B_m \cdot \cos \frac{\pi x}{\tau} \right) \cos \frac{\nu_2 \pi x}{\tau}$$

O astfel de expresie se descompune în sumă de două componente:

$$(540) \quad b_r(x) = \frac{B_m}{2} \cos(\nu_z + 1) \frac{\pi x}{\delta} + \frac{B_m}{2} \cos(\nu_z - 1) \frac{\pi x}{\delta}$$

Considerînd un sistem trifazat, sau mai general m-fazat, și însușind la fel ca la producerea cîmpului învîrtitor pe cale electrică termenii cu aceeași perioadă spațială, se obțin unde directe și inverse de forma:

$$(541) \quad \begin{aligned} b_d(x,t) &= \frac{m}{4} B_m \cos \left[\omega t - (\nu_z + 1) \frac{\pi x}{\delta} \right] \\ b_i(x,t) &= \frac{m}{4} B_m \cos \left[\omega t + (\nu_z - 1) \frac{\pi x}{\delta} \right] \end{aligned}$$

de unde rezultă vitezele de sincronism ale cîmpurilor învîrtitoare de dantură:

$$(542) \quad \underline{\underline{\nu_{z2} = \frac{\nu_{z1}}{\nu_z \pm 1}}}$$

Rezultă că ordinele armonicelor de dantură sînt:

$$(543) \quad \frac{Z}{p} \pm 1$$

deci de valori ridicate, comparabile cu ordinele ce rezultă din analiza situației reprezentate pe fig. 187. dacă Z_2 (numărul de creștături rotorice la rotorul în colivie) este mare.

Analize mai aprofundate arată că este bine să avem $Z_2 < Z_1$, dar Z_2/Z_1 să fie mai mare ca 1/2.

3.4.2. Cupluri parazite sincrone.

Conform celor arătate la cap. 4.1. aplicația nr. 2, condițiile de apariție a cuplului între două cîmpuri produse fiecare de către o armătură diferită, sînt:

- egalitatea numărului de poli
- egalitatea vitezelor ca mărime și sens, față de un același sistem de referință
- existența unui decalaj spațial reciproc

Aceste condiții se îndeplinesc în două moduri posibile:

1. - fie cîmpul rotorului este produs de armonica de curent rotorică indusă de către cîmpul statoric, la fel ca în cazul funda-

mentalei, satisfăcând teorema reacției indusului indiferent de viteza rotorului :

2. - fie se poate ca armonica de curent rotoric indusă de o armonică a cîmpului statoric, să producă un cîmp rotoric cu un număr de poli egal cu cel al altei armonici a cîmpului statoric și în acest caz cuplul se exercită cu o valoare constantă doar la o anumită viteză a rotorului .

Primul caz corespunde cuplurilor parazite asincrone, în timp ce al doilea corespunde cuplurilor sincrone parazite.

Cele mai importante armonici care produc cupluri parazite sincrone sînt cele de dantură. Să considerăm următorul exemplu al unei mașini cu $p=2$, $m_1=3$ faze statorice, $m_2=Z_2=28$ faze rotorice (în colivie) iar numărul de creștături statorice $Z_1=24$.

Armonicile fundamentale dentare ale statorului vor avea ordinele conform (543), egale cu:

$$(544) \quad \gamma_{sd} = \frac{Z_1}{p} + 1 = 13 \quad \gamma_{sc} = \frac{Z_1}{p} - 1 = 11$$

produse de fundamentala de frecvență $f_1 = 50$ Hz; curenții rotorici de frecvență $f_2 = s \cdot f_1$ vor produce fundamentale dentare ale rotorului de ordine:

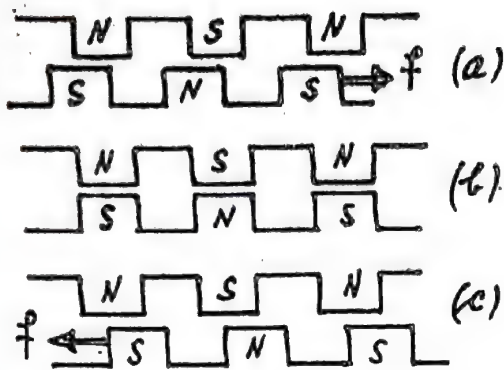
$$(545) \quad \gamma_{rd} = \frac{Z_2}{p} + 1 = 15 \quad \gamma_{rc} = \frac{Z_2}{p} - 1 = 13$$

După cum se vede armonica directă statorică și cea inversă rotorică au același ordin, deci corespund unui număr identic de poli ai cîmpului. Vitezele lor față de același referențial statoric sînt:

$$(546) \quad \begin{cases} \frac{R_1}{13} \\ R_2 + \left(-1 \cdot \frac{R_1}{13}\right) = R_2 - \frac{R_1 - R_2}{13} \end{cases}$$

deci diferă în general, ceea ce face ca cuplul produs de interacțiunea lor să varieze sinusoidal în timp, avînd o valoare medie nulă.

La o anumită viteză a rotorului, cele două cîmpuri dentare pot fi în repaus relativ unul față de altul, avînd poziții recipro-



- fig. 188 -

ce posibile ca cele din fig. 188 a, b, c, din care rezultă că forțele dintre polii magnetici fictivi corespunzători celor două cimpuri dentare pot fi nule (cazul b), active (în sensul mișcării) sau rezistente (în sens opus mișcării), ca în cazurile a) și c).

Cuplul sincron ce se manifestă la viteza rotorului Ω_2 pentru care cele două expresii (546) sînt egale, adică $\Omega_2 = \Omega_1 / 7$, variază deci între două limite:

$$(547) \quad -M_{ys} \leq M_s \leq +M_{ys}$$

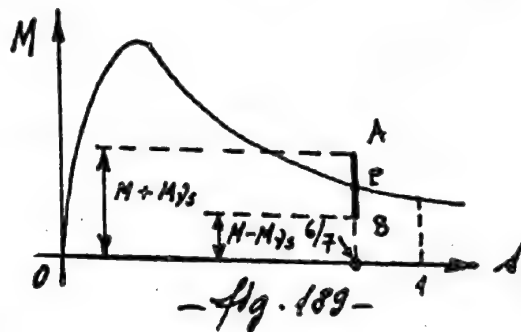
în care M_{ys} corespunde cuplului sincron maxim, realizat atunci cînd polii magnetici fictivi sînt decațați spațial la 90° electrice (axa unui pol rotoric se află în axa neutră a polilor statorici).

Cuplul sincron se adaugă cuplului asincron fundamental la alunecarea ce corespunde vitezei critice $\Omega_2 = \Omega_1 / 7$, deformînd curba cuplului ca în fig. 189, unde în dreptul punctului P ce corespunde alunecării respective cuplul capătă valori ce se abat sensibil de cele obișnuite. Segmentul vertical AB reprezintă o sinusoidă foarte turtită în raport cu alunecarea (la cea mai mică variație a acesteia, se ajunge în poziția b) din fig. 188, în care cuplul sincron se anulează).

Dacă avem:

$$(548) \quad Z_2 - Z_1 = \pm 2p$$

atunci vom avea întotdeauna $v_{sd} = v_{ri} = v_1$, prima rotindu-se cu viteza Ω_1 / v_1 față de stator, iar a doua cu viteza $-(\Omega_1 - \Omega_2) / v_1$ față de rotor (în sens invers acestuia), deci $\Omega_2 = (\Omega_1 - \Omega_2) / v_1$ față de stator. Aceste două viteze devin egale cînd rotorul se rotește cu vite-



- fig. 189 -

za dată de expresia:

$$(549) \quad R_{e1} = \frac{2R_1}{1 + \gamma_1}$$

deci se manifestă în general la viteze destul de reduse, îngreunând procesul pornirii motorului.

Dacă avem:

$$(550) \quad \underline{Z_1 = Z_2}$$

atunci ordinele armonicilor fundamentale dentare vor fi egale și se vor roti sincron chiar la viteză nulă a rotorului, atât cele directe, cât și cele inverse! Cuplurile sincrone dezvoltate în acest caz chiar în momentul pornirii, pot îngreuna considerabil deplasarea din repaus a rotorului. Acest fenomen de "lipire" a rotorului se înțelege fizic simplu din fig. 190, unde poziția reciprocă a dinților celor două armături favorizează pe lângă efectul de cuplu sincron descris și un alt fenomen, de "ecranare" a rotorului. În adevăr, în poziția indicată liniile de cîmp statorice tind să treacă în special prin dinți (mai ales la pornire, unde amperspirele statorice și cele rotorice sînt în opoziție), întorcîndu-se în stator fără a tăia conductoarele rotorice, deci fără a produce t.e.m. și deci cuplu. Într-un astfel de "punct mort" cuplul de pornire este mai slab și dacă sarcina este considerabilă mașina nu va putea porni.

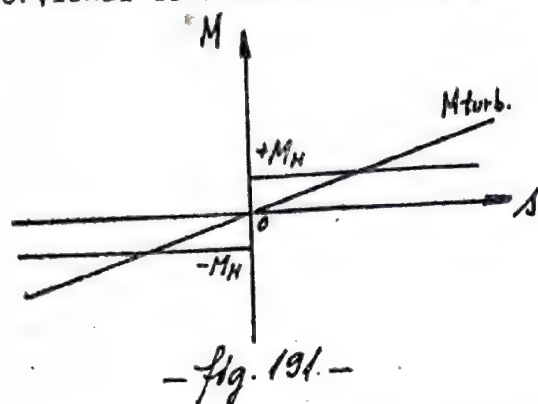


3.4.3. Forțele radiale de vibrație. Alte cupluri.

Aceste forțe apar în cazurile cînd în întrefierul mașinii avem cîmpuri magnetice cu numere de poli $2p_1$ și $2p_2$ apropiate. În acest caz curba cîmpului resultant are zone în care cîmpul este mult mai puternic decât în rest, fapt ce conduce la apariția de forțe magnetice unilaterale, orientate radial, care tind să atragă rotorul de stator. Cum aceste zone se rotesc în lungul periferiei mașinii, ele produc vibrații ale arborelui mașinii, deci uzură accentuată a lagărelor plus producere de zgomot în funcționare.

Din cauza interacțiunii cîmpului magnetic principal învîrtitor cu curenții turbionari induși în tolele rotorului, apare și un cuplu slab, asemănător celui principal, numit cuplu turbionar, avînd același sens cu cel principal, deci avînd caracter activ. Cum rezistența circuitului magnetic al tolelor este ridicată, acest cuplu depinde pro-

portional de alunecare, avînd însă o pantă foarte redusă (fig.191).



Un alt cuplu suplimentar este cuplul de histererezis, ale cărui baze fizice au fost expuse în vol.I pag.28. Acest cuplu este neafectat de starea de mișcare a rotorului și depinde esențial de unghiul de histererezis α_H al materialului tolelor, în general destul de mic (fig.191).

Efectele pronunțate de creșterea a armăturilor conduc și la apariția de cupluri reactive, mai ales în cazul cînd $Z_1 = Z_2$ (număr egal de dinți pe cele două armături). Nu trebuie să confundăm aceste cupluri cu cele sincrone amintite anterior. Esența fizică a producerii cuplurilor reactive, este apariția forțelor electromagnetice care tind să aducă rotorul într-o astfel de poziție față de stator, încît reluctanța magnetică a spațiului dintre ele să fie minimă.

3.4.4. Metode de reducere a efectelor parazite.

În vederea reducerii la minim a efectelor cuplurilor parazite, se preconizează următoarele măsuri:

- a) - proiectarea corectă a înfășurării statorice, în vederea reducerii la minim a conținutului de armonici spațiale
- b) - alegerea corectă a numărului de creștături pe cele două armături și a corelării corecte a lor, pentru a evita cazurile defavorabile (cum ar fi cele din relațiile (548), (550))
- c) - mărirea întrefierului (nerecomandată, deoarece conduce la mărirea componentei magnetizante a curentului și deci la înrăutățirea factorului de putere)
- d) - înclinarea creștăturilor cu un pas dentar pe lungime, așa cum s-a arătat la par.3.2.4.c) pag.121

4. Procese de pornire, frinare, reversare și reglarea vitezei.

4.1. Pornirea motoarelor asincrone.

4.1.1. Problemele fundamentale ale pornirii motoarelor.

Motorul asincron trifazat conectat la tensiunea trifazată de valoare efectivă constantă nu ajunge dintr-odată la viteza staționară, ci după un anumit interval de timp necesar accelerării maselor rotitoare ale motorului și sarcinii cuplate la ax. În acest interval de timp numit perioadă de pornire, au loc procese tranzitorii suprapuse și anume:

- prin conectarea la tensiune a înfășurărilor motorului apare un regim tranzitoriu electromagnetic al mărimilor electrice și magnetice, peste componentele de regim staționar suprapunându-se componente de regim liber ce se amortizează în timp destul de repede; în mașină apare un câmp unidirecțional descrescător în timp suprapus câmpului învîrtitor normal

- prin apariția cuplului de pornire începe un regim tranzitoriu electromecanic de accelerare a rotorului

Cele două procese se desfășoară însă cu viteze diferite în timp, din cauza constantelor de timp diferite: procesele electromagnetice sînt determinate de raportul inductanțelor pe rezistențe în timp ce procesele de accelerare sînt determinate de inerția maselor rotitoare și de cuplul excedentar de accelerare, acestea din urmă fiind cu mult mai lente decît primele. Practic procesul electric tranzitoriu este atît de scurt față de cel mecanic, încît putem considera aceste procese ca fenomene independente, în sensul că:

- a) la studiul fenomenelor din înfășurări și armături putem considera că rotorul nu a avut timp să capete o viteză sezizabilă, deci putem considera rotorul în repaus ($\Omega_2 = 0$);

- b) la studiul fenomenului de accelerare putem considera că fenomenele din mașină au intrat deja în starea staționară, astfel că mărimile respective se determină cu expresiile cunoscute de la studiul regimului staționar, corespunzătoare stării de mișcare curente a rotorului.

În perioada de pornire a motoarelor electrice au loc o serie de fenomene de care trebuie ținut seamă în proiectarea și exploatarea acestora, motoarele și procedeele de pornire trebuind să îndeplinească anumite condiții. Cerințele de calitate referitoare la procesul de pornire se reflectă în anumiți parametri și date de catalog suplimentare ale motoarelor, precum și în limitările impuse de către rețeaua de alimentare sau mecanismele puse în mișcare. Ele privesc cu deosebire următoarele aspecte tehnico-economice:

- 1) - cuplul de pornire -

O condiție fundamentală a oricărui motor electric este ca la

pornire cuplul electromagnetic să fie suficient de mare pentru a depăși pe toată durata pornirii cuplul rezistent rezultat la arbore. Acest cuplu de pornire nu trebuie să fie nici prea mic, nici prea mare, din următoarele motive:

-dacă ar fi prea mic, diferența dintre cuplul activ și cel rezistent numită cuplu de accelerare, fiind mică, ar rezulta o accelerație mică și deci un timp exagerat de mare de pornire, ceea ce are dezavantaje din punct de vedere al productivității muncii și al încălzirii așa cum se va vedea mai departe;

-dacă ar fi prea mare, accelerațiile rezultă mari, incompatibile cu cerințele proceselor tehnologice (la antrenarea vehiculelor se pot produce alunecări și patinări, apar forțe de inerție importante în mecanisme etc...); în plus se pot produce șocuri mecanice în instalații (de ex. din cauza jocurilor în angrenaje sau cursei moarte) și solicitări la torsiune ale arborilor și cuplelor.

Reportul:

$$(551) \quad m_p = \frac{M_p}{M_n} = \frac{\text{cuplul de pornire}}{\text{cuplul nominal}}$$

numit ordin de multiplicitate al cuplului de pornire este o dată de catalog importantă a motorului cu rotorul în scurtcircuit (la cel bobinat depinde de reostatul de pornire folosit) și are valorile în intervalele următoare:

- colivie simplă: 0,9...1,4
- bare adânci: 1,4...1,8
- dublă colivie: 1,5...2,5

2) - curentul la pornire -

Toate motoarele electrice absorb în perioada pornirii curenți mai mari decât cei de regim staționar, pe de o parte din cauza regimului tranzitoriu electromagnetic din înfășurări, pe de altă parte din cauză că în perioada pornirii trebuie să dea volte cupluri mai mari, necesare accelerării maselor în rotație (la pornire trebuie să fie învins și cuplul $J \cdot \frac{d\Omega}{dt}$ care este nul în regim staționar). Socul de curent la pornire are efecte nedorite și anume:

- în cazul unei rețele de alimentare slabe (cu impedanță echivalentă, în raport cu barele de alimentare ale motorului, mare), la pornirea motorului avem o scădere importantă a tensiunii barelor, cu reducerea corespunzătoare a cuplului de pornire a motorului și cu efecte neplăcute asupra celorlalți consumatori cuplați la aceleași bare

cu motorul;

- produce efecte termice însemnate, ca urmare a pierderilor în cupru prin efect Joule de valoare mult mărită față de regimul normal (depind de patratul valorii efective I) ; ca urmare a acestui fapt se înregistrează creșteri însemnate de temperatură ale înfășurărilor motorului, ale conductelor electrice și ale aparatelor înseriate (bobine de reactanță, transformatoare etc..) cu efecte negative asupra izolației, rezistenței mecanice și stabilității termice.

- înrăutățește randamentul energetic (scade randamentul din cauza pierderilor și scade și factorul de putere din cauză că curentul la pornire este practic un curent de magnetizare, reactiv)

Din aceste motive este de dorit ca șocul de curent la pornire să fie cât mai redus. Raportul:

$$(552) \quad i_p = \frac{I_p}{I_n} = \frac{\text{valoarea efectivă maximă a curentului la pornire}}{\text{val.ef. a curentului nominal}}$$

numit ordin de multiplicitate al curentului de pornire este o altă dată de catalog importantă a motorului cu rotorul în scurtcircuit (la cel bobinat depinde de reostatul de pornire) și are valori de:

- colivie simplă: 5...7
- bare adânci: 4...6
- dublă colivie: 3...6

3) - durata pornirii -

Timpul necesar accelerării rotorului din repaus pînă la o valoare apropiată de viteza normală de regim staționar (de obicei 95%) definește durata pornirii motorului și depinde în principal de momentul de inerție rezultant raportat la axul motorului și de cuplul de accelerare. Este de dorit ca timpul de pornire să fie cât mai redus, pentru a nu se produce încălziri însemnate ale înfășurării statorice și pentru o productivitate mai mare a acționării mecanismelor. În unele cazuri acest lucru contravine limitării accelerației din considerente tehnologice.

4) - variația cu alunecarea a cuplului activ -

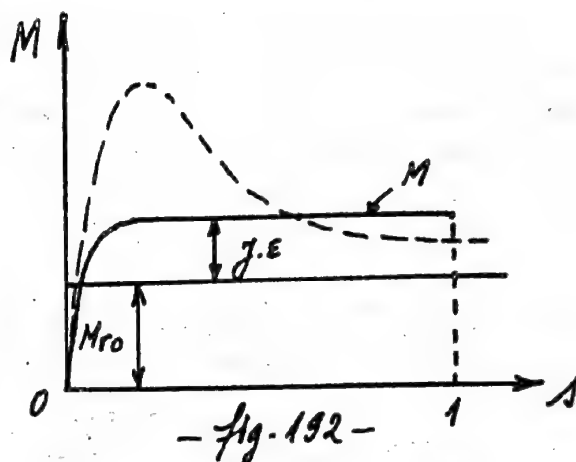
În anumite procese de pornire se impun anumite cerințe referitoare la variația în timp a vitezei la pornire, cerințe care nu se pot asigura decît printr-o corelare judicioasă a caracteristicilor mecanice ale motorului și ale mecanismului acționat ; de exemplu se poate cere ca accelerația la pornire să fie constantă și de o anu-

mită valoare impusă. Dacă cuplul rezistent al mecanismului este constant, nedepinzând de viteză, așa cum se întâmplă la mecanismele de ridicat, această condiție necesită o valoare constantă a cuplului motorului pe durata pornirii, după cum rezultă din ecuația:

$$(553) \quad M = J \cdot \frac{d\omega_2}{dt} + M_{ro} = J \cdot \varepsilon + M_{ro}$$

adică curba $M = M(s)$ trebuie să aibă aspectul indicat în fig. 192.

cu linie plină. Este evident că un motor "normal" cu o caracteristică ca cea desenată punctat pe aceeași figură, nu poate să asigure cerința impusă. Acest tip de caracteristică se poate realiza cu aproximație, de motoare cu bare adânci sau cu dublă colivie, sau de către motoare bobinate cu pornire în trepte, așa cum se va vedea mai departe.



Corelația dintre cele două caracteristici, a cuplului activ, electromagnetic și a cuplului rezistent, funcție de alunecarea s , influențează alura curbei de accelerare $\omega_2 = f(t)$ și durata de pornire, după cum vom vedea.

5) - economicitatea schemei de pornire -

Cu cât pierderile la pornire sînt mai reduse, cu atît randamentul schemei de pornire este mai ridicat, fapt ce are deosebită importanță d.p.v. energetic, mai ales în schemele cu porniri multiple, repetate.

Simplitatea schemei are de asemenea rol important, putînd conduce la micșorarea cheltuielilor de investiții și la mărirea siguranței în funcționare. Din acest punct de vedere pornirea directă prin cuplare la rețea este cea mai avantajoasă și oricîte ori este cu putință, trebuie preferată.

6) - posibilitatea de automatizare -

În stadiul actual al dezvoltării tehnicii, pornirea motoarelor electrice nu se mai face prin comandă manuală, ci automatizat, folosind scheme de comandă magnetică (cu releu și contactoare), sau electronică. De aceea posibilitățile de automatizare ale unei scheme de pornire re-

prezintă o calitate importantă a schemei de pornire. De regulă automatizarea ține seama și de diversele tipuri de protecții (la supra-sarcină, la supratensiuni, la scurtcircuite, protecția contra rămăne-rii în două faze etc.).

Înainte de a trece în revistă principalele metode de pornire ale motoarelor asincrone, să reluăm pe scurt unele aspecte ale pornirii, enunțate mai înainte la modul general.

4.1.2. Curentul de pornire și impedanța motorului.

Procesul tranzitoriu electromagnetic al curentului statoric la pornirea motorului asincron, se poate determina în baza ipotezei admise la 4.1.1. ($\Omega_2 = 0$), într-un mod cu totul asemănător ca în cazul scurtcircuitului brusc pe secundarul transformatorului (vol. I pag. 263). Prin analogie cu transformatorul, expresia curentului de pornire tranzitoriu $i_p(t)$, este următoarea:

$$(554) \quad i_p(t) \cong \frac{U_1}{\sqrt{(R_1 + cR'_2)^2 + (X_{1r} + cX'_{2r})^2}} \left\{ \sin(\omega_1 t + \beta - \varphi_K) - \sin(\beta - \varphi_K) \cdot e^{-\frac{R_1 + cR'_2}{X_{1r} + cX'_{2r}} \omega_1 t} \right\}$$

Componenta aperiodică are constantă mică de timp și dispare practic, înainte de o accelerare sensibilă a rotorului, astfel că în continuare curentul corespunde regimului staționar, variind cu alunecarea s conform curbei loc geometric respective.

Cea mai mare valoare efectivă instantanee definită pentru re-gimul tranzitoriu considerat prin relația:

$$(555) \quad I(t) = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} i_p^2(t) dt}$$

este considerată drept curent de pornire I_p (cel ce apare și în re-lația (552)); la fel ca la transformator se poate determina aceas-tă valoare din (554), dar este de preferat o determinare experimen-tală, rezultată ca medie statistică a mai multor porniri la interva-le rare de timp, pentru a evita modificări ale parametrilor din cau-

za încălzirii.

În toată perioada pornirii, motorul apare față de rețeaua de alimentare ca o impedanță echivalentă trifazată, simetrică, variabilă cu starea de mișcare a rotorului, notată cu \underline{Z}_M și definită prin:

$$(556) \quad \underline{Z}_M = \frac{U_1}{I_1(s)}$$

În primele momente ce urmează cuplării la rețea, se poate determina valoarea inițială a impedanței motorului, prin relația:

$$(557) \quad Z_{M0} = \frac{U_1}{I_p}$$

Dacă se definește impedanța de bază a motorului prin:

$$(558) \quad Z_b = \frac{U_{1n}}{I_{1n}}$$

și dacă se ține seama de (552), rezultă:

$$(559) \quad Z_{M0} = \frac{Z_b}{i_p}$$

pentru modulul impedanței.

Pentru celelalte momente de timp ce corespund perioadei de accelerare, adică regimului tranzitoriu electromecanic, se poate determina variația impedanței motorului cu alunecarea dacă se admit ipotezele simplificatoare următoare:

- neglijarea curentului de mers în gol I_{10}
- se presupun valabile expresiile ce corespund formulei Kloss simplificate, pentru cuplul electromagnetic

În aceste condiții, din relațiile:

$$(560) \quad M = \frac{3R_2' I_2'^2}{sR_1} = \frac{2M_m}{\frac{s}{s_K} + \frac{s_K}{s}}$$

$$M_p = \frac{3R_2' I_{2K}'^2}{s_K} = \frac{2M_m}{1/s_K + s_K}$$

rezultă cu $I_1 = I_2' = I_1(s)$ și $I_{2K}' = I_p$, relația:

$$(561) \quad I_1(s) \cong I_p \sqrt{\frac{1 + s_K^2}{1 + \left(\frac{s_K}{s}\right)^2}}$$

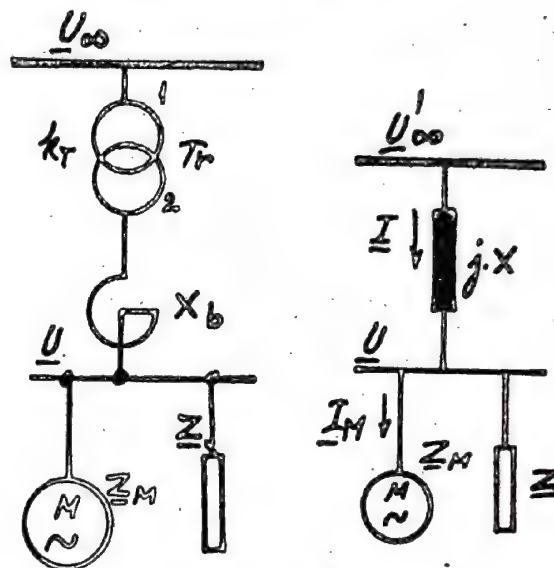
Ținând seama de aceste relații, rezultă pentru impedanța motorului expresia :

$$(562) \quad Z_M(A) = \frac{Z_b}{A_p} \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{A_k}{A}\right)^2}{1 + A_k^2}}$$

(s-au luat în considerație expresiile (556), (557) și (559)).

Fără a face prea mari erori, se poate considera că impedanța motorului este o reactanță inductivă pură $Z_M = j \cdot X_M$.

O schemă tipică de conectare a motorului asincron este de exemplu cea din fig. 193, în care avem figurate barele de putere infinită și de tensiune constantă U_{∞} , un transformator coborîtor de tensiune, o reactanță limitatoare de curenți de scurtcircuit X_b , precum și impedanța echivalentă a altor consumatori cuplați în paralel cu motorul, la barele de tensiune secundară U .



- fig. 193 -

În dreapta figurii se indică schema echivalentă redusă la secundar, în care mărimile reduse au valorile:

$$(563) \quad U'_{\infty} = \frac{1}{k_T} \cdot U_{\infty} \quad X = X_{Tr} + X_b$$

$$(564) \quad X_{Tr} = \frac{\mu_{sc}(\%)}{100 \cdot k_T^2} \cdot \frac{U_{1n}^2}{S_n}$$

$$(565) \quad X_b = \frac{x_b(\%)}{100} \cdot \frac{U_n}{\sqrt{3} \cdot I_n}$$

$$(566) \quad Z_M = j \cdot X_M$$

calculate funcție de datele nominale ale transformatorului (U_{1n} în kV, S_n în MVA) și ale bobinei de reactanță (U_n în kV, I_n în kA și x_b în % egală cu căderea nominală de tensiune $100 \cdot \Delta U_n / U_n$).

Impedanța echivalentă \underline{Z} a consumatorilor în paralel se poate determina cu expresia:

$$(567) \quad \underline{Z} = \frac{U_n^2}{S_n} (\cos \varphi_n + j \cdot \sin \varphi_n)$$

pentru fiecare consumator, calculind apoi impedanța echivalentă a tuturor consumatorilor în paralel cu formula binecunoscută.

Cunoscind datele schemei se poate determina curentul prin motor și cel luat din rețea la pornire, precum și tensiunea la barele secundare de alimentare ale motorului:

$$(568) \quad \left\{ \begin{array}{l} \underline{I}_M = \frac{\underline{U}'_{\infty}}{\underline{Z}_M + j \cdot X (1 + \underline{Z}_M / \underline{Z})} \\ \underline{I} = \frac{\underline{U}'_{\infty}}{j \cdot X + (\underline{Z}_M // \underline{Z})} \\ \underline{U} = \frac{\underline{U}'_{\infty}}{1 + j \cdot \frac{X}{\underline{Z}_M // \underline{Z}}} \end{array} \right.$$

Cu ajutorul expresiilor precedente se verifică:

a) - căderea de tensiune a barelor de alimentare produsă de șocul de curent de pornire să fie limitată:

$$\Delta U \leq (10..15\%) U_n$$

b) - cuplul de pornire dezvoltat de motor în condițiile tensiunii scăzute a barelor de la pct.a) anterior, să fie mai mare ca cel rezistent la ax, cu o rezervă de cel puțin 20...30 %. De obicei se cere ca:

$$\frac{M_p - M_r}{M_n} \geq 0,35$$

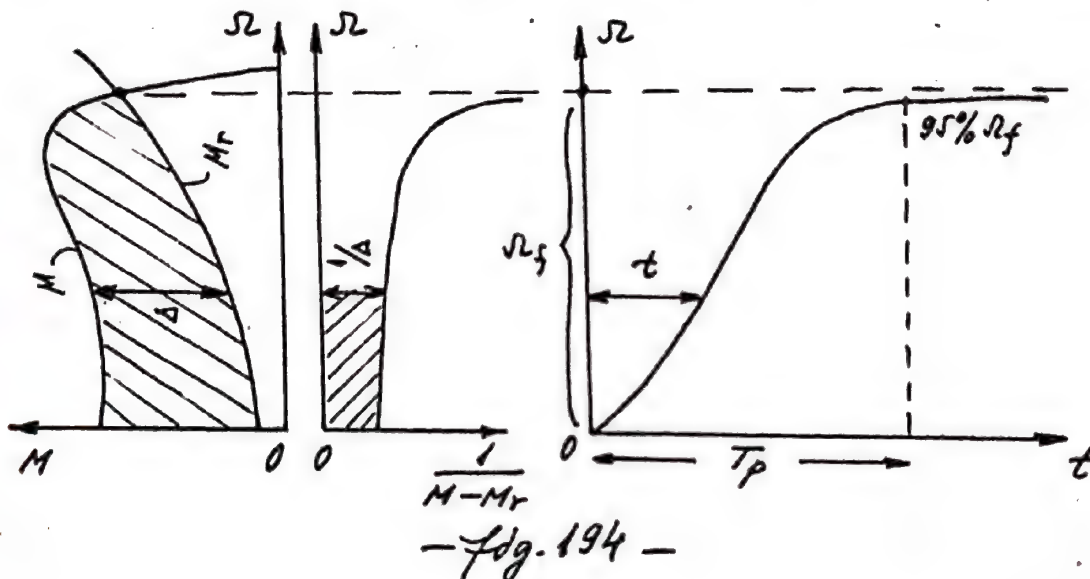
c) - cuplul de pornire să fie suficient de mare, pentru ca timpul de pornire să nu fie prea lung, caz în care există pericolul apariției de rezonanțe la viteze critice ale arborelui mașinii sub cea de sincronism, precum și depășiri ale stabilității termice ale mașinii sau altor elemente componente ale schemei aflate în serie.

4.1.3. Determinarea timpului de pornire.

Vom presupune că cuplurile activ și rezistent, depind numai de viteză, deci doar de alunecarea s . În acest caz ecuația de mișcare a rotorului:

$$(569) \quad M = J \cdot \frac{d\Omega}{dt} + M_r \quad (\Omega \equiv \Omega_2)$$

în care momentul de inerție J și cuplul rezistent M_r sînt mărimile globale, rezultante, reduse la axul motorului (a se vedea ANEXA nr.1)



se poate scrie:

$$(570) \quad dt = J \cdot \frac{d\Omega}{M_a(\Omega) - M_r(\Omega)} = J \cdot \frac{d\Omega}{M - M_r} = J \cdot \frac{d\Omega}{\Delta}$$

adică în ipoteza adoptată, permite prin integrare aflarea timpului ca funcție de viteză, sau alunecare:

$$(571) \quad t_{12} = J \cdot \int_{\Omega_1}^{\Omega_2} \frac{d\Omega}{M - M_r} = J \cdot \int_{\Omega_1}^{\Omega_2} \frac{d\Omega}{\Delta}$$

Integrarea se poate face analitic, sau prin metode grafice și grafo-analitice în cele mai generale cazuri.

Astfel, dacă se știe $M = M(s)$ și $M_r = M_r(s)$ ca în fig.194 stînga, se poate trasa punct cu punct curba $1/(M - M_r) = f(s)$ reprezentată la mijloc (pe figură s-au trasat curbele funcție nu de alunecare ci de viteză). Atunci aria hașurată, reprezintă prin înmulțire cu J , chiar timpul necesar accelerării din repaus, pînă la viteza curentă considerată, t reprezentat în dreapta figurii.

Deoarece timpul necesar atingerii vitezei de regim staționar este teoretic infinit, se consideră ca terminare a procesului de pornire momentul cînd viteza este 95% din valoarea staționară, deci valoarea T_p din fig.194.

Calculul analitic se poate face numai în puține cazuri, de exemplu pentru pornirea în gol a motoarelor la care este valabilă formula lui Kloss. În acest caz (571) exprimată în funcție de alunecare este :

$$(572) \quad t = - \frac{J R_1}{2 M_m} \int_1^s \frac{s^2 + s_k^2}{s s_k} ds$$

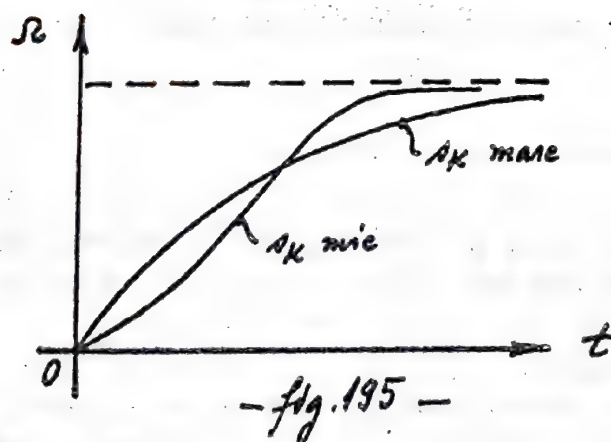
Efectuînd integrarea și notînd constanta de timp electromecanică prin:

$$(573) \quad T_m = \frac{J R_1}{M_m} \approx \frac{2}{3} \cdot \frac{J R_1^2 (X'_{1r} + X'_{2r})}{U_1^2}$$

se obține soluția:

$$(574) \quad t = T_m \left[\frac{1 - s^2}{4 s_k} + \frac{s_k}{2} \ln \frac{1}{s} \right]$$

În fig.195 sînt trasate două curbe de accelerare $R = f(t)$, din



care se vede că aspectul depinde de valorile alunecării critice s_k , atât pentru valori mici cît și pentru valori mari ale lui s_k rezultînd durate T_p de pornire mari.

Se poate arăta că alunecarea critică optimă și durata de pornire minimă care rezultă, sînt date de expresiile:

Să determinăm acum căldura la pornire în rotor, pe o altă cale, folosind relațiile energetice stabilite la par.3.2.6. referitor la bilanțul de puteri. Avem:

$$(583) \quad Q_2 = \int p_{M2} dt = \int A P dt = \int A (M R_1) dt = \\ = \int \frac{R_1 - R_2}{R_1} \cdot R_1 M dt = \int (R_1 - R_2) M dt$$

iar din (569) avem:

$$(584) \quad M = \frac{I}{1 - \frac{M_r}{M}} \cdot \frac{dR_2}{dt} = \frac{I}{\xi} \cdot \frac{dR_2}{dt}$$

deci (583) devine:

$$(585) \quad Q_2 \cong \frac{I}{\xi} \int_0^{R_1} (R_1 - R_2) dR_2$$

adică:

$$(586) \quad Q_2 = \frac{1}{\xi} \left(\frac{I R_1^2}{2} \right)$$

Pe baza expresiilor (582) și (586) se pot trage concluziile următoare:

— căldura dezvoltată la pornire este determinată de energia cinetică acumulată în masele puse în mișcare (la pornire în gol $\xi = 1$ și este chiar egală cu energia cinetică; la pornire în sarcină, din cauză că $\xi < 1$, este ceva mai mare)

— căldura dezvoltată nu depinde de tensiune, sau de parametrii mașinii; aparent expresia (582) pare să contrazică acest lucru, dar dacă se ține seama că $I_p = U_1 / (X_{1\sigma} + X'_{2\sigma})$, $s_k = R_2' / (X_{1\sigma} + X'_{2\sigma})$, dacă neglijăm s_k^2 față de 1 și dacă se ia în considerație expresia (573), se ajunge de la (582) la (586) pe altă cale!

— dacă se ține seama de (574), precum și de faptul și mai general al proporționalității timpului de pornire cu constanta T_m , se ajunge la concluzia bazată pe (582), că în perioada pornirii căldura este proporțională cu mărimea $I_p^2 \cdot T_p$. Cum curentul de pornire nu variază prea mult pe durata pornirii, rezultă necesitatea de asigurare a unei durate mici de pornire a motorului.

Din cele apuse rezultă că dacă se inseriază cu rotorul o rezistență exterioară (cazul reostatului de pornire la mașina cu rotor bobinat), pierderile la pornire se vor împărți între înfășurare și reostat la fel ca rezistențele lor, deci cea mai mare parte a căldurii dezvoltate se va degaja în rezistența exterioară (evident cu condiția $R_{2ext} \gg R_2$) și nu în înfășurare, ceea ce reprezintă un avantaj considerabil al motorului cu rotor bobinat în raport cu cel cu rotor în scurtcircuit. Din acest motiv, la sarcini cu inerții considerabile, antrenate la viteze mari, este recomandată expres folosirea motoarelor cu rotor bobinat!

De multe ori, pentru a reduce solicitarea termică, se folosesc în locul unei singure mașini două mașini identice pe acelaș ax, cu puteri pe jumătate, care au împreună un moment de inerție rezultat mai mic decât cel al mașinii singure (soluția se recomandă doar la acționări în regimuri foarte variate, cu multe reversări și cu mecanisme antrenate având inerții reduse în raport cu motorul).

Problemele cele mai dificile din punct de vedere al solictării termice, se pun la motoarele cu rotor în scurtcircuit, la care nu există posibilitatea reducerii șocului de curent la pornire cu ajutorul unui reostat exterior și nici posibilitatea disipării în acesta a unei mari părți din căldura produsă.

Dacă se admite că procesul încălzirii este adiabatic (toată căldura produsă servește la încălzirea înfășurărilor, netransmitându-se nimic mediului), creșterea de temperatură rezultă din:

$$(587) \quad Q_2 = M \cdot c \cdot \Delta \vartheta$$

în care masa se poate exprima prin densitate și volumul coliviei cu expresia:

$$(588) \quad M = \rho_m \cdot V = \rho_m (l \cdot s)$$

iar rezistența electrică fiind $R_2 = l / (\sigma \cdot s)$ rezultă:

$$(589) \quad \Delta \vartheta = \left(\frac{\sigma}{\rho_m c} \right) \cdot \frac{R_2 Q_2}{l^2}$$

Mărimile R_2 , l și Q_2 sînt cunoscute la o mașină dată, deci pentru a limita creșterea temperaturii trebuie să asigurăm o valoare mică a grupului de factori:

$$(590) \quad \frac{\sigma}{\rho_m c}$$

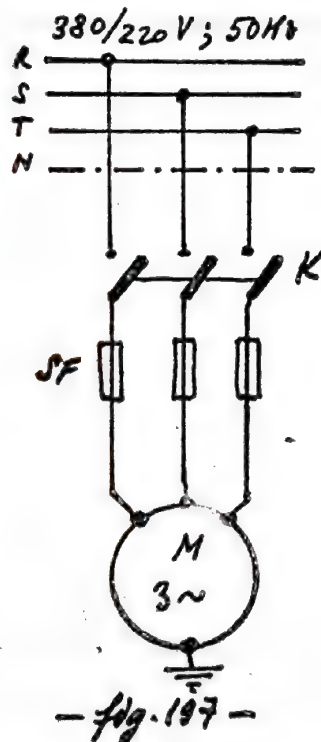
Pentru materialele cele mai folosite în realizarea coliviilor, ȕirul ordonat în sensul micşorării raportului (590) este: cupru-aluminiu-alamă-bronz fosforos.

Un efect important asupra reducerii temperaturii fi are lungirea maşinii (mărirea lui l în (589)). În acest caz pentru o putere dată produsul $D^2 \cdot l$ trebuind să rămână acelaş, va rezulta o scădere a diametrului maşinii deci şi o scădere a lui J , deci a lui Q_2 . Pentru a nu varia rezistenţa rotorică R_2 va trebui ca odată cu creşterea lui l să crească şi a , secţiunea barelor coliviei, deci va creşte volumul de cupru al coliviei în schimb. În general maşinile folosite la acţiunări rapide reversibile, specifice aplicaţiilor metalurgice, sînt de acest tip, adică lungi şi cu diametre mai reduse ca tipurile normale.

4.2. Procedee de pornire a motoarelor asincrone.

4.2.1. Pornirea directă.

Acest procedeu simplu de pornire este din ce în ce mai folosit, acolo unde reţeaua de alimentare este suficient de puternică pentru ca să suporte şocul de curent.



El are avantajul că necesită un minim de aparate de comandă, schema fiind simplă şi sigură (fig. 197) şi în plus, are durata pornirii T_p cea mai scurtă dintre toate procedeele de pornire.

Dezavantajele procedurii sînt legate de şocul de curent exagerat de la pornire, care poate deranja funcţionarea altor receptoare conectate la aceeaşi reţea. Din această cauză procedeul se aplică doar la puteri ale motoarelor de cel mult cîţiva kW (cazul motoarelor care acţionează pompe, ventilatoare, polizoare, strunguri şi freze, maşini de găurit).

Siguranţele fuzibile SF se aleg astfel încît curentul nominal I_{nf} să fie imediat superior valorii:

$$(591) \quad I_{nf} \geq \frac{i_p \cdot I_n}{K}$$

în care i_p este cel definit în (552), I_n este curentul nominal, iar K un coeficient de siguranță cu valorile:

$$\begin{cases} 2,5 \text{ pentru porniri rare și ușoare} \\ 1,6 \dots 2 \text{ pentru porniri grele, cu durate mari} \\ 1 \text{ pentru porniri cu reostat de pornire} \end{cases}$$

În cazul cînd I_n nu este cunoscut, el poate fi determinat funcție de datele nominale de pe plăcuța indicatoare a mașinii, pe baza bilanțului energetic, cu formula:

$$(592) \quad I_n = \frac{P_n}{\sqrt{3} \cdot U_n \cdot \eta_n \cdot \cos \varphi_n}$$

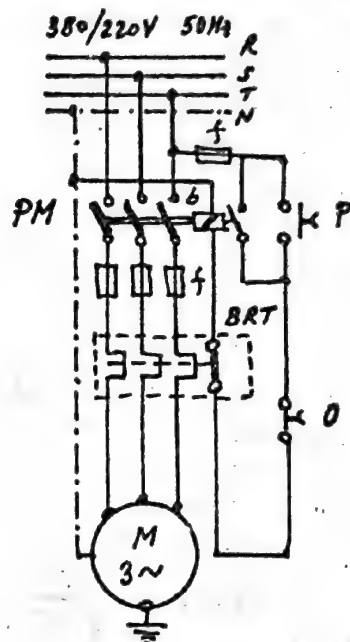
De cele mai multe ori se preferă comanda automată a pornirii, în locul celei manuale, folosind așa numitele pornitoare magnetice (fig.198) cu butoane pornit-oprit, care sînt prevăzute și cu sisteme de protecție la scurtcircuite (siguranțe fuzibile, sau întrerupătoare automate electromagnetice) și la suprasarcini de durată (relee termice cu bimetale). Reglarea valorilor nominale ale releelor electromagnetice și termice se face funcție de I_n al motorului prin relațiile:

$$(593) \quad \begin{cases} I_{nem} = (1,2 \dots 1,4) I_n i_p \\ I_{nt} = (1,1 \dots 1,5) I_n \end{cases}$$

Aceste valori nu trebuie să depășească de trei ori valoarea curentului maxim admisibil pentru conductoarele rețelei de alimentare (prescripții de exploatare).

4.2.2. Pornirea cu comutator stea-triunghi.

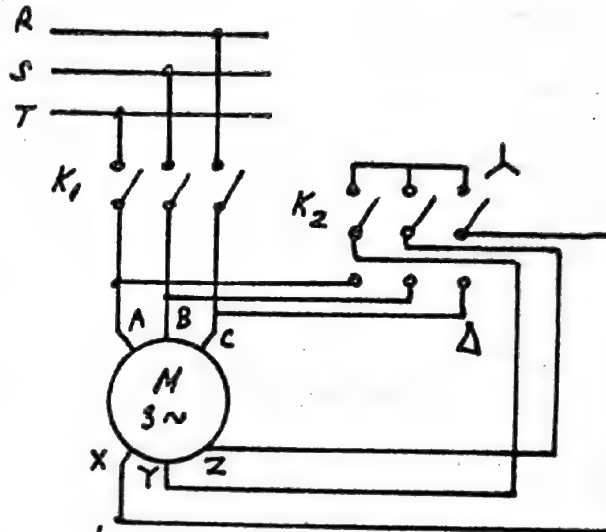
Această metodă se poate aplica numai motoarelor cu rotorul în scurtcircuit, la care tensiunea nominală pe fază corespunde tensiunii nominale (de linie totdeauna) a rețelei. În funcționarea norma-



-fig.198-

lă motorul are deci conexiunea triunghi. Toate cele șase borne ale înfășurărilor atatorice trebuie să fie accesibile la cutia de borne a mașinii. O schemă simplă de realizare prin comandă manuală a acestui tip de pornire este dată în fig. 199 alăturată.

La pornire intrerupătoarele K_1, K_2 fiind deschise, se închide K_1 și apoi K_2 pe poziția de sus ce corespunde legării fazelor în stea, adică tensiunea aplicată fazelor este de $\sqrt{3}$ ori mai mică ca cea din regimul normal. Motorul pornește deci la tensiune redusă, șocul de curent la pornire fiind redus de trei ori pe partea rețelei. În adevăr,



-fig. 199-

dacă Z_M este impedanța motorului la pornire, pentru cele două conexiuni stea și triunghi avem relațiile evidente:

$$(594) \quad \begin{cases} I_{f\lambda} = \frac{U_l}{\sqrt{3} \cdot Z_M} = I_{l\lambda} \\ I_{f\Delta} = \frac{U_l}{Z_M} = \frac{1}{\sqrt{3}} I_{l\Delta} \end{cases}$$

din care rezultă pentru curenții de linie în cele două cazuri:

$$(595) \quad \underline{I_{l\lambda} = \frac{1}{3} I_{l\Delta}}$$

iar pentru curenții din înfășurări:

$$(596) \quad I_{f\lambda} = \frac{1}{\sqrt{3}} I_{f\Delta}$$

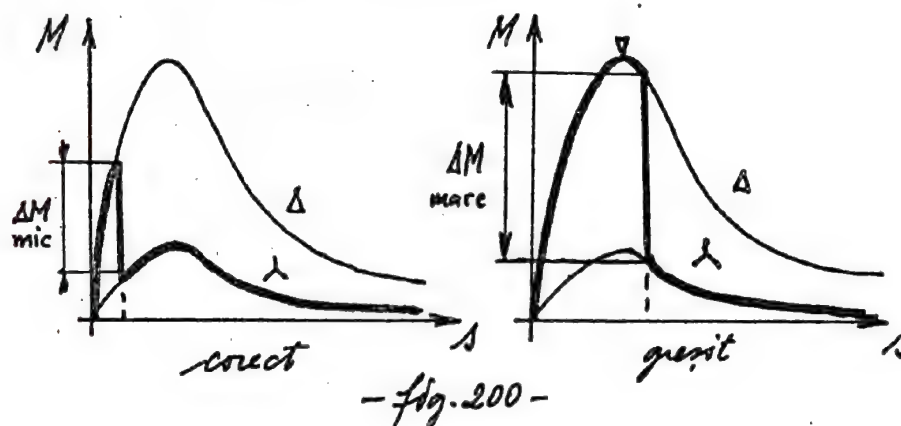
Metoda permite deci o reducere substanțială a șocului de curent la pornire, indicată în cazul rețelelor slabe. Ea are însă dezavantajul că simultan cu reducerea curentului are loc și o reducere a cuplului de pornire. În adevăr, cuplul dezvoltat de motor este proporțional cu pătratul tensiunii de fază și cum aceasta scade

la conectarea în stea de $\sqrt{3}$ ori în raport cu conectarea în triunghi, rezultă că cuplul dezvoltat va scădea și el de trei ori:

$$(597) \quad M_{p\Delta} = \frac{1}{3} \cdot M_{p\Delta}$$

astfel că metoda poate fi aplicată doar la porniri ușoare (sarcini reduse sub $1/3$ din cea nominală) și la motoare cu curenți nominali de cel mult 250 A.

Momentul comutării de pe poziția stea pe poziția triunghi se alege numai după ce motorul s-a accelerat până la o viteză apropiată de cea de regim staționar, altfel sînt posibile șocuri mari de cuplu și de curent (fig. 200).



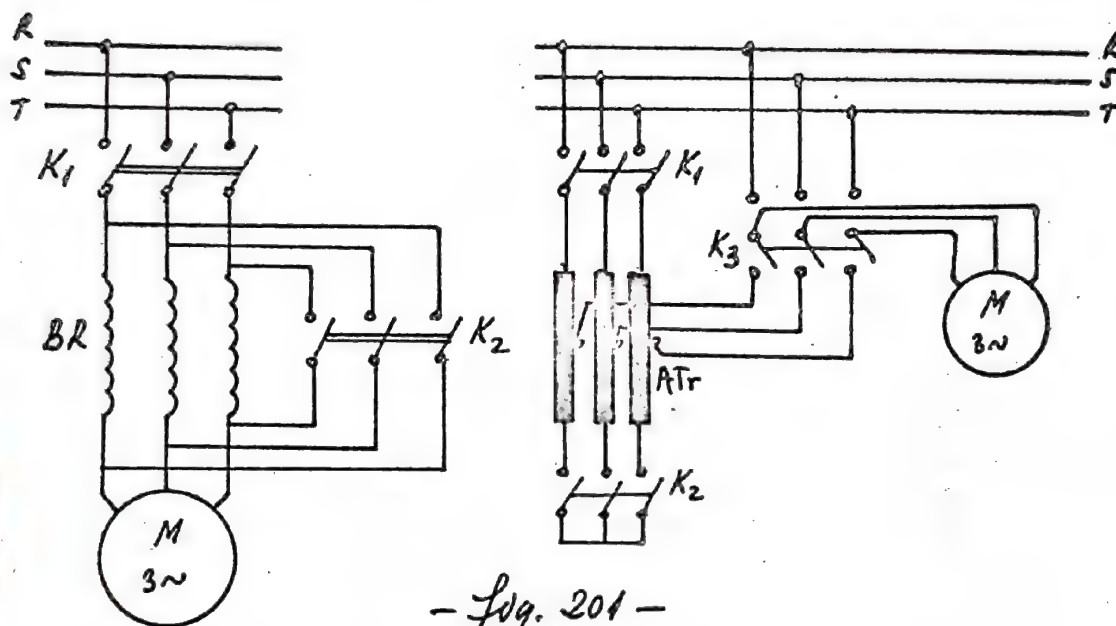
Un pericol deosebit îl prezintă întreruperea circuitului celor trei faze la trecerea comutatorului de pe o poziție pe alta precum și conectarea ulterioară nesimultană a celor trei faze, care provoacă un regim tranzitoriu periculos electric și mecanic pentru motor.

Există întrerupătoare automate stea-triunghi, la care comanda comutării se face cu releu temporizat. Sînt realizate de asemenea scheme cu contactoare și relee care realizează aceleași funcții.

4.2.3. Pornirea cu bobine de reactanță sau autotransformatoare inseriate.

Aceste procedee de pornire urmăresc la fel ca cel precedent, să reducă șocul de curent la pornire prin reducerea tensiunii la bornele motorului în momentul pornirii. Acest lucru se poate rea-

lize prin inseriere cu fazele statorice a unor impedanțe, sau folosind alte metode de reducere a tensiunii (transformatoare, autotransformatoare). Deoarece la pornire curentul luat de motor din rețea este puternic inductiv, efectul cel mai eficient de reducere a tensiunii la borne va fi dat de inserierea cu bornele statorice a unor reactanțe inductive, deci a unor bobine de reactanță trifazate (fig. 201 - stînga). Deoarece tensiunea nu trebuie redusă



- Fig. 201 -

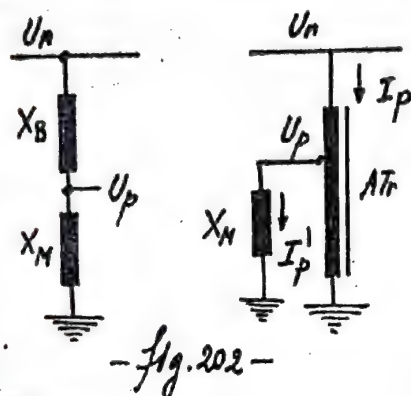
prea mult (din cauza reducerii substanțiale a cuplului), este mai economică folosirea autotransformatorului trifazat (fig. 201 - dreapta) (vol. I, pag. 296).

Folosirea schemelor se face în modul următor:

a) pentru schema cu bobină de reactanță, întrerupătoarele K_1 și K_2 fiind deschise, se închide K_1 pornind motorul cu bobina în serie, deci la tensiune redusă. După accelerarea la o viteză cât mai apropiată de cea de regim staționar, se închide K_2 , motorul fiind conectat la tensiunea nominală.

b) pentru a folosi schema cu autotransformator (toate întrerupătoarele sînt inițial deschise), se închide K_1 , apoi K_2 și K_3 , pe poziția de jos (conectarea motorului la prizele de tensiune redusă ale autotransformatorului). După accelerarea motorului pînă la viteza de regim staționar, se trece brusc comutatorul K_3 pe rețeaua de alimentare, desfăcînd K_2 și apoi K_1 (se scoate Atr de sub tensiune).

Proprietățile cele mai importante ale celor două scheme din fig.201 rezultă din analiza schemelor echivalente simplificate



din fig.202 în care s-au presupus impedanțele motorului și ale bobinei pur reactive, inductive.

Tensiunea U_p aplicată motorului la pornire pentru cele două scheme este:

$$(598) \quad \begin{cases} U_p = \frac{X_M}{X_M + X_B} U_n = \frac{1}{k_B} U_n \\ U_p = \frac{1}{k_{AT}} U_n \end{cases}$$

S-a presupus că puterea autotransformatorului este suficient de ridicată, neglijând căderea de tensiune produsă de curentul de sarcină al motorului. S-a notat cu k_{AT} raportul de transformare al tensiunilor de linie al autotransformatorului (de regulă legat în stea), supraunitar în cazul considerat ($U_p < U_n$) și prin k_B raportul echivalent de transformare din cazul bobinei.

Dacă se notează cu M_{pn} cuplul de pornire în condiții de cuplare directă la tensiunea U_n , cuplul de pornire pentru cele două scheme M_p va fi dat de relațiile:

$$(599) \quad \begin{cases} M_p = \left(\frac{U_p}{U_n}\right)^2 M_{pn} = \frac{1}{k_B^2} M_{pn} \\ M_p = \left(\frac{U_p}{U_n}\right)^2 M_{pn} = \frac{1}{k_{AT}^2} M_{pn} \end{cases}$$

Curenții de pornire absorbiți din rețea se pot determina funcție de valorile corespunzătoare cuplării directe I_{pn} în următorul mod:

$$(600) \quad \begin{cases} I_p = \frac{U_n}{X_M + X_B} = \frac{U_n}{X_M} \cdot \frac{X_M}{X_M + X_B} = \frac{1}{k_B} I_{pn} \\ I_p = \frac{1}{k_{AT}} I_p' = \frac{1}{k_{AT}} \cdot \frac{U_p}{X_M} = \frac{U_n}{X_M} \cdot \frac{1}{k_{AT}^2} = \frac{1}{k_{AT}^2} I_{pn} \end{cases}$$

Comparînd expresiile stabilite, se observă că dacă se impune în ambele cazuri considerate o aceeași scădere a cuplului de pornire, schema cu autotransformator va avea o valoare mai redusă a șocului de curent la pornire, deci este mai indicată în cazul re-

țelilor slabe. Se mai observă invers, că dacă dorim în ambele scheme să reducem curentul de pornire din rețea cu aceeași valoare, cuplul de pornire va scădea mai puțin la schema cu autotransformator, decât la cea cu bobină de reactanță.

Să comparăm și din alte puncte de vedere cele două scheme.

Pe lângă dezavantajul arătat, schema cu bobină de reactanță înrăutățește mult factorul de putere la pornire, iar solicitarea termică este mai mare ca la autotransformator. În schimb schema de utilizare este cu mult mai simplă și mai sigură, avînd și un alt avantaj: în timpul procesului de accelerare a motorului tensiunea la bornele acestuia nu rămîne constantă ci crește ușor în timp, ca urmare a creșterii cu viteza a impedanței motorului și deci a scăderii căderii de tensiune $X_B \cdot I$ în bobină. Din acest motiv șocurile de curent și cuplu la trecerea motorului pe rețea în mod direct sînt mai reduse ca la autotransformator.

În cazul schemei cu autotransformator, avem dezavantajul prețului de cost mai ridicat și al schemei de utilizare mult mai complexe, deci mai puțin sigure în exploatare.

Ambele scheme se folosesc la puteri mari, peste 100 kW, dar numai la sarcini reduse, sau de tip ventilator (cuplul rezistent variază parabolic cu viteza) datorită reducerii cuplului de pornire.

La puteri foarte mari, se preferă schema cu autotransformator și din alt punct de vedere și anume posibilitatea de a folosi o pornire în mai multe trepte. Pentru aceasta se pornește motorul în prima fază, la fel cum s-a arătat mai înainte, prin închidere succesivă a lui K_1 , K_2 și K_3 pe priza Atr de tensiune redusă. După accelerarea rotorului se deschide K_2 , motorul rămînînd conectat la rețea prin secțiunea superioară a Atr. funcționînd ca o bobină de reactanță! După noua accelerare a rotorului se trece K_3 pe rețea și se decuplează autotransformatorul. În acest mod, se realizează o pornire în trei trepte, cu caracter combinat.

În anumite cazuri se pot folosi în locul bobinei de reactanță trei rezistențe conectate direct în circuit, sau în secundarele a trei transformatoare coborîtoare de tensiune, avînd primarele înseriate cu motorul. Eficacitatea reducerii tensiunii este mai slabă și în plus apar pierderi importante de putere activă pe perioada pornirii.

Pentru alegerea puterii autotransformatorului se recomandă în funcție de datele nominale ale motorului, expresia:

$$(601) \quad S_n \approx 0,7 \cdot U_n / n \cdot \dot{\varphi}$$

4.2.4. Pornirea cu reostat de pornire.

Pentru motoarele asincrone cu rotorul bobinat, cel mai bun procedeu de pornire este cel care folosește un reostat trifazat reglabil, inseriat cu circuitul rotoric, numit reostat de pornire.

Schema de conectare este cea din fig. 127, modificarea valorii rezistenței reostatului făcându-se în trepte, prin comandă manuală sau automată. Spre deosebire de metodele de pornire expuse anterior, la care reducerea șocului de curent la pornire era însoțită și de o reducere nedorită a cuplului pe perioada pornirii, metoda aceasta permite realizarea simultană a celor două cerințe fundamentale impuse pornirii motoarelor:

- reducerea șocului de curent pe perioada pornirii
- asigurarea unui cuplu de pornire mărit

Acest lucru reiese cu claritate din expresiile (404) pentru o alunecare $s = 1$, din care se vede că curenții prin înfășurări scad monoton cu creșterea rezistenței rotorice R'_2 , putând fi reduși deci în limite largi. Pe de altă parte din expresia (435) a cuplului de pornire, rezultă că în anumite limite, creșterea rezistenței R'_2 va conduce la o mărire a cuplului de pornire mergând chiar pînă la valoarea cuplului maxim M_m . Acest lucru rezultă și din familia de caracteristici din fig. 147 dreapta, trasată pentru valori din ce în ce mai mari ale rezistenței rotorice. Din (435) rezultă că în intervalul:

$$(602) \quad \underline{R'_2 \leq R'_{2\sigma} = \frac{1}{\sigma} \sqrt{R_1^2 + (X_m + \sigma X_{2\sigma})^2}}$$

creșterea rezistenței rotorice pe fază conduce simultan la micșorarea curentului de pornire și la mărirea cuplului de pornire, pentru limita superioară din (602) obținînd chiar cuplul maxim ($M_{p\max} = M_m$).

Ținînd seama de expresia alunecării critice (433) și de valoarea optimă (602) a rezistenței totale, se obține pentru rezistența suplimentară din rotor care asigură la pornire cuplul maxim (deci valoarea maximă a reostatului de pornire), expresia:

$$(603) \quad R_{2p} = R_2 \cdot \frac{1 - \sigma K}{\sigma K}$$

Alunecarea critică se determină funcție de capacitatea de suprasarcină λ_m , cu (445). În ceea ce privește rezistența fazei ro-

torice R_2 , ea nu este indicată nici în catalog, nici pe plăcuța cu datele nominale ale mașinii, dar se poate determina cu aproximație din datele nominale rotorice:

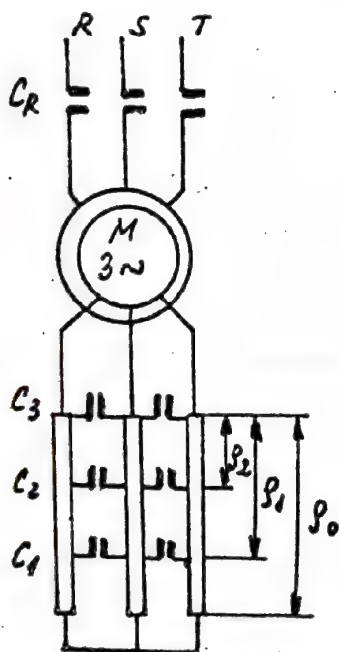
- tensiunea între două inele, măsurată în regim de alimentare normală a statorului, rotorul fiind deschis și în repaus E_{20} (V);
- curentul nominal pe faza rotorică, la funcționare în regim nominal I_{2n} (A):

- schema de conexiune a înfășurării rotorice (de obicei triunghi se folosește rar, astfel că vom considera conexiune stea)

În acest caz, din diagrama fazorială din fig. 134, dacă se neglijează la regim nominal căderea inductivă, rezultă relația:

$$(604) \quad R_2 \cong \frac{s_n \cdot E_{20}}{\sqrt{3} \cdot I_{2n}}$$

Pentru a asigura o valoare ridicată a cuplului de pornire pe



-fig. 203-

toată durata pornirii este necesară variația continuă, în sensul scăderii, a rezistenței rotorice echivalente (înfășurare plus reostat), ceea ce se face în mod discontinuu (în trepte), prin scurtcircuitare succesivă a unor porțiuni ale reostatului de pornire, cu ajutorul contactelor C_1, C_2, C_3 (fig. 203) ale unor contactoare.

Cu ajutorul acestei metode de pornire se poate realiza cerința de pornire cu o accelerație impusă constantă, discutată la pct. 4) pag. 240, realizând o curbă a cuplului activ electromagnetic, cu valoare medie constantă (ca în fig. 192), valorile curente variind între două limite apropiate, de o parte și de alta a cuplului necesar.

Astfel, dacă se cunosc mărimile cuplului rezistent total M_{r0} și momentul de inerție total, reușește la axul mașinii ca în ANEXA Nr. 1, și dacă știm accelerația im-

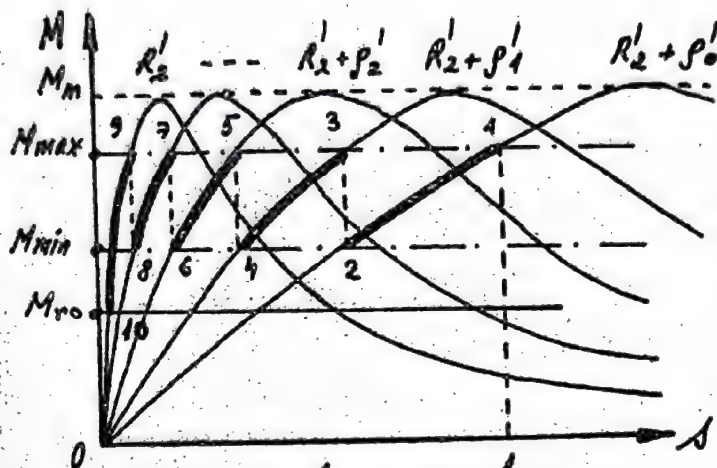
puseă ε , determinăm cu relația (553) valoarea necesară a cuplului de pornire. Alegem apoi limitele M_{max} și M_{min} între care să varieze cuplul real la pornire, astfel încît să avem:

$$(604) \quad M_{min} = (1,1 \dots 1,2) M_{r0}$$

$$M_{\max} = (0,8 \dots 0,9) M_m$$

$$(604) \quad M = j \cdot E + M_{ro} = \frac{1}{2} (M_{\max} + M_{\min})$$

Prin punctele M_{\max} și M_{\min} se duc paralele la axa alunecării (fig.204) trăsind și curba cuplului electromagnetic funcție de alunecare, naturală (adică pentru R_2' , corespunzând exclusiv înfășurării).



-fig. 204- 1

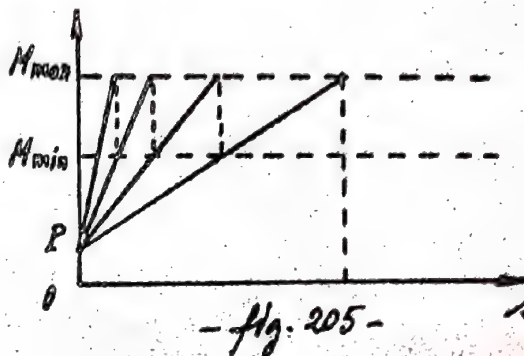
Se determină apoi rezistențele suplimentare necesare $P_1 \dots P_2$, P_1, P_0 de introdus în serie cu fazele rotorului, astfel ca noile caracteristici (artificiale, sau reostatice) să aibe astfel de poziții, încît punctele lor de intersecție cu cele două paralele duse prin M_{\max} și M_{\min} , să îndeplinească condiția ca perechile de puncte 9-8, 7-6, 5-4, 3-2 să fie pe aceeași verticală, iar punctul 1 să corespundă alunecării inițiale $s = 1$, așa cum se arată în fig.204 de mai sus. Construcția din fig.204 rezultă prin încercări succesive, variind convenabil limitele alese M_{\max} și M_{\min} cu păstrarea relațiilor (604).

Numărul de trepte rezultate nu trebuie să fie prea mare din motive economice (el scade cu cît diferența $M_{\max} - M_{\min}$ crește). Se recomandă un număr de 3..4 trepte.

La pornire, motorul are întreaga rezistență a reostatului în circuit (contactele $C_{1..3}$ deschise), accelerarea făcîndu-se cu o variație a cuplului de pornire funcție de alunecare dată de caracteristica ce corespunde rezistenței rotorice totale raportate dată de $R_2' + P_0'$. În momentul scăderii alunecării (creșterii vitezei) pînă la valoarea ce corespunde punctului 2, se închid con-

tactele C_1 noua rezistență totală a rotorului devenind $R'_2 + \rho'_1$. Din cauza inerției mecanice viteza nu poate varia în salt, astfel că punctul de funcționare de pe prima caracteristică (2) "sare" în punctul (3) al noii caracteristici accelerându-se pînă în punctul (4) cînd are loc o nouă comutare prin închiderea contactelor C_2 etc.. Procesul se încheie pe caracteristica naturală la intersecția acesteia cu caracteristica cuplului rezistent M_{ro} ce se presupune constant.

Construcția grafică corespunzătoare fig. 204 se poate simplifica observînd (omitem demonstrația) că punctele 8-7, 6-5, 4-3 și 2-1 se află pe drepte ce trec prin același punct P de pe axa cuplurilor (fig. 205).



Comanda automată a comutării treptelor se face cu ajutorul unor relee, în funcție de viteză, de curentul prin motor sau în funcție de timp și se studiază la cursurile de acționări electrice.

Se constată că variațiile de cuplu fiind practic liniare pe porțiunile 1-2, 3-4, 5-6, 7-8 și 9-10, cuplul mediu pe perioada pornirii este semisuma cuplurilor M_{max} și M_{min} , deci corespunde cerințelor impuse.

Variației în trepte a cuplului electromagnetic, îi corespunde și o variație în trepte a curentului rotoric, care rezultă în funcție de alunecare din expresia (428) și din formula lui Kloss:

$$(605) \quad I_2 = \sqrt{\frac{R_1 \cdot s \cdot M(s)}{3R_2}}$$

Valoarea medie aritmetică a curentului minim și maxim este necesară pentru dimensionarea reostatului de pornire, care se calculează în general pentru funcționare de scurtă durată (cîteva minute), atît timp cît este necesar pentru pornirea motorului, plus o rezervă. Reostatele prevăzute pentru comandă manuală, au comutatoare cu ploturi, fiind realizate din rezistențe metalice și răcite cu ulei. La mașini de puteri mai mari, pentru a nu putea trece prea repede de pe un plot pe cel următor, se prevăd manivela și roți de comandă cu avans pas cu pas, trecerea de pe o poziție pe alta corespunzînd unei rotații complete a manivelei.

Există reostate trifazate de pornire gata realizate, sub forma unor unități separate, prevăzute pentru comanda manuală (cu controler, sau cu comutator cu ploturi), sau pentru comanda de la distanță cu ajutorul unui servomotor. Deoarece s-a arătat că în cazul unor trepte de valori diferite pe cele trei faze (reostat nesimetric) se realizează economie de material (omitem demonstrația), o parte din realizările industriale sînt construite în acest mod. Regimul nesimetric de funcționare al rotorului, trebuie însă corect calculat, în caz contrar putînd apare cupluri parazite supărătoare. Alegerea reostatului de pornire se face funcție de puterea nominală a motorului P_n (kW) și de raportul E_{20}/I_{2n} al mărimilor nominale rotorice de pe placa indicatoare a motorului.

Dintre toate procedeele de pornire pornirea cu reostat de pornire întrunește cele mai multe avantaje, din multiple puncte de vedere, dar nu se poate aplica decît la motoarele cu rotor bobinat.

4.2. Reversarea și frinarea motoarelor asincrone.

4.2.1. Generalități.

Anumite tipuri de acționări necesită fie un anumit sens al rotației bine precizat, fie posibilitatea de schimbare după dorință a sensului de rotație, adică posibilitatea de reversare a motorului. În general motoarele care posedă ventilator elicoidal, au un sens de rotație bine determinat, funcție de regimul de răcire ales (cu refluxare sau cu aspirare) și care este indicat pe carcasa sau scutul de ieșire al capătului de arbore, printr-o săgeată circulară. În cazuri cînd este necesară rotirea în ambele sensuri, ventilatorul trebuie să fie de tip centrifugal. În anumite cazuri, mașinile cu ventilator elicoidal cu sens de rotație impus, se fac cu două capete de arbore (ieșire pe ambele părți), pentru o acomodare bună cu necesitățile acționării.

Pentru schimbarea sensului de rotație al unui motor asincron, cea mai simplă metodă este schimbarea între ele a două faze a înfășurării statorice, fapt ce atrage după cum se știe, inversarea sensului de rotație al cîmpului magnetic învîrtitor rezultat din mașină, deci și schimbarea sensului de rotație al rotorului.

Pentru schimbarea sensului de rotație al unui motor în funcțiune, acesta trebuie mai întîi oprit, metoda cea mai simplă fiind deconectarea sa de la rețeaua de alimentare. În acest caz, cuplul ac-

tiv electromagnetic dispare și sub acțiunea cuplului rezistent motorul se frânează. Ecuația frînării rezultă din (569) cu $M=0$:

$$(606) \quad 0 = J \cdot \frac{dR_2}{dt} + M_r \quad (R_2 \equiv R)$$

Deoarece din această relație avem $\frac{dR_2}{dt}$ negativ, înseamnă că viteza scade în timp, curba de frinare $R_2 = R(t)$ rezultând prin integrare analitică sau grafică, dacă știm M_r în funcție de viteză (sau alunecare). Totuși deconectarea de la rețea nu se poate face totdeauna fără pericole pentru instalația acționată electric. Dacă inerția maselor în mișcare este considerabilă există pericolul ca timpul de frinare să fie prea mare și ca drumul parcurs să iasă în afara limitelor impuse tehnologic (de exemplu oprirea unui pod rulant aflat în mișcare). În alte cazuri, cum ar fi de exemplu cazul instalațiilor de ridicat, cuplul rezistent constant poate determina accelerarea în sens invers (după o scurtă perioadă de frinare) a motorului cu consecințe grave (căderea greutății ridicate). De aceea în toate cazurile se prevăd metode de frinare a instalației, care pot fi:

- externe, independente de motorul de acționare (de exemplu frine cu fricțiune, frine cu curenți turbionari, frine comandate cu electromagneți etc..)

- interne, realizate pe cale electrică prin folosirea însăși a motorului și a proprietăților sale

Cunoașterea metodelor de frinare din a doua categorie este importantă pentru aplicații, cit și pentru încercări experimentale care permit aflarea unor parametri importanți (moment de inerție, pierderi prin frecări etc..).

Problemele generale care se pun la reversarea și frinarea motoarelor sint asemănătoare cu cele studiate la pornirea lor, astfel că nu mai este necesară o prezentare detaliată a lor.

Pierderile de energie și încălzirea sint însă de valori mai ridicate, motorul fiind mai sollicitat decît în cazul pornirii. Astfel în cazul reversării motorului de la viteza de regim apropiată de cea de sincronism, la aceeași valoare dar de sens opus, limitele de integrare din (585) se schimbă și obținem (acoperitor):

$$(607) \quad R_2 \approx \frac{J}{\xi} \int_{R_1}^{-R_1} (R_1 - R_2) dR_2 = 2 \cdot \frac{J R_1^2}{\xi}$$

adică o pierdere de energie de patru ori mai mare ca la simpla accelerare de la zero la viteza de mers în sarcină ! Din acest motiv este important să putem recupera pierderile de energie la frinare, acest lucru neputând însă fi realizat totdeauna.

4.3.2. Procedee de frinare ale motoarelor asincrone.

4.3.2.1. Frinarea liberă.

Acest mod de frinare se obține la decuplarea simplă de la rețea a motorului, sub acțiunea cuplului rezistent. În cazul când cuplul ar fi constant, independent de viteză sau timp, din (606) rezultă o frinare liniară:

$$(608) \quad R = R_0 - \frac{M r_0}{J} \cdot t$$

de la viteza inițială la zero (fig. 206). Timpul de oprire este:

$$(609) \quad t_f = \frac{J R_0}{M r_0}$$

Dacă cuplul rezistent este mic (cazul mersului în gol) rezultă un timp mare de frinare. În acest caz însă, trebuie luată în considerație variația cu viteza a cuplurilor de frecare uscate și aerodinamice, care este de forma:

$$(610) \quad M_r = a + bR + cR^2$$

Curba $R = R(V)$ care se obține în acest caz se numește curbă de lansare în gol și are aspectul din fig. 207.

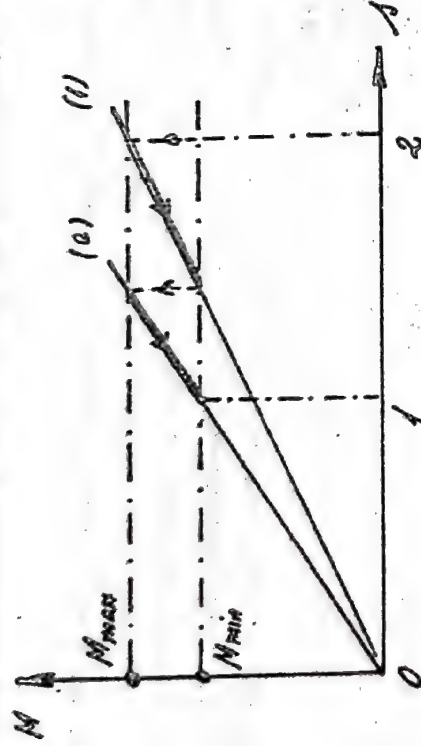


-fig. 206-



-fig. 207-

prin introducerea rezistențelor R_f , să fie mai mare de 2. Din acestea și motive ca la pornirea cu reostat de pornire, este indicată realizarea unui cuplu constant de frinare, ceea ce se poate realiza cu aproximație, practicînd o frinare în trepte. De obicei ajung 2..3 trepte, realizate la fel ca la pornire, așa cum se arată în fig. 210.



— Fig. 210 —

Un mare dezavantaj al acestei metode îl constituie faptul că la oprirea rotorului din mișcare, înfășurarea statorică trebuie decuplată de la rețea. În caz contrar, rotorul va fi accelerat din nou de către cîmpul învîrtitor, de data aceasta în sensul

opus mișcării din regimul normal dinaintea frînării. Există sisteme de decuplare automată de la rețea, bazate fie pe forțele centrifuge, fie pe valoarea frecvenței curenților din rotor, care la frinare scade continuu de la cca. 100 Hz spre 50 Hz, cînd rotorul este oprit.

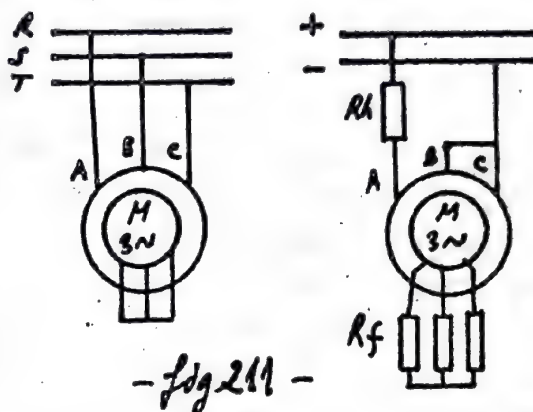
Cuplul electromagnetic de frinare este în realitate mai mare ca cel calculat pe baza schemei echivalente și a expresiei lui Kloss din cauza pierderilor în fierul rotoric, care au valori însemnate la alunecările 2-s. Acest lucru, precum și tendința de reversare naturală specifică metodei, fac ca frinarea prin contraconectare să fie una din cele mai eficiente metode de frinare, caracterizată prin accelerații mari de frinare (în general se limitează din motive asemănătoare cu cele de la studiul pornirii) și prin posibilitatea importantă tehnologică de oprire la punct fix. Ea se folosește la oprirea acționărilor, precum și la limitarea vitezei de coborîre a sarcinilor în mecanismele și mașinile de ridicat. Schema de comandă este simplă și există posibilitatea ca treptele necesare la pornire și cele necesare la frinare să fie realizate plecînd de la un același reostat trifazat, cu o dimensionare adecvată. Metoda are dezavantajul pierderilor mari de energie în reostatul de frinare, nerecuperabile, deci are un randament prost în perioada frînării.

Din motivele expuse, metoda aceasta este una din cele mai des folosite metode de frinare accelerate a motoarelor asincrone.

4.3.2.3. Frinarea dinamică (cu curent continuu).

Pentru a realiza frinarea prin această metodă a unui motor asincron în regim normal de lucru, se decuplează de la rețeaua trifazată de curent alternativ statorul mașinii și se conectează la o rețea de curent continuu ca în fig. 211, introducând simultan în rotor trei rezistențe de frinare al căror rol va rezulta ceva mai departe.

Ideea metodei constă în realizarea unui regim de funcționare asemănător generatorului sincron, la care cuplul de interacțiune electromagnetic este rezistent, adică se opune vitezei rotorului. Prin alimentare în curent continuu



- fig. 211 -

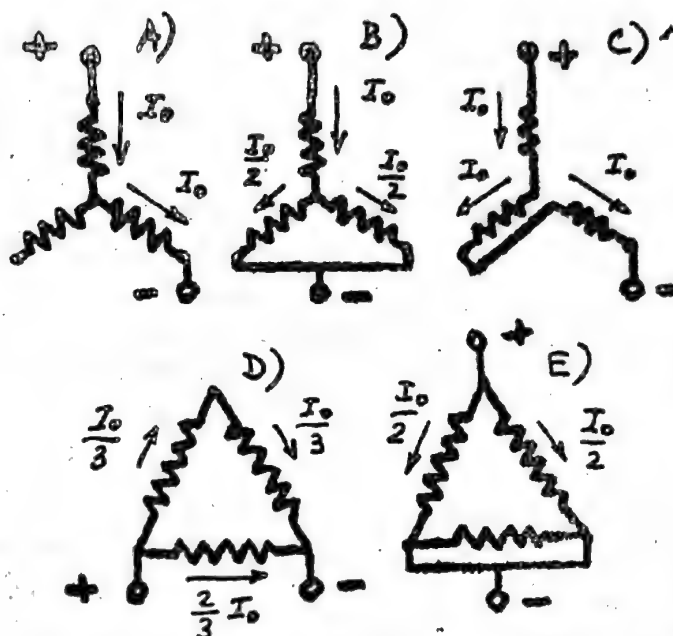
a statorului, în mașină apare un cîmp magnetic fix în spațiu și constant în timp, în care se rotește rotorul. Ca urmare în fazele rotorice se induc prin mișcare tensiuni electromotoare și cum rotorul este în scurtcircuit, sau legat pe rezistențele de frinare R_f , apar curenți care prin interacțiune cu cîmpul fix statoric dau un cuplu de frinare, numit cuplu dinamic. Procesul de frinare se poate descrie simplu energetic, observînd că puterea de curent continuu de la rețeaua de curent continuu, se consumă în întregime în pierderi Joule în stator. Pierderile Joule din rotor nu pot fi atunci acoperite decît din energia cinetică a maselor în rotație, prin scăderea acesteia. De aci rezultă și două deosebiri față de procedeul descris anterior și anume:

- cuplul de frinare trebuie să scadă cu scăderea vitezei, anulîndu-se odată cu aceasta ;
- procedeul nu permite accelerarea inversă a rotorului din cauza cuplului electromagnetic (ar putea fi însă accelerat invers de către cuplul rezistent, ca în cazul mașinilor de ridicat)

Reostatul R_h din circuitul statoric (fig. 211) servește la limitarea curentului continuu de alimentare necesar frînării. În ceea ce privește modul concret de realizare a schemei de alimentare în curent continuu a celor trei faze statorice, există mai

multe variante exemplificate în fig.212. Curentul continuu de alimentare I_0 se determină fie din condiția ca amplitudinea cîmpului magnetic din întrefier să fie aceeași cu cea din cazul funcționării normale, fie din condiția ca să nu se depășească în nici-o fază statorică valoarea efectivă nominală a curentului, deci din criterii magnetice, sau termice.

În tabelul de pe pagină, mai jos, se dau pentru toate cele cinci variante din fig.212, relațiile principale dintre curentul continuu I_0 și curentul de fază nominal pe criterii magnetice și termice, dintre rezistența echivalentă pe partea de curent continuu și rezistența nominală a fazei statorului și dintre puterea absorbită în curent continuu și pierderile nominale în cuprul statorului.



- fig.212 -

SCHEMA :	$\left(\frac{I_0}{I_n}\right)_{mg}$	$\left(\frac{I_0}{I_n}\right)_{tr}$	$\frac{R_0}{R_n}$	$\frac{P_0}{3R_n I_n^2}$	$\frac{I_{0mg}}{I_0 tr}$
A	1,225	1	2	1	1,225
B	1,412	1	1,5	1	1,412
C	1,06	1	3	1,125	1,06
D	2,12	1,5	0,666	1	1,412
E	2,45	2	0,5	1	1,225

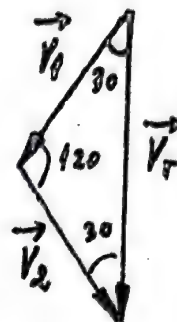
Pentru a vedea modul cum s-a ajuns la aceste relații, vom lua ca exemplu cazul primei scheme, A.

Curenții egali prin cele două faze I_0 produc cîmpuri magnetice a căror tensiuni magnetice de armonică fundamentală spațială în întrefier sînt reprezentate în planul electric prin fazorii spațiali de amplitudini egale cu:

$$(617) \quad |\vec{V}_1| = |\vec{V}_2| = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{k_w \cdot W_1}{p} \cdot I_0$$

Ținând seama de faptul că același curent intră într-o fază și iese prin cealaltă situată la 120° electrice, situația fazorilor spațiali va fi cea din fig. 213 iar mărimea tensiunii magnetice rezultante \vec{V}_r va fi:

$$(618) \quad V_r = 2V_f \cos 30^\circ = \sqrt{3} \cdot V_f = \\ = \sqrt{3} \left(\frac{2}{\pi} \cdot \frac{k_w \cdot W_p}{p} \cdot I_o \right)$$



Comparând cu expresia tensiunii magnetice rezultante de la cîmpul învîrtitor produs pe cale electrică:

$$(619) \quad V_r = \frac{3}{2} \left(\frac{2\sqrt{2}}{\pi} \frac{k_w \cdot W_p}{p} I_n \right)$$

-fig. 213-

rezultă relația:

$$(620) \quad I_o = \sqrt{\frac{3}{2}} I_n = 1,225 \cdot I_n$$

din tabel.

Pe de altă parte este clar că pentru a nu depăși valoarea nominală a curentului pe fază, trebuie să avem cel mult $I_o = I_{ln}$.

Rezistența pe partea de curent continuu este evident egală cu suma celor două rezistențe ale celor două faze, deci $R_o = 2 \cdot R_n$.

În sfîrșit, pierderile în curent continuu sînt evident date de expresia $R_o \cdot I_o^2$ care conform celor stabilite deja este egală cu $(2R_n) \cdot \left(\frac{3}{2}\right) \cdot I_n^2 = 3 \cdot R_n \cdot I_n^2$.

Pe o cale asemănătoare se stabilesc și celelalte date din tabel. Ultima coloană se referă la depășirile din punct de vedere al solicitării termice pentru faza cea mai solicitată din acest punct de vedere, dacă stabilim curentul din considerente magnetice. În adevăr, pentru schema A, considerațiile magnetice stabilesc un curent de $1,225 \cdot I_n$ mai mare ca cel stabilit termic, de I_n amperi. Raportul lor este de 1,225, trecut în ultima coloană. Pentru schema D avem un curent de $2,12 \cdot I_n$ d.p.v. magnetic, în timp ce termic avem $1,5 I_n$, deci raportul lor este de 1,425 trecut în ultima coloană.

Comparînd datele tabelului observăm că schemele A și E, respectiv B și D, sînt echivalente termic și ca pierderi (ultimele 2 coloane). Schema C este avantajoasă din punct de vedere al datelor din coloanele 4, 2 și 5 (realizează același cîmp la un curent cel mai mic și este avantajoasă din punct de vedere al solicitării

termice), dar este dezavantajată de pierderile totale mai mari cu 12,5 % ca la celelalte scheme (coloana 4), de rezistența echivalentă mai mare (coloana 3) ceea ce impune o tensiune mai ridicată, precum și de necesitatea ca toate cele șase capete ale fazelor să fie accesibile.

Caracteristicile cuplului de frinare rezultă observând că rotorul în mișcare cu viteza Ω față de cîmpul magnetic fix și constant al statorului, este echivalent cu rotorul fix supus acțiunii unui cîmp magnetic învîrtitor circular cu viteza $-\Omega$. În acest caz, cuplul rezultă din (415) observînd că $R_1 - R_2$ de acolo devine în acest caz Ω :

$$(621) \quad M = \frac{p u_2}{\Omega} = \frac{3 R_2 I_2^2}{\Omega}$$

Deoarece doar cîmpul datorat statorului este invariabil, cel de reacție variînd cu starea de mișcare a rotorului, este avantajos ca la calculul cuplului cu (621) să folosim ecuația de tensiuni din rotor în care apare t.e.m. produsă exclusiv de cîmpul exterior, statoric, adică o ecuație de tipul lui (334) de la pag. 136 și care în faza la pulsația $\omega = p \cdot \Omega_r = p \cdot \Omega$ este:

$$(622) \quad \underline{E}_{2e} = R_2 \underline{I}_2 + j \omega L_2 \underline{I}_2 = R_2 \underline{I}_2 + j p \Omega L_2 \underline{I}_2$$

Rezultă:

$$(623) \quad I_2 = \frac{\underline{E}_{2e}}{\sqrt{R_2^2 + p^2 \Omega^2 L_2^2}} = \frac{\frac{p \Omega}{\sqrt{2}} k w_2 w_2 \phi_{\delta s}}{\sqrt{R_2^2 + p^2 \Omega^2 L_2^2}}$$

și înlocuind în (621) se obține cuplul dinamic de frinare:

$$(624) \quad M = \frac{3}{2} \cdot \frac{k w_2^2 w_2^2 \phi_{\delta s}^2}{\frac{R_2}{p^2 \Omega} + \frac{\Omega L_2^2}{R_2}}$$

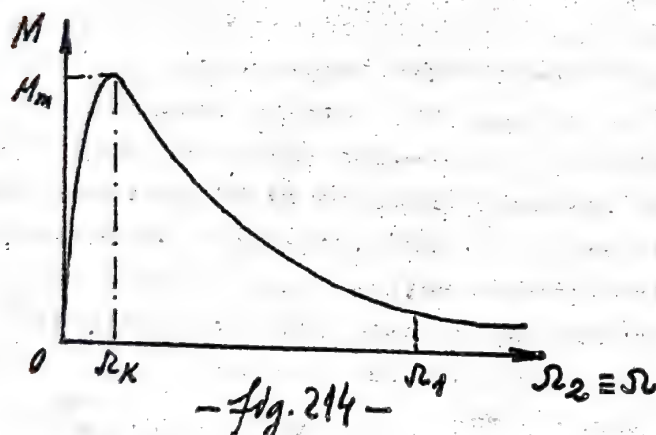
Variația acestui cuplu cu viteza rotorului Ω este dată în fig. 214 de pe pagina următoare. Ea se aseamănă cu cea din regulul normal funcție de alunecare. Viteza critică Ω_K și cuplul maxim M_m se obțin din (624) avînd expresiile:

$$(625) \quad \begin{cases} R_K = \frac{R_2}{pL_2} \\ M_m = \frac{3p}{4} \cdot \frac{k_{w2}^2 W_2^2 \phi_{2s}^2}{L_2} \end{cases}$$

Spre deosebire de cazul funcționării ca motor asincron, viteza critică este relativ mai mică, din cauză că în (625) avem inductanța totală și nu cea de scăpări. Avem și în acest caz o formulă de tipul celui lui Kloss:

$$(626) \quad \frac{M}{M_m} = \frac{2}{\frac{R}{R_K} + \frac{R_K}{R}}$$

dar utilitatea ei este înșelătoare, din cauză că starea magnetică a mașinii variază cu starea de mișcare (magnetizarea rezultă din acțiunea combinată a cîmpului statoric cu cel rotoric de reacție, iar acesta din urmă variază cu mișcarea în timp ce primul, nu). Din acest motiv mărimea inductanței L_2 totale se schimbă cu gradul de saturație și curbele reale se abat de la cele ideale, stabilite aci.



Formulele stabilite permit însă o apreciere calitativă a fenomenelor și chiar una cantitativă, cu unele erori sistematice. În particular, formulele obținute și care sînt precise numai în cazul mașinilor nesaturate, permit să explicăm de ce este necesară introducerea de re-

zistențe de frinare în rotorul mașinii. În primele momente ale frînării viteza rotorului este practic egală cu cea de sincronism, deci mare, cuplul de frinare dinamic fiind de valoare mică (fig. 214). Dacă se mărește însă rezistența rotorică, rezultă din expresiile (625) o mărire a vitezei critice fără a afecta valoarea cuplului maxim, deci o deplasare spre dreapta a caracteristicii asemănătoare cu fenomenul analog din funcționarea normală asincronă. În acest mod se poate realiza chiar o valoare medie constantă în anumite limite a cuplului de frinare, dacă se folosesc trepte de rezistență la fel ca la frinarea contracurent.

Spre deosebire de frinarea prin contraconectare, frinarea dinamică este mai lentă, oprirea făcându-se cu accelerație mică, condiționată de cuplul rezistent și cel de frecări. Deoarece la viteze mici cuplul dinamic de frinare este mic (la viteze mici avem $M = \lambda \cdot R$, după cum rezultă din (626)), crește mult influența cuplurilor de frecare și a cuplurilor de sarcină, fapt ce face imposibilă aplicarea metodei pentru opriri la punct fix. Ea prezintă și dezavantajul că necesită o sursă de curent continuu. Cu toate acestea este folosită la mecanismele de ridicat-coborît din industria minieră, la frinarea motoarelor asincrone în scurtcircuit unde aplicarea frînării contracurent ar conduce la valori prea mari ale șocurilor de curent și deci a pierderilor, precum și la oprirea lină a vehiculelor.

În cazul motoarelor asincrone în scurtcircuit, pentru creșterea cuplului de frinare se poate aplica forțarea curentului de frinare continuu, mergînd pînă la de 3..4 ori valorile din tabelul de la pag. 270, prima coloană.

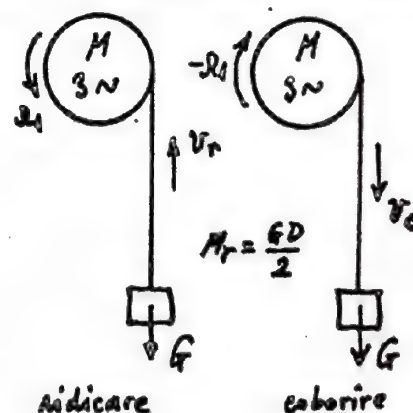
4.3.2.4. Frinarea recuperativă (suprasincronă).

Această metodă de frinare se poate aplica doar la viteze ale rotorului în același sens cu cîmpul învîrtitor, mai mari ca viteza acestuia, de sincronism, deci într-un regim de generator asincron. Așa cum s-a arătat la cap.3.2.6. pag.185, într-un asemenea regim de funcționare cuplul electromagnetic devine rezistent, deci frinant, iar mașina debitează putere activă în rețeaua de alimentare. Recuperarea energiei de frinare este un avantaj însemnat al metodei, dar ea nu se poate aplica pentru oprirea acțiunilor, ci doar pentru limitarea vitezei la valori constante peste cele de sincronism.

De exemplu, la coborîrea unor sarcini în mașinile de ridicat (fig.215), se poate folosi același motor ca la urcare, dacă i se inversează două faze, schimbînd deci sensul cuplului electromagnetic. În primele momente are loc o accelerare a vitezei de cădere, produsă de acțiunea cuplurilor însumate:

$$(627) \quad M + M_r = J \cdot \frac{d\Omega_2}{dt} \quad (\Omega_2 < \Omega_1)$$

care face ca viteza rotorului să crească. La atingerea vitezei de sincronism,



- Fig. 215 -

cuplul electromagnetic se anulează, dar cuplul sarcinii continuă să accelereze rotorul astfel că se trece la viteze $n_2 > n_1$.

$$(628) \quad M_r = J \frac{dn_2}{dt} \quad (n_2 > n_1)$$

În domeniul suprasincron, cuplul electromagnetic inversează de semn, astfel că avem:

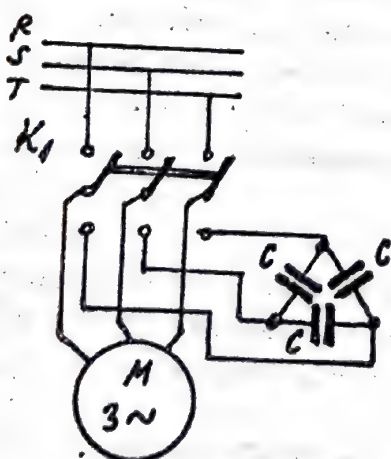
$$(629) \quad -M + M_r = J \frac{dn_2}{dt} \quad (n_2 > n_1)$$

și se stabilește un regim staționar la viteza suprasincronă la care cele două cupluri sînt egale. Prin reglarea valorii unui reostat trifazat conectat în rotor (dacă este bobinat), se poate regla comod orice viteză de coborîre peste cea sincronă (dacă avem $v_c > v_r$, fig. 215).

Deși permite recuperarea puterii active, metoda necesită consum de putere reactivă din rețea pentru întreținerea cîmpului învîrtitor, și prin urmare are factor de putere scăzut. Pentru viteze de coborîre subsincrone ea necesită motoare cu comutare a numărului de poli (se va vedea mai departe la reglarea vitezei), sau sisteme de comandă cu variația frecvenței de alimentare.

4.3.2.5. Frînarea condensatorică.

Pentru a realiza acest tip de frînare, înfășurarea statorică se decuplează de la rețea și se conectează la o baterie de condensatoare (fig. 216). Mașina trece în regim de generator asincron cu autoexcitație (a se vedea mai departe la cap. 6.1-2) pag. 309), cuplul electromagnetic fiind rezistent.



-fig. 216-

Pentru aceasta mașina trebuie să aibă un magnetism remanent suficient, iar capacitatea condensatoarelor să fie de valoare ridicată.

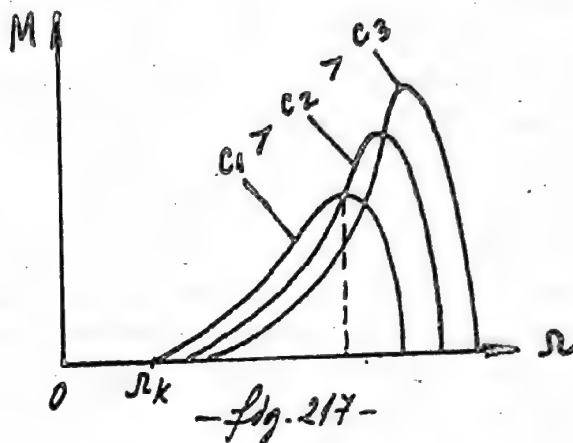
Dezavantajul metodei constă în faptul că sub o anumită viteză critică n_{ck} , ce depinde de parametrii motorului și ai bateriei de condensatoare, cuplul electromagnetic se anulează, acțiunea de frînare fiind efi-

cientă numai în zona vitezelor $R_K < R < R_1$. Se poate arăta (se omite demonstrația) că cuplurile de frinare depind de viteza rotorului și capacitatea condensatoarelor de frinare, după curbe ca cele din fig. 217. viteza critică fiind:

$$(630) R_K = R_1 \left(1 + \frac{R_2'}{R_1} \right) \times$$

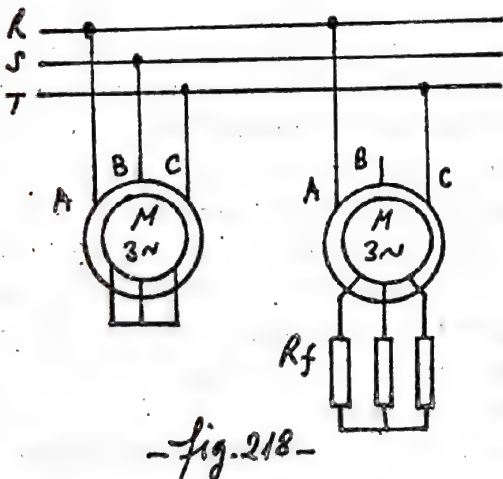
$$\times \sqrt{\frac{X_c}{X_{10} + X_{20}'}}$$

Avantajul esențial al acestei metode, constă în absența oricărei surse exterioare de energie electrică, de aceea ea este o metodă de rezervă, în caz de avarii în sistemele de alimentare.



4.3.2.6. Frinarea monofazată (subsincronă).

Metoda aceasta de frinare se bazează pe proprietățile mașinii alimentate nesimetric în stator, ca de exemplu în fig. 218 unde trecerea la regimul de frinare se face prin întreruperea unei faze (B), simultan cu introducerea în rotor (obligatoriu, după cum vom vedea) a trei rezistențe egale pe cele trei faze R_f .



În regimul nesimetric de alimentare a statorului, de exemplu după schema din fig. 219, în întregul rotor apare un câmp magnetic alternativ în timp și fix în spațiu, adică un câmp pulsatoriu, ca cel descris la cap. 2.2.8.

pag. 55 fig. 54, avînd o amplitudine a tensiunii magnetice ce rezultă din fig. 219 din planul electric:

$$(631) V_r = 2 V_A \sin 30^\circ = \sqrt{3} V_A = \sqrt{3} \left(\frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{k_w W_s}{p} \cdot I_1 \right)$$

Un astfel de câmp se descompune în două cîmpuri învîrtitoare

de amplitudini egale cu jumătate din amplitudinea cimpului pulsatoriu (a se vedea descompunerea (113)), care se rotesc în sensuri opuse în întrefierul mașinii, cu viteza de sincronism. Cum alunecarea față de cimpul invers este $2 - s$, cele două cupluri electromagnetice exercitate separat de fiecare din cele două cimpuri învârtitoare circulare, asupra rotorului, satisfac relația:

$$(632) \quad M_d(s) = M_i(2-s)$$

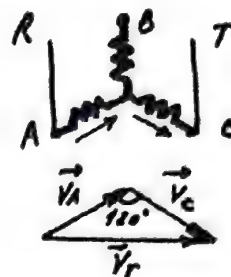
fiind de semne opuse. Cuplul rezultat asupra rotorului va fi:

$$(633) \quad M = M_d - M_i$$

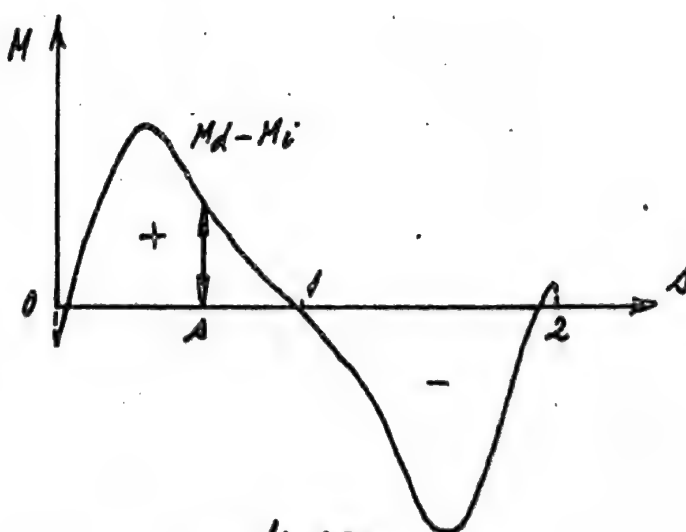
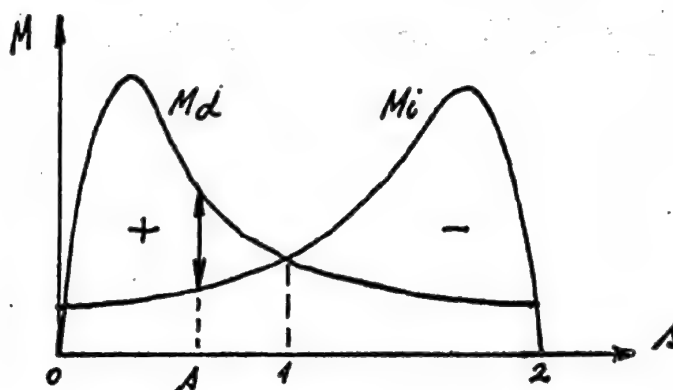
și pentru cazul caracteristicilor naturale (fără rezistențe conectate în serie cu fazele rotorice), rezultă grafic ca în fig. 220.

În aceste condiții cuplul rezultat rămâne în continuare activ, motorul funcționând cu o alunecare mărită, deci cu o viteză ceva mai redusă ca la funcționarea normală.

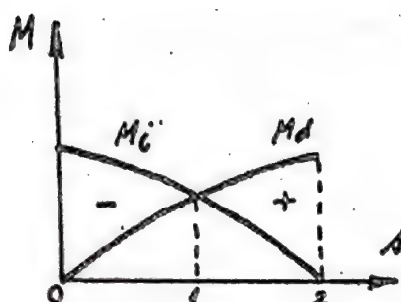
Pentru a obține un cuplu rezultat frinant, trebuie să mărim mult alunecarea critică prin introducerea de rezistențe în rotor (cele trei rezistențe R_f din figura 218), astfel ca cele două cupluri parțiale M_d și M_i să varieze cu alunecarea în sens direct așa ca în fig. 221 de pe pagina următoare.



- fig. 219 -

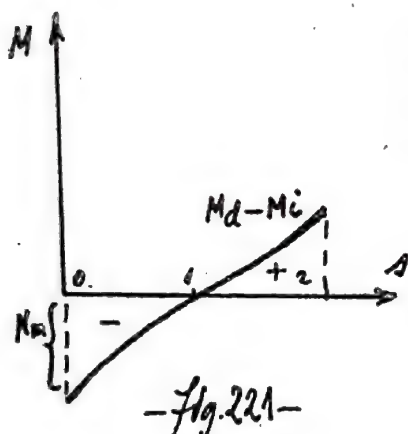


- fig. 220 -



Pentru valori suficient de mari ale rezistențelor R_f , curbele cuplurilor direct și invers funcție de alunecare vor fi practic liniare, astfel că și cuplul rezultat va depinde liniar de alunecare:

$$(634) M = (1-s)M_m = \frac{R}{R_1} M_m$$



Avem un cuplu de frinare asemănător cu cel dinamic, de la frinarea cu curent continuu în stator. De aceea această metodă nu poate servi pentru opriri la punct fix. În plus, ea nu se poate aplica decât mașinilor cu rotor bobinat (necesită mărirea lui R_2').

La fel ca la frinarea cu curent continuu, se pot folosi și alte scheme de alimentare nesimetrică.

Să mai observăm că dacă în funcționarea normală cuplul maxim nu depinde de R_2' în cazul frinării subsincrone valoarea ma-

ximă a cuplului M_m din (634) depinde substanțial de această rezistență. Ea scade cu creșterea rezistenței R_f (dacă bineînțeles $s_k > 2$).

4.4. Reglarea vitezei motoarelor asincrone.

4.4.1. Problemele reglării vitezei.

Foarte multe acționări electrice necesită posibilitatea de a modifica după dorință, în funcție de cerințele proceselor tehnologice, viteza mecanismului sau mașinii antrenate în mișcare. Această modificare nu trebuie confundată cu cea care are loc ca urmare a variației sarcinii (cuplului rezistent la ax) și care se face după caracteristica mecanică naturală a motorului. Este vorba de a acționa suplimentar asupra motorului, sau lanțului cinematic de transmisie, în vederea unor modificări radicale a vitezei (de exemplu care să modifice chiar viteza de mers în gol). Această acțiune se poate face o singură dată la punerea în funcțiune de către cel ce execută reglarea, sau poate fi efectuată continuu, în vederea varierii după o lege anumită a vitezei, manual sau automat. În acest ultim caz se spune că avem de a face cu o reglare automată a vitezei, cel mai sim-

plu' caz fiind cel în care se cere păstrarea unei viteze constante independent de variațiile sarcinii sau a altor factori perturbatori (sisteme de stabilizare a vitezei). Deoarece aceste probleme se studiază la alte cursuri (tehnica reglării automate) nu vom studia aici decât problemele reglării manuale, prin acțiuni singulare asupra părții electrice a acționării. Metodele electrice de stabilire după dorință a vitezei de acționare, au avantaje importante asupra celor mecanice cum ar fi: simplificarea schemei cinematice de transmitere a mișcării, îmbunătățirea indicilor tehnico-economi, comoditatea executării manevrelor etc..

Pentru a putea compara între ele diferite metode de reglare a vitezei, în sensul arătat mai înainte, se folosesc o serie de criterii cum ar fi:

1) - intervalul de reglare! - care indică limitele între care se poate varia viteza, de obicei date sub formă de fracție:

$$(635) \quad \mu = \frac{R_{max}}{R_{min}}$$

Metodele actuale permit obținerea de valori mergând pînă la $\mu = 200/1$ și chiar mai mult !

2) - finețea reglării - este caracterizată prin numărul de trepte în care se subdivide domeniul reglării și prin raportul dintre două viteze cele mai apropiate:

$$(636) \quad K_f = \frac{R_i}{R_{i-1}}$$

În cazul reglărilor continue, cînd viteza este variată prin acțiunea asupra unui parametru ξ , finețea este caracterizată de raportul adimensional:

$$(637) \quad K_f = \left(\frac{\xi_{max} - \xi_{min}}{\xi_n} \right) / \left(\frac{R_{max} - R_{min}}{R_n} \right) \quad (\text{cît mai mare})$$

valorile ξ_n și R_n corespunzînd de obicei mijlocului intervalului de reglare continuă, sau punctului nominal.

3) - sensul reglării! - se determină în raport cu viteza nominală, sau cea de mers în gol (la motorul asincron se determină în raport cu viteza de sincronism); putem avea reglare unizională (fie numai în sens crescător, fie numai în sens descrescător) sau bizonală (reglare în ambele sensuri)

4) - stabilitatea reglării - caracterizează variațiile de

viteză provocate de variațiile de sarcină și este dată de rigiditatea caracteristicii mecanice corespunzătoare condițiilor de funcționare la viteza considerată:

$$(638) \quad K_B = \frac{\Delta \Omega}{\Delta M}$$

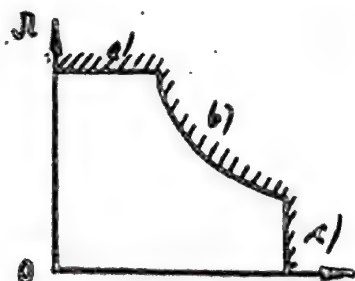
rigiditatea fiind cît mai mare cu cît K_B este de valoare mai apropiată de zero.

5) - economicitatea reglării - este caracterizată de investițiile și lucrările capitale necesare, de complexitatea și dificultatea exploatării și mai ales de pierderile de putere produse datorită sistemului de reglare ΔP . Se poate defini un randament al reglării prin expresia:

$$(639) \quad \eta_r = \frac{P_2}{P_2 + \Delta P}$$

în care P_2 este puterea dezvoltată la ax, în condițiile valorii reglate a vitezei axului Ω . Valoarea (639) poate varia cu viteza reglată în anumite limite, astfel că de multe ori trebuie determinată o valoare medie pe un interval de timp dat (de ex. un ciclu de exploatare), folosind în locul puterilor, energiile corespunzătoare.

6) - valorile admisibile ale puterii și cuplului - caracterizează sistemul de reglare din punct de vedere al încălzirii motorului și din punct de vedere al altor solicitări (ex. reacția indusului, comutația la mașini de curent continuu etc.). Există reglări limitate de puterea utilă la ax și reglări limitate de cuplul de sarcină. Toate limitările existent conduc la stabilirea diagramei permise vitezei mașinii în planul caracteristicilor mecanice - fig. 222 - curba a) determină de exemplu limitarea superioară a vitezei din motive de solicitare



-fig. 222- M

la forțe centrifuge, sau forțe de inerție în mecanismul acționat, curba b) determină puterea utilă maxim admisibilă, iar curba c) determină cuplul maxim admis de organele de cuplaj și transmisie.

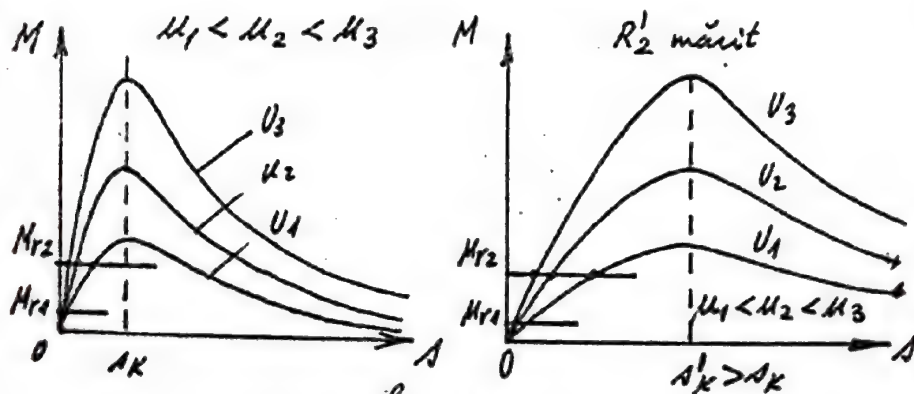
7) - siguranța în funcționare - este de foarte multe ori un criteriu fundamental de alegere a metodei de reglare.

Problema reglării vitezei motoarelor asincrone nu este încă rezolvată la nivelul performanțelor obținute cu alte tipuri de mașini electrice, în principal cele de curent continuu. Ea reprezintă principalul dezavantaj al acestui tip de mașină electrică, împreună cu imposibilitatea obținerii la frecvențe de 50 Hz, a unor viteze peste 3000 rot/min. Cu toate acestea există un număr de metode de reglare destul de ridicat, mergând de la cele mai simple până la cele mai complexe.

4.4.2. Metode de reglare a vitezei.

4.4.2.1. Variația tensiunii la bornele motorului.

La variația tensiunii pe fază aplicată înfășurării statore, caracteristicile cuplului electromagnetic funcție de alunecare se modifică conform fig. 147, fiind posibilă pe această cale o reglare a vitezei. Pentru obținerea tensiunii reglabile, se intercalează între rețeaua de alimentare și motor un transformator, autotransformator, o bobină de reactanță sau un reostat trifazat, toate reglabile în limite suficient de largi. Metoda este ineficăce dacă sarcina motorului este redusă (așa cum este cazul cuplului rezistent constant M_{r1} din fig. 223), fiind cu atât mai eficăce cu cât este mai mare sarcina motorului (cazul cuplului M_{r2}) sau cu cât este mai mare rezistența rotorului R'_2 (a se vedea fig. 223)



-fig. 223-

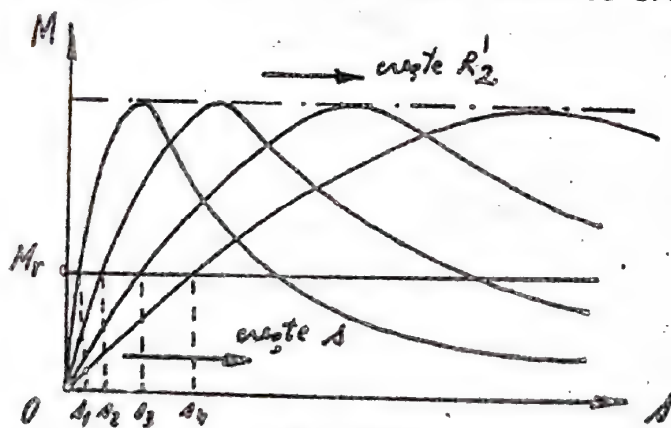
Intervalul de reglare în care se păstrează stabilitatea statică este evident $0 < s < s_k$ adică pentru viteze, între cea de sincronism la mers în gol și viteza critică $(1 - s_k) R_1$, deci un interval restrîns de reglare. În acest interval viteza crește cu

creșterea tensiunii aplicate statorului, variind în limite foarte apropiate (reglare de mare finețe). Un mare dezavantaj al metodei îl constituie scăderea capacității de suprasarcină $\lambda = M_m/M_n$ cu tensiunea, datorită variației cuplului maxim cu pătratul tensiunii aplicate (formula (439) de la pag.190). La scăderi ale tensiunii se poate ajunge la desprinderea motorului (cuplul maxim scade sub valoarea cuplului rezistent și motorul se frinează până la oprire, trecînd în regim de avarie).

Datorită dezavantajelor arătate aplicarea metodei este limitată.

4.4.2.2. Variația rezistenței din rotor.

Metoda se bazează pe aspectul familiei de curbe $M = M(s)$ la diferite valori R_2' , din fig.147 dreapta. Spre deosebire de reostatul de pornire care este calculat pentru o funcționare de scurtă durată, reostatul folosit pentru reglarea valorii vitezei trebuie să fie calculat la un regim permanent de funcționare, de aceea el este de dimensiuni mai mari și are variație continuă a valorii rezistenței (sau un număr foarte mare de trepte). Metoda servește la reglarea vitezei în sens descrescător (subsincron), fiind mai eficientă la sarcini mari, la fel ca cea anterioară. Spre deosebire însă de metoda bazată pe variația tensiunii, această metodă nu modifică cuplul maxim, deci nu afectează capacitatea de suprasarcină, iar limitele de reglare sînt mai largi ($0 < s < s_1$). După cum se vede din fig.224 viteza rotorului scade cu creșterea lui R_2' .



-fig. 224-

Metoda are însă următoarele dezavantaje:

- necesită un reostat special, greoi, în care se disipă o energie considerabilă

- este o metodă neeconomică, însoțită de mari pierderi, care la putere la ax constantă cresc rapid cu creșterea alunecării după relația:

$$(640) \quad p_{ax2} = \frac{s}{1-s} P_m \approx \frac{s}{1-s} P_2$$

- variația vitezei este însoțită de o scădere a rigidității caracteristicilor mecanice, fapt ce limitează intervalul de reglare la 3:1

Metoda este indicată pentru acționări la cuplu constant sau la cuplu "ventilatoric", cu caracteristică de tip:

$$(641) \quad M = M_0 + (M_n - M_0) \left(\frac{n}{n_n} \right)^2$$

4.4.2.3. Variația numărului de poli ai cîmpului.

Deoarece viteza rotorului este:

$$(642) \quad n_2 = (1-s) n_1 = (1-s) \frac{\omega_1}{p} = (1-s) \frac{2\pi f_1}{p}$$

fiind foarte apropiată de cea de sincronism, rezultă că orice modificare a acesteia din urmă va conduce la modificări practic proporționale ale vitezei rotorului.

O metodă de modificare a lui n_1 este schimbarea lui p , adică a numărului de perechi de poli ai cîmpului magnetic învîrtitor. Cum p este număr întreg, el nu poate fi variat decît prin multipli fracționari sau întregi, de unde reiese clar că metoda este o reglare în trepte a vitezei. Deoarece numărul de poli ai celor două înfășurări statorică și rotorică trebuie să fie identic, pentru a nu complica execuția mașinii, metoda aceasta se aplică numai la mașini asincrone cu rotorul în scurtcircuit.

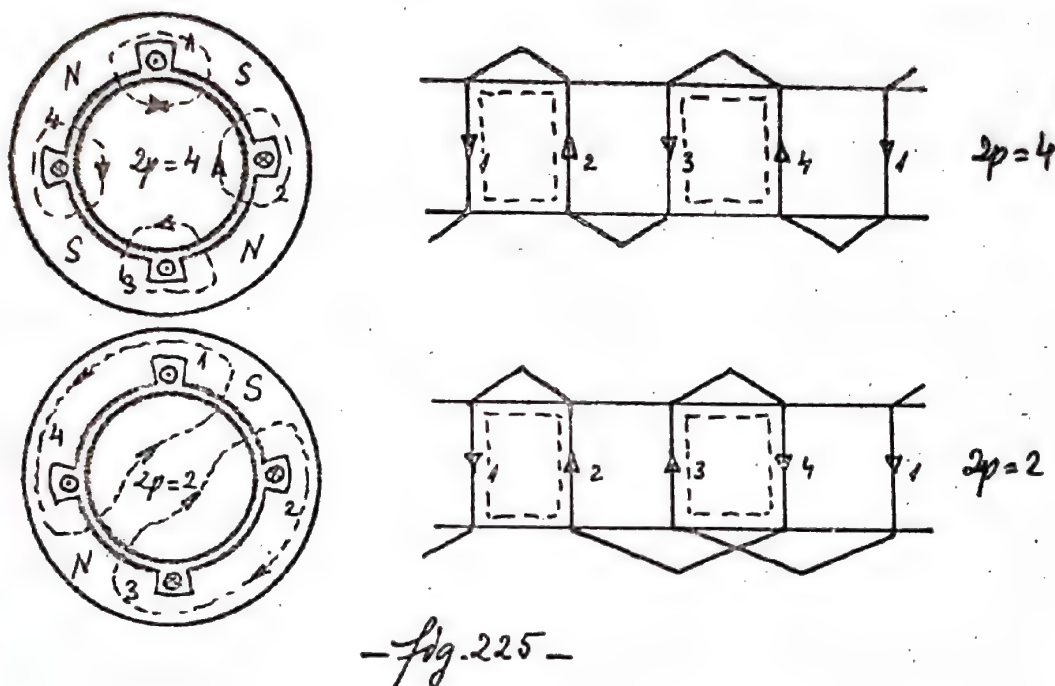
Modificarea numărului de poli ai cîmpului magnetic inductor se poate face în principiu pe două căi:

a)- prevăzînd armătura statorică cu două înfășurări distincte cu $p_1 = p_2$, soluție preferată la valori mari p_1/p_2 :

b)- folosind o singură înfășurare statorică, dar cu posibilitatea de comutare a secțiilor după anumite scheme, soluție preferată cînd $p_1/p_2 = 2:1$.

Indiferent de soluția adoptată, este important ca la trecerea de la un număr de poli la altul, sensul de rotație al mașinii să nu se modifice, lucru ce trebuie avut în vedere la realizarea conexiunilor, mai ales în cazul b) anterior. La dimensionarea mașinii trebuie de asemenea ținut seama de faptul că la viteze mici, eficacitatea răcirii cu ventilatorul propriu de pe axul rotorului este mai scăzută.

Performanțele mașinii variază în general la trecerea de la un număr de poli la altul, fie ca urmare a schimbării înfășurării statorice, fie ca urmare a schimbării condițiilor de alimentare produse prin trecerea la o altă schemă. Înainte însă de a studia acest aspect, să vedem mai întâi care este principiul de realizare cu o aceeași înfășurare, a unui număr de poli diferiți în raport de 2 la 1. Pentru aceasta fiecare fază a înfășurării trifază-



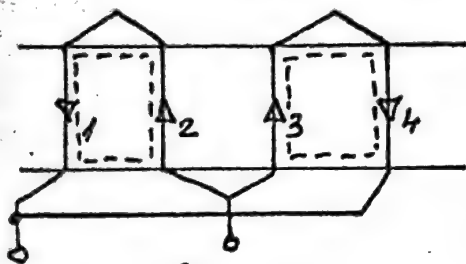
-fig.225-

te se împarte în două jumătăți identice, cu capetele scoase la cutia de borne, care se conectează din exterior cu cleme potrivite sau cu sisteme de contacte comandate manual sau automat, astfel ca sensul curenților prin laturile de bobine să poată fi ales conform numărului de poli impus. În fig.225 de mai sus, se arată cum se realizează acest lucru pentru o fază, redusă în cazul cel mai simplu la două bobine: 1-2 și 3-4. Inserind bobinele fazei ca în partea de sus a figurii, se realizează un cîmp cu $2p=4$ poli. Inversînd sensul de parcurgere a curentului prin bobina 3-4, se realizează un cîmp cu $2p=2$ poli, așa cum se arată în partea de jos a figurii.

Dacă în primul caz pasul înfășurării este $y=6$, în cel de-al doilea caz se vede că pasul a devenit $y=\frac{1}{2} \cdot 6$, deci foarte scurtat, ceea ce are efecte negative economice și tehnice (din punct de vedere al reducerii armonicilor spațiale superioare). Pentru a

obține rezultate bune privind forma de undă a tensiunii magnetice pentru ambele cazuri de numere de poli, se preferă de multe ori ca pasul pentru număr mare de poli să fie alungit (de ex. $\gamma/\tau = 1,4$) pentru numărul mic de poli rezultând un pas scurtat (de ex. 0,7 pt. valoarea considerată anterior).

Realizarea numărului mic de poli se poate face și prin conectare în paralel a secțiunilor de înfășurare din fig. 225, așa cum se



-fig. 226-

arată în fig. 226 alăturată. În cazul acesta, evident performanțele obținute vor fi altele decât la legarea în serie.

Pentru a vedea cum variază performanțele pe partea mecanică cu schimbarea numărului de poli, vom considera cele două mărimi fundamentale cuplul și viteza, le-

gate prin caracteristica mecanică.

Cuplul maxim dezvoltat, care determină și capacitatea de suprasarcină λ a motorului, este dat de relația:

$$(643) \quad M_m \cong \frac{3 U_1^2}{2 \Omega_1 (X_{1\sigma} + X'_{2\sigma})} = \frac{3 U_1^2}{2 \Omega_1 X_{\sigma K}}$$

Deoarece $\Omega_1 = \omega_1 / p$ iar $X_{1\sigma} + X'_{2\sigma} = X_{\sigma K} = Ct. \frac{(k_w W_1)^2}{p}$, rezultă că cuplul maxim este proporțional cu:

$$(644) \quad \underline{M_m = Ct. \frac{p^2 U^2}{(k_w W)^2}}$$

în care în vederea relațiilor ce vor urma, s-a omis indicele 1 referitor la stator.

Alunecarea critică este:

$$(645) \quad s_K \cong \frac{R'_2}{X_{1\sigma} + X'_{2\sigma}} \quad \text{deci} \quad \underline{s_K = Ct. \frac{p}{(k_w W)^2}}$$

De tensiune este legată și valoarea inducției magnetice, prin relațiile:

$$(646) \quad U \cong E = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f \cdot (k_w W) \Phi_c$$

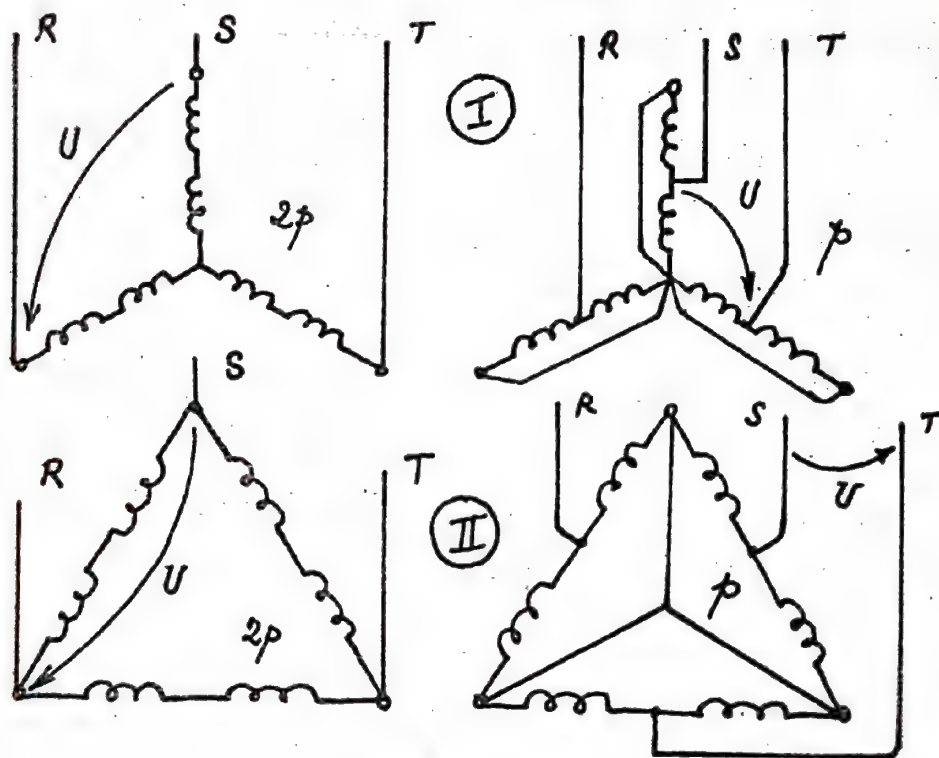
$$(647) \quad \Phi_c = \frac{2}{\pi} \tau l B_m = \frac{2}{\pi} \left(\frac{\pi D}{2p} \right) l B_m$$

din care rezultă:

$$(648) \quad \underline{\underline{B_m = ct. \cdot \frac{p \cdot U}{k_w W}}}$$

Formulele prezentate permit aprecierea performanțelor prin comparație, precum și verificare modului în care variază sollicitarea magnetică a mașinii. Sollicitarea termică se verifică prin curentul din secții, care trebuie să nu depășească valoarea nominală.

În fig. 227 se arată două scheme de comutare de la simplu la dublu, a numărului de poli, folosind o aceeași înfășurare.



-Fig. 227-

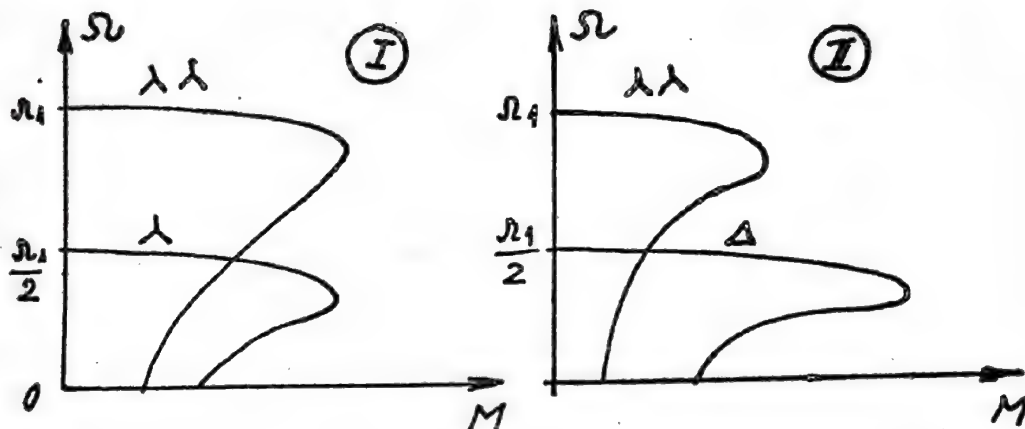
Schema notată pe figură cu I, din jumătatea de sus, este devenită clasică (așa numita schemă stea-dublă stea sau schema lui Dahlander) și se folosește la acționări cu cuplu constant. Pentru a vedea aceasta, să scriem puterile absorbite din rețea în cele 2 cazuri, presupunând curenții egali cu cei nominali:

$$(649) \quad \begin{cases} P_{\lambda} = \sqrt{3} \cdot U \cdot I_n \cdot \cos \varphi_{\lambda} \\ P_{\lambda\lambda} = \sqrt{3} \cdot U (2 I_n) \cos \varphi_{\lambda\lambda} \end{cases}$$

Dacă presupunem factorii de putere sensibil egali, iar randamentele de asemenea, rezultă pentru cupluri relația:

$$(650) \quad \frac{M_{\lambda}}{M_{\lambda\lambda}} \cong \frac{P_{\lambda}}{P_{\lambda\lambda}} \cdot \frac{\eta_{\lambda\lambda}}{\eta_{\lambda}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{1} = 1$$

Schema realizează caracteristici mecanice ca cele din fig.228 stînga, avînd aceleași cupluri maxime și rigidități foarte apropiate.



-fig.228-

Pentru cealaltă schemă notată pe fig.227 cu II (jumătatea de jos) avem pentru puteri relațiile:

$$(651) \quad \begin{aligned} P_{\Delta} &= \sqrt{3} \cdot U (\sqrt{3} \cdot I_n) \cos \varphi_{\Delta} \\ P_{\lambda\lambda} &= \sqrt{3} U (2 I_n) \cos \varphi_{\lambda\lambda} \end{aligned}$$

din care rezultă:

$$(652) \quad \frac{P_{\Delta}}{P_{\lambda\lambda}} = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,86 \approx 1$$

adică schema este indicată la acționările la putere constantă, ea realizînd caracteristici ca cele din fig.228 dreapta.

Rezultatele indicate au caracter aproximativ servind numai pentru orientare generală.

Motoarele asincrone cu mai multe viteze pot realiza prin folosirea mai multor înfășurări și a comutării secțiilor acestora viteze mergînd pînă la B : 1 , ca de exemplu: 3000/1500/750/375 rot/min.

4.4.2.4. Variația frecvenței din stator.

Posibilitatea reglării vitezei prin variația frecvenței tensiunii de alimentare din stator, rezultă din relațiile:

$$(653) \quad \begin{cases} \Omega_2 = (1-s) \Omega_1 \\ \Omega_1 = \frac{\omega_1}{p} = \frac{2\pi f_1}{p} \end{cases}$$

Cum alunecarea este mică, viteza rotorică Ω_2 este foarte apropiată de viteza de sincronism, astfel că dacă variem pe aceasta din urmă, de data aceasta printr-o variație continuă a frecvenței f_1 , viteza va varia practic proporțional, obținând un reglaj fin și în limite largi.

Dacă variem numai frecvența, în sensul reducerii vitezei, se poate ca la valori mici ale acesteia să se producă saturația accentuată a circuitului magnetic al mașinii, însoțită de creșterea pierderilor (deci scăderea randamentului), scăderea factorului de putere (deoarece crește componenta magnetizantă a curentului) și încălzirea accentuată a mașinii. În adevăr, acest lucru rezultă din:

$$(654) \quad U_1 \approx \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f_1 k_w W_1 \phi_m = \text{const.} \cdot f_1 \cdot \phi_m$$

Din aceste motive, se preferă reglarea simultană a frecvenței și tensiunii, astfel ca să avem:

$$(655) \quad \frac{U_1}{f_1} = \text{const.}$$

În aceste condiții nici cuplul maxim și deci nici capacitatea de suprasarcină nu au de suferit, căci avem:

$$(656) \quad M_m \approx \frac{3 U_1^2}{2 \Omega_1 (X_{1s} + X_{2s})} = \text{const.} \cdot \left(\frac{U_1}{f_1} \right)^2$$

La frecvențe de ordinul 10 Hz, relația (654) nu mai este așa de precisă, trebuind înlocuită prin:

$$(657) \quad \underline{U}_1 = -\underline{E}_1 + (R_1 + jX_{1s}) \underline{I}_1$$

deci la frecvențe ceva mai mici, este bine ca tensiunea să scadă mai puțin decât frecvența!

Alunecarea critică este:

$$(658) \quad s_K \approx \frac{R_2'}{X_{1r} + X_{2r}'} = \frac{\text{const.}}{f_1}$$

Deși cuplul maxim pare să rămână constant (formula anterioară (656) este numai aproximativă), odată cu scăderea frecvenței el tinde să scadă puțin, fapt ce reiese mai bine din expresia generală a cuplului:

$$(659) \quad M = \frac{3R_2' U_1^2}{s \Omega_1 \left[\left(R_1 + c \frac{R_2'}{s} \right)^2 + (X_{1r} + cX_{2r}')^2 \right]}$$

Dacă punem ca factor de reglare, prin definiție, mărimea adimensională:

$$(660) \quad \gamma = \frac{f}{f_n}$$

avem, ținând seama și de (655), relațiile:

$$(661) \quad \Omega = \gamma \Omega_1, \quad U = \gamma \cdot U_1, \quad X_{\sigma K} = \gamma \cdot X_{\sigma K_1}$$

și atunci (658) se mai poate scrie:

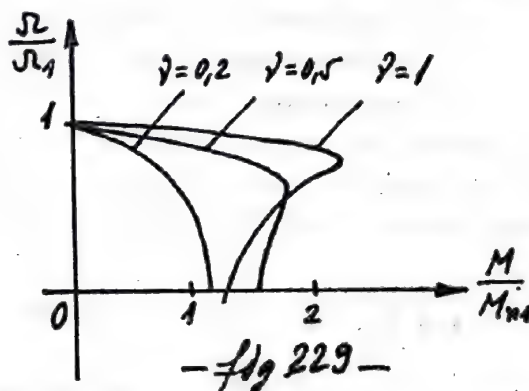
$$(662) \quad M = \frac{3R_2' U_1^2}{\gamma \Omega_1 \left[\left(R_1 + c \frac{R_2'}{\gamma} \right)^2 + X_{\sigma K_1}^2 \right]}$$

În fig.229 sînt trasate trei curbe caracteristice mecanice $\Omega = f(M)$ pentru 3 valori ale lui γ , din care se vede că rigiditatea caracteristicii scade cu scăderea lui γ . Cuplul maxim scade deosemena cu γ .

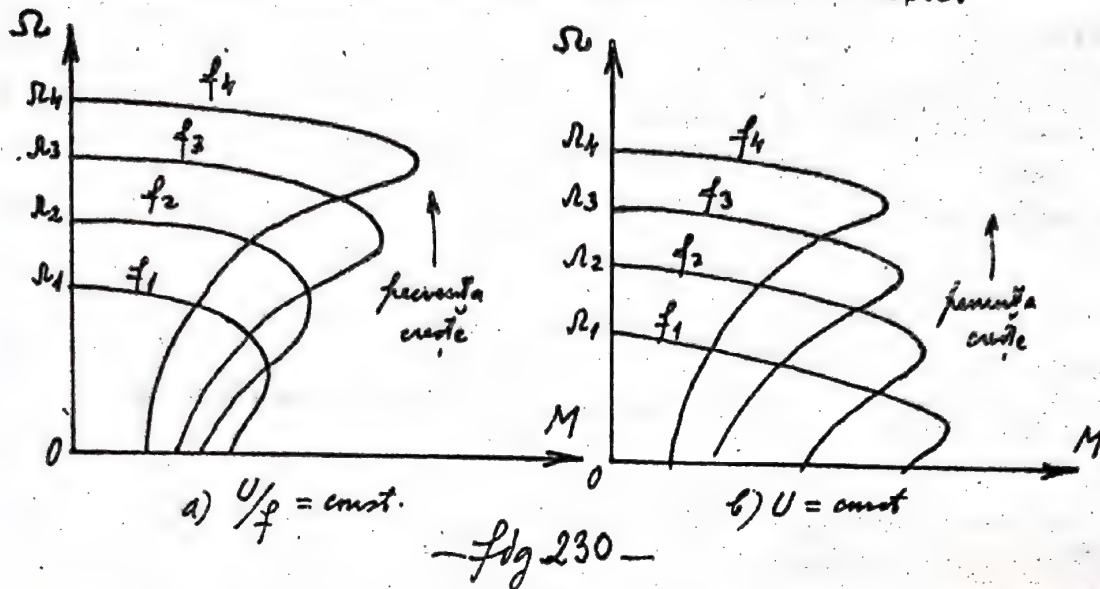
Aspectul general al familiei de curbe caracteristice mecanice la variația frecvenței cu îndeplinirea condiției (655), este redat în fig.230 stînga.

Acest tip de reglare este indicat pentru acționările la cuplu rezistent constant în zona turațiilor subsincrone.

Pentru acționări ce necesită putere constantă, la turații peste cea de sincronism normală (la 50 Hz), se folosește reglarea



prin varierea frecvenței la tensiune constantă. În acest caz curbele caracteristice mecanice arată ca în fig. 230 dreapta.



Metoda este avantajoasă, deoarece permite o reglare a vitezei continuă, cu un grad mare de finețe, în limite largi (10 : 1) și ceea ce este foarte important chiar și în sens superior (peste viteza de sincronism normală). Reglarea frecvenței este cea mai eficientă metodă de reglare a vitezei motoarelor asincrone, dar are dezavantajul esențial al necesității unei surse speciale de alimentare, care să poată realiza cerințele de reglare impuse.

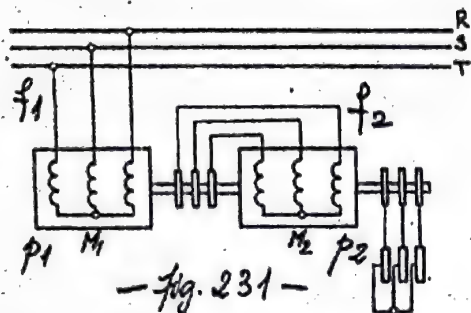
Astfel de surse de frecvență variabilă în limite largi, sînt de exemplu:

- 1 - generatoarele sincrone antrenate la viteze variabile
- 2 - generatoarele sincrone cu colector
- 3 - instalațiile convertizoare de frecvență cu tuburi ionice sau modern, cu tiristoare (cicloconvertoarele cu tiristoare, de exemplu)

În special ultimele sînt folosite pe scară din ce în ce mai largă, studiul lor fiind obiectul cursurilor de specialitate.

4.4.2.5. Cuplarea în cascadă.

O metodă de reglare în trepte a vitezei motoarelor asincrone este legarea în cascadă după schema din fig. 231, a două motoare aflate pe același ax, sau cuplate prin reductor (siguranță mai mică în funcționare). Se observă că statorul celei de a doua mașini este alimentat din rotorul primei mașini.



Ideia legării în cascadă este de a folosi puterea pierdută în reostatul de reglare rotoric în mod normal, pentru a alimenta cu ea un alt motor și a o transforma din nou în putere utilă la ax.

Conectarea celor două mașini se face astfel ca cuplurile lor să se adune. Pentru o eficacitate mare a reglării

este indicat ca numărul de poli ai celor două mașini să fie diferit, așa cum vom vedea îndată.

Viteza de sincronism a primului motor este:

$$(663) \quad n_{11} = \frac{60f_1}{p_1}$$

iar frecvența curenților rotorici este:

$$(664) \quad f_2 = s \cdot f_1 = \frac{n_{11} - n}{n_{11}} f_1$$

în care n este viteza axului cascadei. Din aceste două expresii va rezulta frecvența f_2 :

$$(665) \quad f_2 = \frac{p_1(n_{11} - n)}{60}$$

Viteza de sincronism a celui de-al doilea motor este:

$$(666) \quad n_{12} = \frac{60f_2}{p_2} = \frac{p_1}{p_2} (n_{11} - n)$$

Dacă neglijăm alunecarea, putem scrie cu aproximație:

$$(667) \quad n \approx n_{12} = \frac{p_1}{p_2} (n_{11} - n)$$

din care ținând seama și de (663), rezultă:

$$(668) \quad n = \frac{60f_1}{p_1 + p_2}$$

În afara acestei viteze, putem obține alte două, când motoarele funcționează fiecare separat:

$$(669) \quad \underline{n_I = \frac{60f_1}{p_1}} \quad \underline{n_{II} = \frac{60f_1}{p_2}}$$

Astfel, cu două motoare având $p_1=4$ și $p_2=6$ se obțin la $f_1=50$ Hz următoarele trei viteze:

$$n = 300 \text{ rot/min} ; n_I = 750 \text{ rot/min} ; n_{II} = 500 \text{ rot/min}$$

Obținem o reglare în trepte destul de apropiate. Folosind motoare cu număr comutabil de poli, precum și reductoare, se pot multiplica posibilitățile de obținere a mai multor trepte de viteze.

În ceea ce privește contribuția fiecărei mașini la puterea mecanică comună dezvoltată la axul cascadei, avem pentru puterea mecanică la axul primei mașini:

$$(670) \quad P_{m1} = (1-s_1)P_{e1}$$

Puterea "de alunecare" $s_1 \cdot P_{e1}$ se disipă parțial în rotorul primei mașini și restul este cedat celei de-a doua mașini:

$$(671) \quad s_1 P_{e1} = p_{cu21} + P_2$$

Puterea mecanică la axul celei de-a doua mașini va fi:

$$(672) \quad P_{m2} = (1-s_2)P_{e2} = (1-s_2)(P_2 - p_{cu12} - p_{R12}) = \\ = (1-s_2)(s_1 P_{e1} - p_{cu21} - p_{cu12} - p_{R12})$$

Neglijând pierderile din ultima paranteză, avem:

$$(673) \quad \frac{P_{m1}}{P_{m2}} \approx \frac{(1-s_1)P_{e1}}{(1-s_2)s_1 P_{e1}} = \left(\frac{1}{s_1} - 1\right) \frac{1}{1-s_2} = \frac{n}{n_H - n} \cdot \frac{n_{12}}{n} = \\ = \frac{p_1}{p_2} \cdot \frac{n_{12}}{n} \approx \frac{p_1}{p_2}$$

neglijarea factorului n_{12}/n compensând parțial eroarea făcută la neconsiderarea pierderilor din (672). Contribuția fiecărei mașini la puterea totală la axul cascadei se face deci proporțional cu numărul de poli ai mașinii.

Față de un motor asincron echivalent, cascada prezintă neajunsuri importante:

- curentul de mers în gol este mai mare la cascadă (este necesar pentru magnetizarea ambelor mașini !)

- curentul de scurtcircuit al cascadei este mai mic, deoarece cele două mașini sînt în serie

Rezultă că diagrama loc geometric pentru curentul absorbit din rețea se află în interiorul diagramei corespunzînd motorului echivalent, deci lacurenți absorbiți mai mari ca cei ai motorului echivalent, cascada va da cupluri mai mici, deci avem performanțe inferioare motorului echivalent.

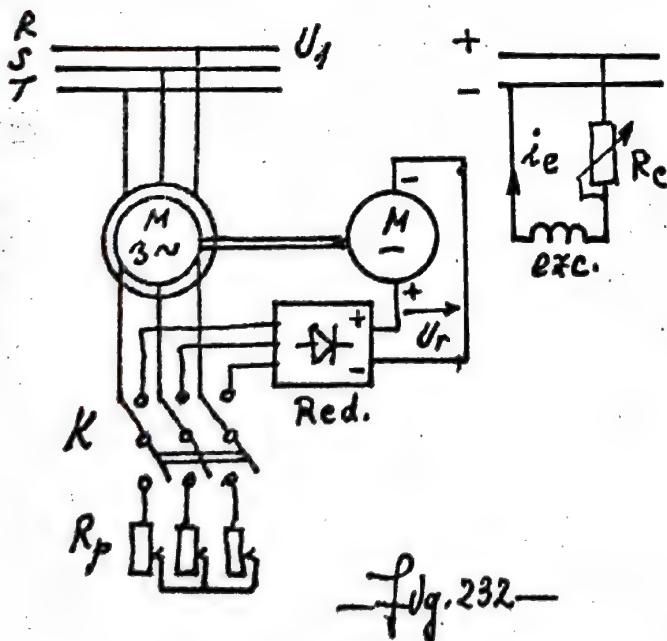
Cele spuse, limitează folosirea cascadei numai pentru cazuri cu totul speciale.

Mult mai răspîndite și mai avantajoase sînt cascadele realizate cu mașini de curent continuu sau redresoare și invertoare cu diode și tiristoare comandate. Acestea folosesc puterea de alunecare s.p. din rotorul motorului asincron, recuperînd-o în două moduri posibile:

- a)- pe cale mecanică, la axul mașinii (cascada Krämer), folosind un motor de curent continuu cuplat pe acelaș ax cu cel asincron ;
- b)- pe cale electrică, trimițînd în rețeaua de alimentare puterea recuperată (cascada Scherbius), folosind invertoare comandate cu tiristoare.

a) Cascada Krämer

Schema cascadei este dată în fig.232 ,motorul asincron fiind



cuplat pe acelaș ax cu un motor de curent continuu, în mod adițional (cuplurile se însumează).

Motorul de curent continuu este alimentat prin redresorul trifazat (de obicei în punte dublă) notat cu Red pe figură, de la t.e.m. indusă în rotorul motorului asincron, fiind excitat astfel ca t.e.m. indusă în motorul de curent continuu să fie în opoziție cu cea a redresorului. (a se vedea polaritățile indicate pe

figură). Pentru pornirea cascadei, comutatorul tripolar K se află

conectat pe reostatul de pornire R_p , obișnuit al motorului asincron, cu ajutorul căruia se efectuează pornirea motorului. Excitînd motorul de curent continuu se verifică polaritatea tensiunii produse de acesta la bornele redresorului, în caz contrar schimbînd fie legăturile la indus (rotor), fie pe cele ale circuitului de excitație. După scurtcircuitarea reostatului de pornire și după ce s-a redus curentul de excitație al motorului de curent continuu cu reostatul "de cîmp" R_C la valori minime, se trece brusc comutatorul K pe poziția de alimentare a redresorului, trecînd astfel la funcționarea în cascadă.

Reglarea vitezei se obține prin varierea curentului de excitație i_e cu ajutorul reostatului de cîmp R_C (la creșterea lui i_e se produce scăderea vitezei axului comun al celor două motoare). O justificare simplă se obține la mersul în gol, la care sînt posibile neglijarea căderilor de tensiune din mașini. Astfel, tensiunea la ieșirea redresorului este egală practic cu t.e.m. a mașinii de c.c. care așa cum vom arăta la capitolul respectiv, este funcție de fluxul magnetic Φ (produs de i_e) și de viteza axului Ω :

$$(674) \quad U_r \cong E = (k\Phi)\Omega$$

Pe de altă parte această tensiune provine din redresarea cu coeficientul respectiv k_R (pentru punte trifazată dublă este egal cu $3\sqrt{6}/\pi$) a t.e.m. rotorice în mișcare E_{2s} :

$$(675) \quad U_r = k_R \cdot E_{2s} = k_R \cdot s \cdot E_2 = k_R \left(1 - \frac{R}{R_1}\right) \frac{k_{w2} W_2}{k_{w1} W_1} E_1 \cong \\ \cong \alpha \left(1 - \frac{R}{R_1}\right) U_1$$

Din aceste două expresii, rezultă:

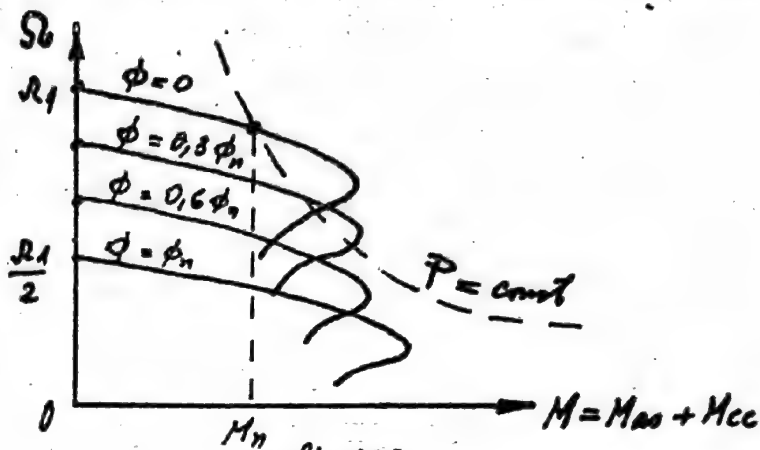
$$(676) \quad \Omega = \frac{R_1}{1 + \frac{k\Phi R_1}{\alpha U_1}} \cong \frac{R_1}{1 + \text{const. } i_e}$$

ultima expresie fiind valabilă doar pentru mașina de c.c. nesaturată.

Reglarea vitezei se face continuu, comod, cu pierderi mici, într-un interval destul de larg (practic dela viteza de sincronism, la o viteză egală cu jumătate din cea de sincronism). Familia de caracteristici mecanice se deplasează aproape paralel la variația fluxului de excitație, așa cum se arată în fig. 233.

Determinarea acestor caracteristici se poate face prin calcul punct cu punct, plecând de la schema echivalentă electrică din fig. 234. Pentru un flux

dat de excitație, se dau diferite valori alunecării s , rezultând t.e.m. în opoziție de la ieșirea redresorului și impedanțele de pe partea de curent alternativ. Pe baza calculului schemei de redresare, se deter-



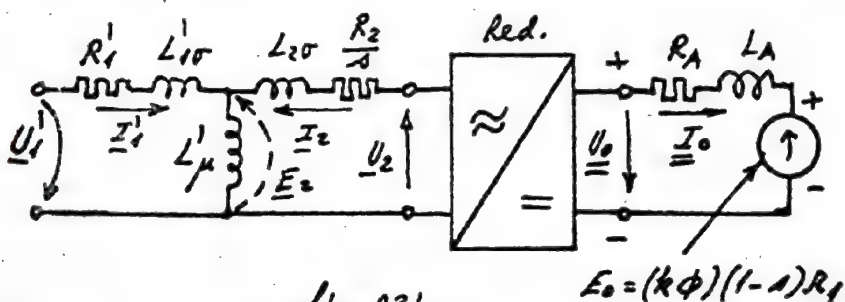
-fig. 233-

mină curenții și tensiunile din schemă, cu care se determină cuplurile la ax ale celor două mașini:

$$(677) \quad M_N = \frac{3 E_2 I_2 \cos \varphi_2}{R_1} = \frac{3 \operatorname{Re} \{ \underline{E}_2 \underline{I}_2^* \}}{R_1}$$

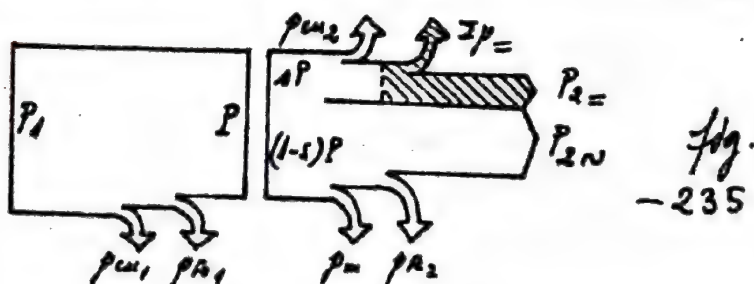
$$(678) \quad M_+ = (k\phi) I_0$$

Prin însumarea celor două cupluri precedente, se determină cuplul cascadei pentru alunecarea și fluxul de excitație considerat.



-fig. 234-

Bilanțul de puteri al cascadei rezultă din fig. 235.



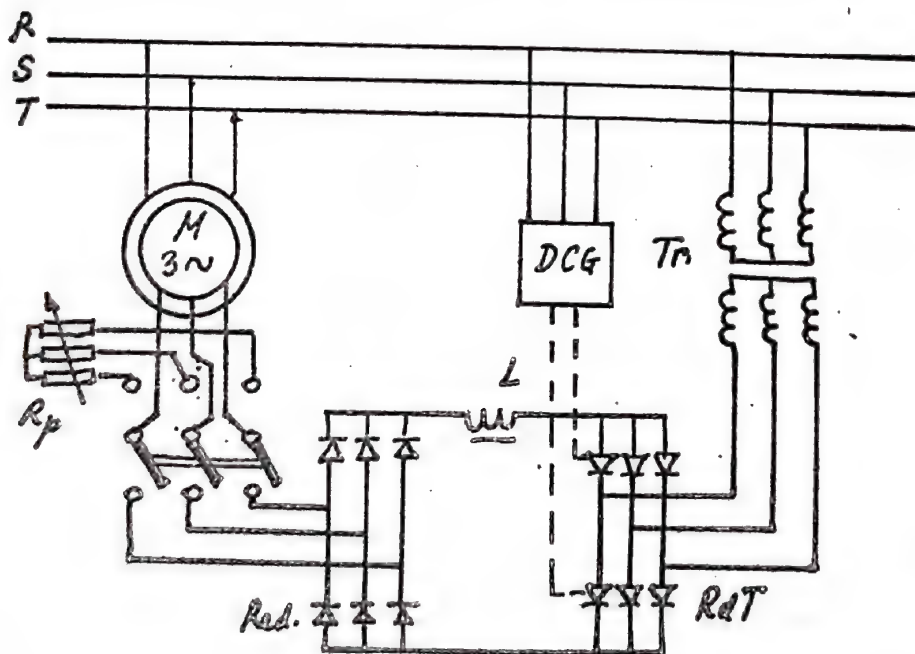
Partea hașurată din figură, corespunde pierderilor și puterilor din mașina de curent continuu. Dacă se neglijează pierderile, se constată că la putere absorbită constantă, cascada Krömer dă la arbore o putere mecanică constantă și invers. De aceea ea este indicată pentru acționările la putere mecanică constantă, șocurile de cuplu nefiind însoțite de șocuri de curent pe partea rețelei de alimentare. Domeniul de putere mecanică admisă, se află limitat în planul caracteristicilor mecanice de hiperbolă echilaterală desenată cu linie întreruptă pe fig. 233, care corespunde puterii mecanice maxim admisibile (respectiv, putere absorbită maximă).

Dacă ne limităm la funcționarea în zona de viteze amintită anterior ($1/2 \dots 1 \cdot n_1$), tot din fig. 235 se vede că puterea necesară pentru motorul de curent continuu este cam de 50 % din cea a motorului asincron.

Cascada Krömer se mai folosește la acționările ce necesită cupluri importante la viteze reduse, cum ar fi de exemplu morile de ciment, laminoarele de țevi și finisare etc..

b) Cascada Scherbius

În fig. 236 de mai jos, se dă schema de principiu a cascadei



-fig 236-

cu recuperare electrică a puterii de alunecare (Scherbius).

De data aceasta puterea de alunecare s.P este redresată și apoi transformată din nou în putere electrică la frecvența rețelei, cu ajutorul unui invertor cu tiristoare RDT. Pentru a obține o tensiune egală cu cea a rețelei, este necesar un transformator Tr de adaptare. În modul acesta, puterea este recuperată pe calea injectării ei din nou în rețeaua de alimentare. Reglarea vitezei cascadei se realizează din reglarea valorii unghiului de aprindere al tiristoarelor, cu ajutorul unui bloc de comandă special DCG, care generează impulsurile de comandă în mod sincronizat cu tensiunile trifazate de alimentare ale motorului.

Se poate arăta că familia de caracteristici mecanice se aseamănă cu cea din fig. 233, dacă în locul fluxului se ia ca parametru unghiul de aprindere. Atunci valorilor extreme $\phi = 0$ și $\phi = \phi_n$ le corespunde aproximativ $\alpha = 90^\circ$ și $\alpha = 150^\circ$.

La fel ca în cazul cascadei Krämer, zona de reglare este între viteza de sincronism și jumătate din ea, pentru a nu dimensiona la o putere prea mare redresorul, invertorul și transformatorul.

Spre deosebire de cascada Krämer, cascada Scherbius este indicată în acționări unde se cer cupluri mari la viteze mari (mecanisme cu caracteristică de tip ventilator), cum ar fi pompe centrifugale, suflante, ventilatoare, exhaustoare etc..

În încheierea trecerii în revistă a celor mai răspândite metode de reglare a vitezei motoarelor asincrone, trebuie remarcat faptul că nici-una din metodele expuse nu se bucură simultan de avantajul simplității, economicității și performanțelor ridicate de reglare, astfel că din punctul de vedere al reglării vitezei, motorul asincron este depășit de către motorul de curent continuu.

5. Unele probleme de exploatare a motorului asincron.

5.1. Determinarea parametrilor în regim staționar.

Pentru rezolvarea multor probleme puse în exploatare, este necesar să cunoaștem dacă nu exact, măcar cu aproximație, parametrii de regim staționar ai motorului, care nu sînt indicați nici pe plăcuța cu date nominale și nici în catalogul mașinii. Deoarece valorile parametrilor depind mult de frecvență (cei rotorici), se determină în general două seturi de valori, pentru alunecări mici și pentru alunecări mari.

a) Parametrii la alunecări mari.

Cuplul de pornire al motorului asincron rezultă din (429) funcție de curentul de pornire I_{2p}' :

$$(679) \quad M_p = \frac{3R_2' I_{2p}'^2}{\Omega_1}$$

Dacă ținem seama de ordinul de multiplicitate al curentului la pornire (552) și de faptul că $P_n = M_n \cdot \Omega_n$ avem:

$$(680) \quad R_2' = \frac{M_p \Omega_1}{3 I_{2p}'^2} \approx \frac{m_p M_n \Omega_1}{3 i_p^2 I_{in}^2} = \frac{m_p (M_n \Omega_n) \Omega_1}{3 i_p^2 \Omega_n I_{in}^2}$$

adică:

$$(681) \quad R_2' = \frac{m_p \cdot P_n}{3 i_p^2 (1-s_n) I_{in}^2}$$

Impedanța de scurtcircuit este:

$$(682) \quad Z_{1K} = \frac{U_{1n}}{\sqrt{3} \cdot I_{1p}} = \frac{U_{1n}}{\sqrt{3} \cdot i_p \cdot I_{in}}$$

Rezistența globală de scurtcircuit este cu aproximație:

$$(683) \quad R_{1K} \approx R_1 + R_2' \approx 2R_2'$$

Rezultă atunci reactanța globală de scurtcircuit:

$$(684) \quad X_{1K} = \sqrt{Z_{1K}^2 - R_{1K}^2}$$

Cu aproximație, se poate considera:

$$(685) \quad X_{10} \approx X_{20} \approx \frac{1}{2} X_{1K}$$

La alunecări mari se poate neglija circuitul de magnetizare din mijlocul schemei echivalente, folosind o schemă analogă schemei Kepp de la transformator.

b) Parametrii la alunecări mici.

De data aceasta se pleacă de la capacitatea de suprasarcină

λ a motorului, dată de (441) și de la expresia simplificată a cuplului maxim (437). Din aceste două relații se obține reactanța globală de scurtcircuit:

$$(686) \quad X_{10} + X'_{20} \approx \frac{3(1-\alpha_n) U_{1n}^2}{2\lambda \cdot P_n}$$

Pe de altă parte din formula Kloss:

$$(687) \quad \frac{M_n}{M_m} = \frac{1}{\lambda} \approx \frac{2 + 2\Delta K}{\frac{\Delta n}{\Delta K} + \frac{\Delta K}{\Delta n} + 2\Delta K}$$

rezultă alunecarea critică:

$$(688) \quad \Delta K = \frac{\lambda \Delta n}{1 + 2(\lambda - 1)\Delta n} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{1 + 2(\lambda - 1)\Delta n}{\lambda^2}} \right)$$

Atunci luînd în considerație formula aproximativă (436) a alunecării critice, rezultă:

$$(689) \quad R'_2 \approx \Delta K (X_{10} + X'_{20})$$

Considerînd $R_1 \approx R'_2$ și $X_{10} \approx X'_{20}$ aflăm separat valorile lor corespunzătoare.

Nu există metode de determinare a parametrilor circuitului de magnetizare. Dacă s-ar cunoaște pe o cale oarecare, valoarea coeficientului C_1 din (400), bazîndu-ne pe aproximația:

$$(690) \quad C_1 \approx 1 + \frac{X_{10}}{X_\mu}$$

s-ar putea determina valoarea reactanței X_μ de magnetizare.

Efectuînd calculele parametrilor pentru o mașină concretă dată (se recomandă ca studentul să efectueze astfel de calcule) se va constata că la alunecări mici rezistența R_2 este mai mică ca cea calculată la alunecări mari, din cauza efectului pelicular (refularea curentului). Reactanța de scăpări globală este de asemenea mai mare la alunecări mici, decît la alunecări mari, tot din cauze aceluiasi fenomen.

În general calculele efectuate conform indicațiilor precedente au caracter aproximativ, parametrii depinzînd și de gradul de saturație al circuitului magnetic al mașinii (deci de tensiunea de alimentare), precum și de valorile curenților prin înfășurări.

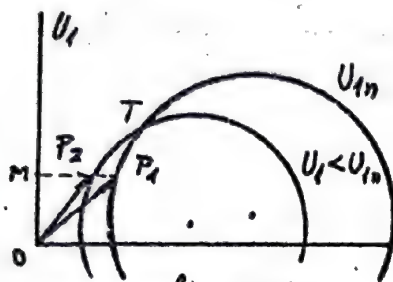
5.2. Funcționarea la tensiune diferită de cea nominală.

În practică, din anumite cauze (căderile de tensiune în rețea, funcționarea necorespunzătoare a dispozitivelor de reglare a tensiunii, etc..) tensiunea la care este conectat motorul poate să difere de cea nominală necesară. În legătură cu aceasta trebuie de la început subliniată o particularitate esențială a motorului asincron în raport cu alte motoare electrice și anume faptul că tensiunea de alimentare influențează regimul de funcționare al motorului asincron, mai mult ca în cazul altor tipuri de motoare. Cuplul dezvoltat la arbore de către motor depinde așa cum am văzut de patratul tensiunii de alimentare, deci este mult afectat de variațiile acesteia.

Dacă tensiunea aplicată este mai mare ca cea nominală, rezultă din $U_1 = 4,44 f_1 k_{w1} W_1 \Phi$ o creștere corespunzătoare a fluxului magnetic, deci a gradului de saturație a armăturilor, însoțită de creșterea componentei reactive, magnetizante a curentului de mers în gol. Această creștere depinde mult de gradul de saturație al mașinii în funcționarea normală și se face mai mult decât proporțional. De exemplu dacă tensiunea crește cu 20 %, curentul de mers în gol crește cu 50 % putînd ajunge la valori de ordinul curentului nominal, caz în care motorul nu mai poate fi încărcat în sarcină ! Simultan, se produce și înrăutățirea performanțelor energetice (randament, factor de putere) iar creșterea pierderilor în fier (practic cu patratul tensiunii) și în cupru (practic liniar cu variația tensiunii) conduce la încălzirea nejustificată a mașinii.

Dacă tensiunea aplicată este mai mică ca ~~cea~~ nominală, scade componenta magnetizantă a curentului de mers în gol din cauza scăderii fluxului magnetic, dar componentele active ale curenților din stator și rotor vor crește pentru aceeași sarcină la axul mașinii (în expresia (427) la același cuplu M , scăzînd fluxul Φ va crește $I_2 \cdot \cos \varphi_2$). Pentru sarcina nominală curenții vor fi mai mari ca cei nominali și mașina va fi supraîncărcată, la o funcționare îndelungată solicitarea termică a izolației fiind inadmisibilă (conduce în final la scurtarea sensibilă a duratei de viață a mașinii. La scăderea tensiunii de alimentare va scădea sensibil și cuplul mașinii, deci scade capacitatea de suprasarcină. Deoarece la curenți mari cresc pierderile și crește și dispersia magnetică, se vor înrăutăți iar factorii energetici (η , $\cos \varphi$), la funcționarea nominală.

Compararea performanțelor motorului la diferite tensiuni necesită o analiză aprofundată, rezultatele fiind dificil de exprimat în expresii analitice. Considerarea diagramei cercului, în cazurile în care poate fi folosită, aduce unele simplificări bazate pe caracterul său intuitiv. Astfel, poziția reciprocă a celor două cercuri ce corespund la tensiuni diferite, este indicată în fig. 237, pentru va-



loarea mai mică a tensiunii corespunzând o rază mai mică a cercului și o apropiere mai mare a centrului de origine.

Se observă că la sarcini reduse față de cea nominală, reducerea tensiunii aplicate poate avea efecte favorabile asupra lui η și $\cos \varphi$ (punctele P_1 și P_2). La aceeași com-

ponentă activă $I_{la} = OM$, corespunzând sarcinii date, avem defazaj mai mic ($\widehat{MOP_2} < \widehat{MOP_1}$) și curent absorbit mai mic (deci pierderi mai mici). Evident, la sarcini mari acest lucru nu mai rămâne valabil (din motive de claritate a desenului situația reală a fost exagerată; punctul T se află în realitate mai aproape de axa orizontală). Din acest motiv, la motoarele care merg normal în triunghi și sînt încărcate sub $1/3$ din puterea nominală, este indicată trecerea la schema stea (sau lăsarea comutatorului stea-triunghi pe poziția stea). Tot din aceste motive, uneori se pot înlocui motoare cu altele de putere mai mare, alimentate la tensiune care față de cea nominală este de $\sqrt{3}$ ori mai mică (soluția aceasta nu este totdeauna indicată, necesitînd calcule tehnico-economice complexe).

5.3. Funcționarea la frecvență diferită de cea nominală.

Deoarece avem $U_1 = 4,44 \cdot f_1 \cdot k_{w1} \cdot W_1 \cdot \phi$ din punct de vedere al efectelor magnetice situația este analogă cu cea din cazul deja considerat anterior. Dacă f_1 crește, acest lucru echivalează cu scăderea lui U_1 și invers. De cele mai multe ori însă, frecvența scade, ca urmare a creșterii puterii consumate în sistemul electroenergetic și ca urmare a statismului necesar funcționării stabile în paralel a grupurilor generatoare din centralele electrice (acest lucru se studiază mai departe la capitolele privind generatoarele sincrone, precum și în cursurile de tehnica reglării automate și centrale și rețele electrice).

Scăderea frecvenței afectează viteza de rotație a motorului în primul rând din cauza scăderii vitezei de sincronism, în al doilea rând din cauza creșterii alunecării critice s_k , deci și a alunecării nominale.

Performanțele mașinii se înrăutățesc atât la scăderea cât și la creșterea frecvenței.

De regulă normele tehnice prevăd pentru frecvență o variație situată cel mult în limitele de $\pm 5\%$, iar pentru tensiunea de alimentare se admit variații între -5% și $+10\%$.

6. Regimuri și aplicații speciale ale mașinii asincrone trifazate.

6.1. Generatorul asincron.

După cum s-a mai spus deja la sfârșitul cap.3.2.6 de la "Mașina asincronă", valorilor alunecării s cuprinse în intervalul $-\infty < s < 0$, le corespunde regimul de generator asincron. Pentru aceasta, este necesară antrenarea cu alt motor a mașinii asincrone, la viteze suprasincrone în același sens cu sensul cîmpului învîrtitor. S-a arătat la cap.3.2.6 amintit, că în acest caz cuplul electromagnetic își schimbă sensul devenind cuplu rezistent, iar puterea activă la borne își modifică și ea semnul devenind o putere cedată rețelei.

Diagrama fazorială raportată la stator a generatorului asincron, ținînd seama de valorile negative ale alunecării, este dată în fig.238. Pentru a ține seama de faptul că la viteze suprasincrone sensul t.e.m. induse în stator și rotor nu mai este același (așa cum se întîmplă în regim motor), pe diagrama din fig.238 s-a luat t.e.m. de sens opus $-E_2'$, față de cea considerată în fig.145.

Deși componenta activă a curentului I_1 a schimbat de sens, componenta magnetizantă, reactivă păstrează același sens ca și în regimul motor, deci mașina continuă să absoarbă din rețea putere reactivă, necesară întreținerii cîmpului magnetic învîrtitor, fapt ce are drept consecință imposibilitatea funcționării generatorului asincron pe o rețea unde nu se află cel puțin un generator sincron, sau unde nu avem condensatoare (absorbirea de putere reac-

tivă de un semn,echivalează cu producerea de putere reactivă de semn opus !)

Rezultă principal două moduri de funcționare a generatorului asincron:

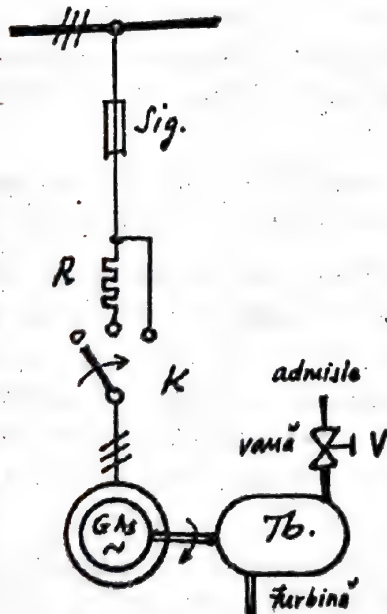
1) - funcționarea în paralel cu o rețea unde există generaatoare sincrone;

2) - funcționarea pe rețeaua proprie (funcționare individuală),cu condensatoare pentru realizarea autoexcitației.

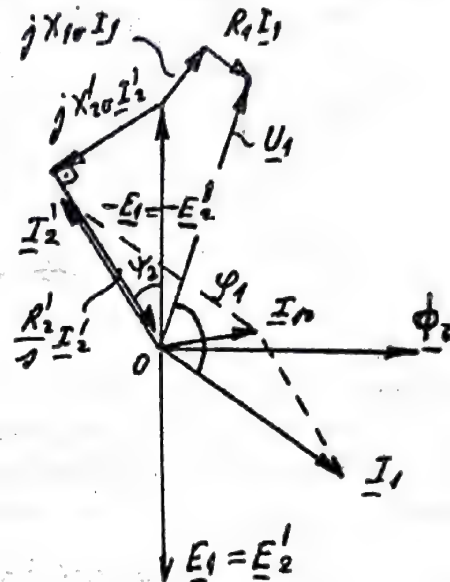
Vom studia pe scurt fiecare mod de funcționare.

1) Mersul în paralel cu rețeaua.

Pentru cuplarea la rețea a unui generator asincron,se folosește o schemă ca cea din figura 239.Mai întâi se aduce generatorul la o viteză cât mai apropiată de cea de sincronism,în gol (cu



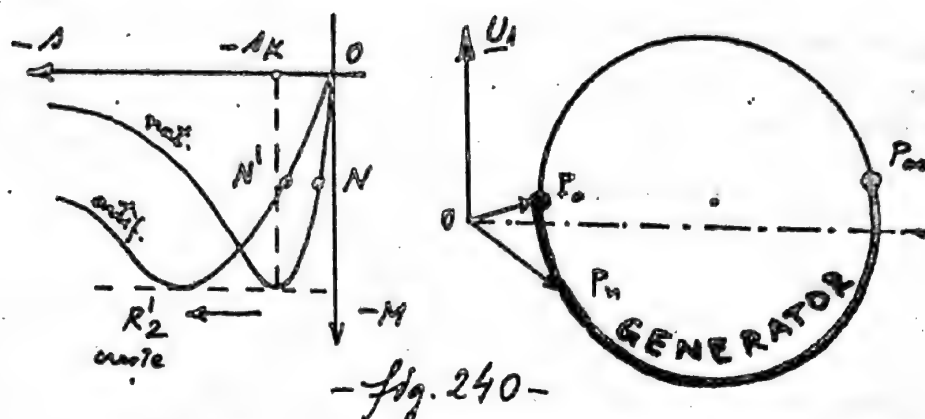
- fig. 239 -



- fig. 238 -

întrerupătorul K deschis). Se închide apoi întrerupătorul K pe prima poziție, care inseriază cu mașina o rezistență R de protecție ce micșorează șocul de curent la cuplare din cadrul regimului, tranzitoriu electromagnetic. După scurt timp se trece întrerupătorul K pe poziția de lucru, în care rezistența R este scoasă din circuit. Pentru a debita putere activă în rețea, se va acționa asupra vanei de admisie a turbinei (sau motorului primar folosit), în sensul măririi debitului agentului fizic folosit (apă, abur, etc...).

Caracteristicile de funcționare ca generator asincron sînt asemănătoare cu cele din regim motor, ele rezultînd din caracteristica cuplului funcție de alunecare și din diagrama cercului (fig. 240).



-fig. 240-

Se observă următoarele:

- pentru o rezistență rotorică dată R_2' , la creșterea cuplului la axul generatorului alunecarea devine tot mai negativă, deci viteza rotorului va crește, căci vom avea:

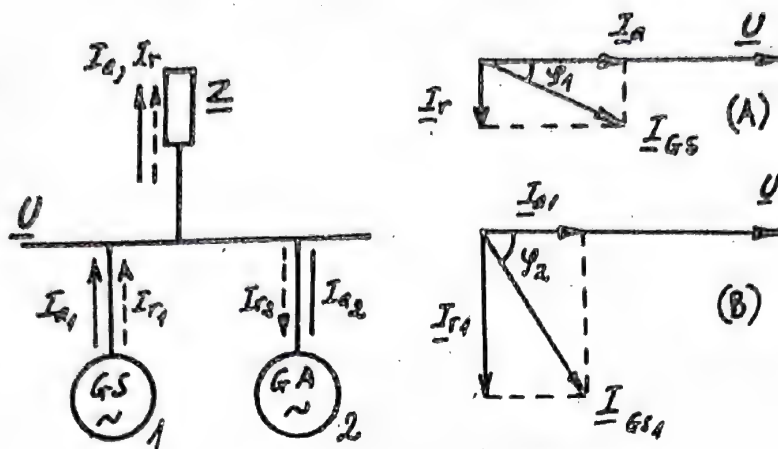
$$(691) \quad R_2 = (1 + |s|) R_1$$

- la fel ca în regim motor, există un cuplu maxim la tensiune dată a rețelei, deci mașina nu poate da în rețea putere activă mai mare ca o anumită putere maximă! Zona stabilă static pentru regimul de generator este pentru alunecări în intervalul $-s_k < s < 0$.

Dacă în exploatare apar cupluri ale motorului primar de antrenare mai mari ca cel maxim al generatorului, mașina se desprinde, intrînd în regim de ambalare (creștere continuă a vitezei)

- la cuplu de antrenare constant, viteza rotorului crește cu creșterea rezistenței rotorice R_2' (punctele N și N' pe fig. 240)

Funcționarea generatorului asincron în paralel cu rețeaua, conduce la înrăutățirea regimului de funcționare al generatoarelor sincrone din rețea. În adevăr, să considerăm cazul simplu al unui singur generator sincron GS, mergînd în paralel pe impedanța Z cu un generator asincron GA, așa cum se arată pe fig. 241. Componentele active și reactive ale curenților sînt indicate pe figură cu săgeți pline, respectiv întrerupte. Pentru aceleași valori I_a și I_r necesare sarcinii, se arată în dreapta figurii, diagramele de fazori care corespund generatorului sincron funcționînd singur (A) și în paralel cu cel asincron (B). Deoarece în cel de-al doilea caz avem evident:



- fig 241 -

$$(692) \quad \begin{cases} I_{a1} = I_a - I_{a2} < I_a \\ I_{r1} = I_r + I_{r2} > I_r \end{cases}$$

se vede imediat că pentru generatorul sincron regimul de funcționare în paralel este mai prost din cauză că:

a) scade evident factorul de putere ($\cos \varphi_2 < \cos \varphi_1$);
se arată simplu că avem relația:

$$(693) \quad \tan \varphi_2 = \tan \varphi_1 \cdot \frac{1 + \frac{I_{r2}}{I_r}}{1 - \frac{I_{a2}}{I_a}}$$

deci trebuie îndeplinite pe cât posibil condițiile $I_{r2} \ll I_r$ și $I_{a2} \ll I_a$.

b) se poate ca și curentul total debitat de generatorul sincron să crească, fapt ce are loc dacă se îndeplinește condiția:

$$(694) \quad \underline{I_{as} > 2 \cdot \cos(\varphi + \varphi_{as}) I}$$

în care: I_{as} e curentul total al generatorului asincron

I este curentul total al sarcinii

φ este defazajul sarcinii

φ_{as} este defazajul generatorului asincron

(deducerea lui (694) este simplă pe baza diagramelor din fig.241 și o omitem)

Rezultă că folosirea generatorului asincron în paralel cu rețeaua, este indicată atunci când:

- rețeaua este suficient de puternică în raport cu generatorul asincron (suma puterilor generatoarelor sincrone din rețea este mult mai mare ca puterea generatorului asincron)
- factorul de putere al rețelei este cât mai apropiat de unitate

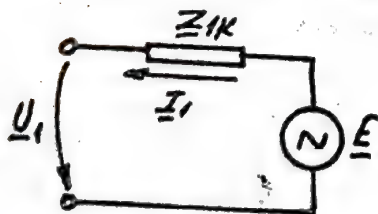
În aceste cazuri este preferabil ca generatorul asincron să aibă întrefier cât mai redus (scade I_{r2}). Se pot folosi atât mașini cu rotor în scurtcircuit (mai sigure în funcționare și mai ieftine), cât și mașini cu rotor bobinat (permite anumite reglaje prin variația lui R'_2).

În studiul regimurilor de funcționare ale sistemelor electroenergetice, este indicată de multe ori reprezentarea generatoarelor asincrone într-o formă apropiată de cea a generatoarelor sincrone, adică prin t.e.m. produsă și prin impedanță internă. O astfel de reprezentare se poate obține din schema echivalentă a mașinii asincrone (fig. 140 sau 141), observând că pentru alunecări negative tensiunea de la bornele rezistenței $R'_2 \cdot \frac{1-s}{s}$ schimbă de semn (puterea din această rezistență devine negativă deci generată și nu disipată!). Considerând $C_1 \approx 1$, deci $I_1 \approx -I'_2$ și observând că sensul curenților se schimbă, avem pentru curentul debitat în rețea, expresia care rezultă din (401):

$$(695) \quad \underline{I}_1 \approx -\underline{I}'_2 = \frac{\underline{U}_1}{\frac{1+|s|}{|s|} R'_2 - \underbrace{[(R_1 + R'_2) + j(X_{1r} + X'_{2r})]}_{Z_{1K}}}$$

din care rezultă:

$$(696) \quad \underline{U}_1 = \frac{1+|s|}{|s|} R'_2 \underline{I}_1 - Z_{1K} \underline{I}_1$$



- fig. 242 -

Comparând cu schema din fig. 242 pentru care:

$$(697) \quad \underline{U}_1 = \underline{E} - Z_{1K} \cdot \underline{I}_1$$

rezultă:

$$(698) \quad \underline{E} = \frac{\underline{U}_1}{1 - \frac{|s|}{1+|s|} \cdot \frac{Z_{1K}}{R'_2}}$$

care ne arată cum depinde t.e.m. de alunecare ca modul și defazaj față de tensiunea rețelei.

Se observă că t.e.m. \underline{E} este defazată înaintea tensiunii la borne \underline{U}_1 , cu unghiul θ , asemănător unghiului intern de la generatorul sincron (se va vedea la capitolul respectiv), dat funcție de alunecare prin expresia:

$$(699) \quad \tan \theta = \frac{X_{1K}}{\frac{R_2'}{1/s} - R_1}$$

Se observă că pentru $s=0$, avem cu aproximațiile făcute, $\underline{E}=\underline{U}_1$, deci $\underline{I}_1=0$, ceea ce explică modul de cuplare la rețea, expus la pag. 303 (se asigură un curent de cuplare mic).

.Cu toate acestea alegerea ca variabilă independentă a alunecării nu este indicată, deoarece viteza de rotație a generatorului asincron rezultă ca urmare a cuplului motorului, primar. De aceea se preferă exprimarea t.e.m. direct în funcție de cuplul M . Ținând seama de relațiile:

$$(700) \quad M = \frac{3R_2' I_2'^2}{1/s R_1} \approx \frac{2/M_m}{\left| \frac{\partial}{\partial K} \right| + \left| \frac{\partial K}{\partial s} \right|}$$

$$(701) \quad |\underline{E}| = R_2' \frac{1+1/s}{1/s} |\underline{I}_2'| = R_2' \frac{1+1/s}{1/s} |\underline{I}_1|$$

se obține mai întâi:

$$(702) \quad |\underline{E}| = \left(\frac{1}{\sqrt{1/s}} + \sqrt{1/s} \right) \sqrt{\frac{R_2' R_1 M}{3}}$$

iar pentru valori mici ale alunecării, $|s| < |s_k|$, obținem:

$$(703) \quad |\underline{E}| \approx U_1 + \left(\frac{R_2' R_1}{3 U_1} \right) M$$

defazajul (699), fiind cu aceleași aproximații:

$$(704) \quad \tan \theta \approx \frac{X_{1K}}{\frac{3 U_1^2}{M R_1} - R_1}$$

Se observă că atât modulul lui \underline{E} cât și defazajul său față de \underline{U}_1 , cresc cu creșterea cuplului la ax.

Să punem în evidență avantajele și dezavantajele generatorului

asincron, mergînd paralel cu o rețea dată.

Avantajele sînt următoarele:

- dintre toate generatoarele electrice rotative, cel asincron are cea mai simplă și mai sigură construcție, mai ales cel cu rotor în scurtcircuit, la care se elimină orice contact alunecător;
- nu necesită alimentare separată cu curent continuu, neavînd nevoie de excitație;
- are o întreținere minimă în exploatare;
- cuplarea la rețea se face simplu, fără aparatură specială de sincronizare, limitare de curent etc..
- la putere dată, are greutate și gabarit minim față de alte generatoare;
- furnizează putere activă la frecvența rețelei, indiferent de viteză la ax (în anumite limite);
- este autoprotejat față de scurtcircuitul din apropiere, căci se dezexcită automat, prin însăși principiul său de funcționare;

Dezavantajele sînt următoarele:

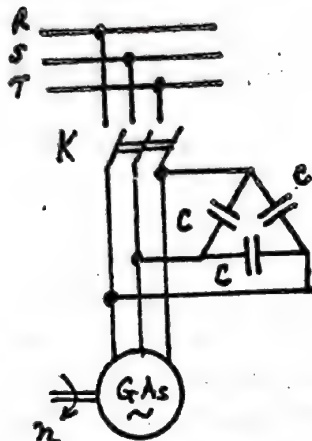
- nu poate funcționa singur pe rețea (doar cu cel puțin un generator sincron, sau cu condensatoare, cum se va vedea mai departe);
- înrăutățește regimul de lucru al generatoarelor sincrone din rețea, de aceea se recomandă folosirea doar la puteri mici și în rețele cu factor ridicat de putere;
- consumă din rețea putere reactivă în loc să producă, ceea ce contravine însăși funcției de generator;
- se pretează mai greu la automatizare; este dificil de realizat un regulator al puterii debitate în funcție de viteză, deoarece pe de o parte puterea crește cu viteza, iar pe de altă parte mici variații de viteză produc mari variații de cuplu, deci de putere! Din aceste motive în practică se reglează admisia (de apă sau abur) la plină sarcină, odată pentru totdeauna, urmînd ca variațiile de putere ale consumatorilor să fie preluate de generatoarele sincrone.

Ținînd seama de cele epuse, generatoarele asincrone se folosesc în micile hidrocentrale cu comandă automată, la centrale soliene, la bordul navelor aeriene etc..

Aplicarea acestui tip de generator trebuie de la caz la caz însoțită de calcule tehnico-economice bine justificate.

2) Funcționarea pe rețea proprie.

În cazurile în care generatorul asincron funcționează singur în rețea, curentul necesar pentru magnetizare și producere a cîmpului învîrtitor este furnizat de către o baterie de condensatoare

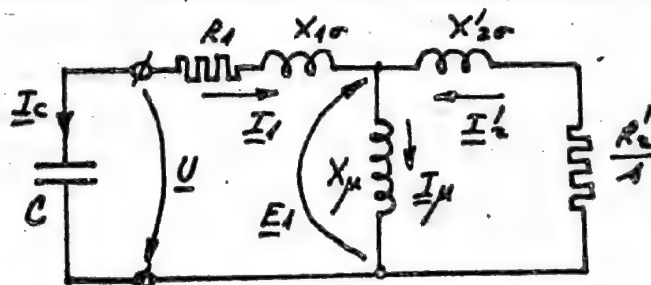


- fig. 243 -

conectată în paralel cu generatorul și rețeaua (fig. 243), legată de obicei în triunghi. Deoarece rețeaua este pasivă, un regim de funcționare stabilă se poate stabili, doar ca urmare a unui proces de autoexcitație și numai după îndeplinirea anumitor condiții.

Să considerăm mersul în gol (întrerupătorul K deschis în fig. 243) la viteză de rotație constantă n , cu rotorul în scurtcircuit. Pentru a se putea amorsa procesul de autoexcitație, una dintre condițiile necesare este existența în rotor a unui cîmp magnetic remanent cu același număr de poli ca

cel al înfășurării statorice trifazate. Acest lucru are loc mai totdeauna, dacă mașina a mai funcționat de exemplu în regim motor. Rotorul magnetizat remanent, în mișcare, produce un cîmp magnetic învîrtitor pe cale mecanică care induce în fazele statorice t.e.m. trifazate simetrice. Cele trei faze statorice fiind conectate pe bateria de condensatoare, vor fi parcurse de curenți trifazați simetrici, defazați înaintea tensiunii la borne la 90° electrice. Cum debitarea de curenți capacitivi echivalează cu absorbirea de curenți inductivi, curenții produși vor avea caracter magnetizant contribuind la intensificarea cîmpului învîrtitor și deci a t.e.m. produse. La rîndul lor acestea provoacă o nouă creștere a curenților și așa mai departe, producîndu-se o creștere în lanț închis a mărimilor t.e.m., curenți și flux magnetic, care se determină reciproc. Așa cum se va vedea mai jos, fenomenul este limitat de saturația magnetică și se produce doar dacă se mai îndeplinesc unele condiții suplimentare.



- fig. 244 -

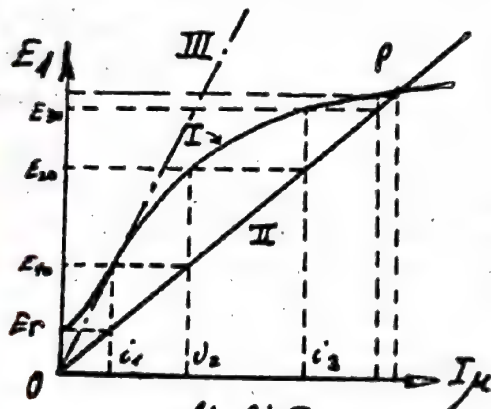
Schema echivalentă a generatorului asincron în gol, pe o fază, cu neglijarea pierderilor în fier, este cea din fig. 244, în care frecvența tensiunilor și curenților este dată de relația cunoscută:

$$(705) \quad f_1 = \frac{p n}{60}$$

Reactanța de magnetizare X_μ este un element neliniar, depinzând după cum se știe de frecvență și de fluxul magnetic util rezultat. Din acest motiv t.e.m. E_1 depinde neliniar de curentul I_μ , fiind proporțională cu frecvența după relația:

$$(706) \quad E_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f_1 k_w W_1 \Phi_c$$

Pentru o mașină dată, relația dintre E_1 și I_μ poate fi dată grafic, sub forma unei familii de curbe la diverse frecvențe, care



-fig 245-

reproduc la anumite scări caracteristica de magnetizare a mașinii, așa cum este de pildă curba notată cu I pe fig. 245. Deoarece

$$\frac{E_1}{f_1} = \text{const.}$$

curbele la diverse frecvențe se pot deduce unele din altele.

Prin aplicarea metodei potențialelor la noduri schemei din fig. 244, se poate scrie:

$$(707) \quad \underline{E}_1 (\underline{Y}_c + \underline{Y}'_2) = \underline{I}_\mu$$

în care:

$$(708) \quad \begin{cases} \underline{Y}_c = [R_1 + j(X_{1s} - \frac{1}{\omega C})]^{-1} \\ \underline{Y}'_2 = [\frac{R'_2}{s} + j \cdot X'_{2s}]^{-1} \end{cases}$$

Dacă considerăm ipoteza simplificatoare $R_1 = 0$ care nu afectează esența fizică a fenomenului de autoexcitație, dar aduce o simplificare considerabilă a teoriei, se vede imediat că pentru ca relația (707) să poată fi scrisă conform schemei, sub forma:

$$\underline{E}_1 = -j \cdot X_\mu \underline{I}_\mu$$

trebuie ca alunecarea să fie nulă ($s = 0$), deci la mers în gol în condițiile enunțate, mașina asincronă funcționează la sincronism !

Din relațiile precedente rezultă în acest caz ($R_1=0$ și $s=0$):

$$(709) \quad \underline{E_1} = -j \left(\frac{1}{\omega C} - X_{10} \right) \underline{I_\mu} \quad \text{și} \quad E_1 = \left(\frac{1}{\omega C} - X_{10} \right) I_\mu$$

cu $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f_1$ și f_1 dat de (705).

Relația aceasta reprezintă ecuația unei drepte (II pe fig.245) care taie curba $E_1 = f(I_\mu)$ la frecvența f_1 în punctul P care reprezintă punctul de funcționare stabilă a mașinii autoexcitate.

În adevăr, t.e.m. remanentă inițială E_r de la bornele lui X_μ , este aplicată conform fig.244 cu $R_1=0$, reactanțelor $1/\omega C$ și X_{10} , deci curentul ce rezultă i_1 , se determină după curba II. Acest curent produce după curba I o nouă t.e.m. E_{10} care produce după curba II a reactanței exterioare un nou curent i_2 ș.a.m.d. pînă în punctul final P în care t.e.m. produsă corespunde exact curentului din înfășurări. Pentru ca autoexcitația să aibă loc la valori ridicate ale t.e.m., de interes practic, trebuie ca dreapta (709) să fie la dreapta celei limită, notate cu III pe fig.245 și care corespunde tangentei la curba I în porțiunea inițială. În această zonă curba I fiind practic o dreaptă ce trece prin origine, se poate defini o reactanță de magnetizare nesaturată:

$$(710) \quad X_{\mu 0} = \left. \frac{E_1}{I_\mu} \right|_{I_\mu \rightarrow 0} = 2\pi f_1 \cdot L_{\mu 0}$$

astfel că condiția suplimentară de autoexcitație este:

$$(711) \quad \frac{1}{\omega C} - X_{10} < X_{\mu 0}$$

adică:

$$(712) \quad \underline{C} > \frac{1}{\omega^2 (L_{10} + L_{\mu 0})} = \frac{1}{\omega^2 \cdot L_{10}}$$

în care L_{10} este inductanța totală nesaturată a fazei statorice.

În felul acesta valoarea capacității stabilește t.e.m. și deci și tensiunea la bornele generatorului în gol, cu cît capacitatea este mai mare cu atît și tensiunea fiind mai mare.

Dacă se introduce și valoarea saturată a reactanței X_μ ca raport dintre E_1 și I_μ în punctul P, vom avea la mersul în gol re-

lație:

$$(713) \quad \omega = 2\pi f_1 = \frac{1}{\sqrt{C(L_{10} + L_{\mu})}} = \frac{1}{\sqrt{L_1 \cdot C}}$$

Observații: - exploatarea practică arată că pentru autoexcitația generatorului asincron este necesară o magnetizare remanentă suficient de puternică a rotorului, dar fenomenul se produce chiar și fără aceasta, dacă de exemplu armăturile condensatoarelor posedă sarcini electrice, rămânând încărcate ca urmare a unei funcționări anterioare. Amorsarea autoexcitației se poate face și prin conectare pe o durată scurtă a statorului la o rețea trifazată sub tensiune, sau la introducerea pentru scurt timp în rotor (dacă mașina este cu rotorul bobinat) a unor curenți continui.

- dacă se ia în considerație $R_1 \neq 0$, teoria se complică dar fenomenele rămân practic aceleași; în acest caz la mersul în gol este necesară o mică alunecare negativă pentru compensarea pierderilor în cupru din stator, astfel că frecvența mărimilor statorice este dată doar cu aproximație de relația (705).

Să considerăm acum mersul în sarcină (întrerupătorul K din figura 243 închis pe rețeaua pasivă trifazată a consumatorilor). Pentru ca generatorul să debiteze putere activă trebuie ca alunecarea să fie negativă, crescând în valoare absolută cu creșterea puterii active.

Din relațiile:

$$(714) \quad s = 1 - \frac{n}{n_1}$$

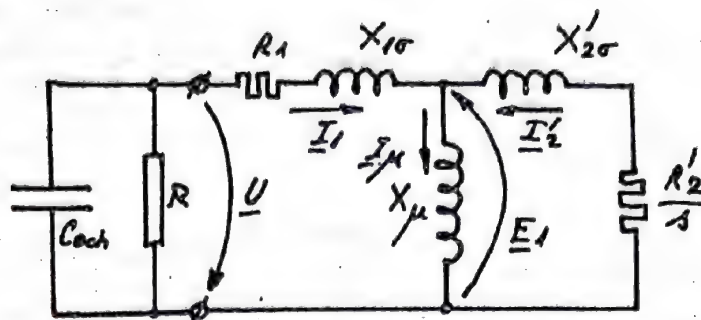
$$f_1 = \frac{p n_1}{60}$$

rezultă:

$$(715) \quad \underline{f_1 = \frac{p \cdot n}{(1 + |s|) 60}}$$

adică dacă viteza de antrenare se menține constantă ($n = \text{const.}$), odată cu creșterea puterii active va scădea frecvența mărimilor din stator. În acest caz scade E_1 la același I_{μ} (curba I se deplasează în jos) și crește panta curbei II din fig. 245, astfel că la o sarcină anumită autoexcitația nu mai este asigurată și tensiunea la borne scade brusc (se zice că mașina "s-a desprins"). Fenomenul negativ al desprinderii este facilitat în cazul sarcinilor inductive, care "consumă" din puterea reactivă necesară magnetizării, din bateria de condensatoare.

Pentru cazul mai des întâlnit al consumatorilor cu caracter inductiv, schema echivalentă pe fază în sarcină este cea din fig. 246



- fig. 246 -

în care inductanța consumatorilor s-a inclus în capacitatea echivalentă, prin expresia:

$$(716) \quad C_{ech} = C - \frac{1}{\omega^2 L}$$

Diagrama fazorială care corespunde funcționării în sarcină a generatorului asincron este cea dată în fig. 247.

Calculul caracteristicilor la mers în sarcină este o problemă dificilă deoarece starea de magnetizare a mașinii nu rămâne constantă, variind cu regimul de sarcină (variază E_1 și f_1). Caracteristicile nu se pot exprima analitic trebuind să fie determinate prin calcul punct cu punct.

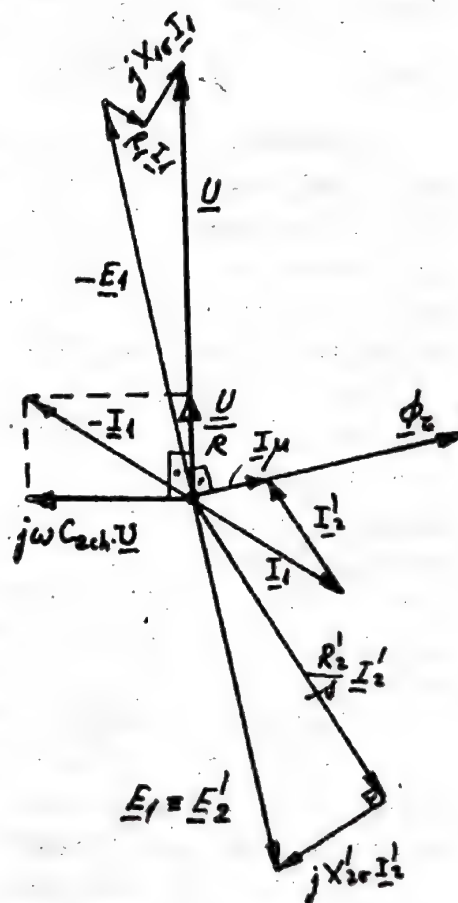
Astfel, din schema din figura 246, rezultă cu metoda tensiunilor la noduri, relația:

$$(717) \quad \frac{\underline{E}_1}{j \cdot X_\mu} + \underline{E}_1 (\underline{Y}_C^* + \underline{Y}_2') = 0$$

în care în locul primei expresii

(708), trebuie luată acum expresia:

$$(718) \quad \underline{Y}_C^* = \left[R_1 + jX_{1\sigma} + R' // \frac{1}{j\omega C_{ech}} \right]^{-1}$$



- fig. 247 -

Eliminând factorul comun E_1 din (717) și anulând separat partea reală și cea imaginară, se obține neglijând R_1 sistemul:

$$(719) \begin{cases} \frac{R}{R^2(1 - \omega^2 C_{ech} \cdot L_{10})^2 + \omega^2 L_{10}^2} + \frac{R_2' \cdot s}{R_2'^2 + \omega^2 L_{20}'^2 s^2} = 0 \\ \frac{R^2 C_{ech} - L_{10}}{R^2(1 - \omega^2 C_{ech} L_{10})^2 + \omega^2 L_{10}^2} - \frac{L_{20}' s}{R_2'^2 + \omega^2 L_{20}'^2 s^2} = \frac{1}{\omega X_\mu} \end{cases}$$

Dacă ne dăm independent frecvența statorică f_1 , deci ω , avem din (716) C_{ech} și putem determina din (719) alunecarea s și reacțanța X_μ .

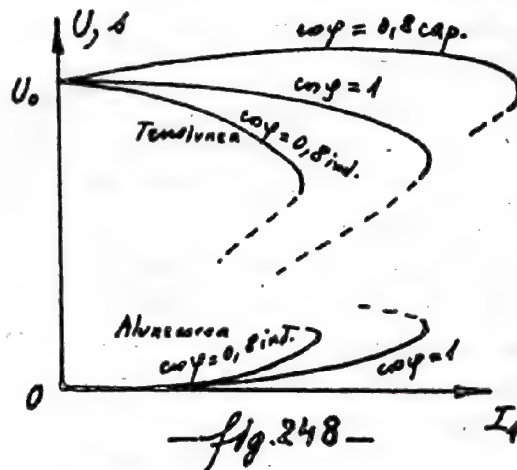
Cu aceste mărimi aflăm starea de mișcare a rotorului, determinând n cu (715), precum și starea de magnetizare a armăturilor și t.e.m. E_1 , căutând pe caracteristica de magnetizare un punct pentru care la frecvența f_1 dată să avem:

$$(720) \quad X_\mu = \frac{E_1}{I_\mu}$$

Se determină apoi imediat celelalte mărimi din care U și I_1 prezintă cel mai mare interes.

Dacă se impune o viteză de rotație constantă, calculul este mai dificil și se poate face doar prin aproximații succesive.

Pe fig.248 alăturată se află trasate la n constant caracteristicile externe $U = f(I_1)$ la defazaj φ constant și caracteristicile alunecării s în aceleași condiții.



Variația exagerată a tensiunii la borne cu curentul și mai ales cu defazajul, precum și scăderea frecvenței la creșterea sarcinii (dacă se menține n constant), limitează mult folosirea generatorului asincron autoexcitat.

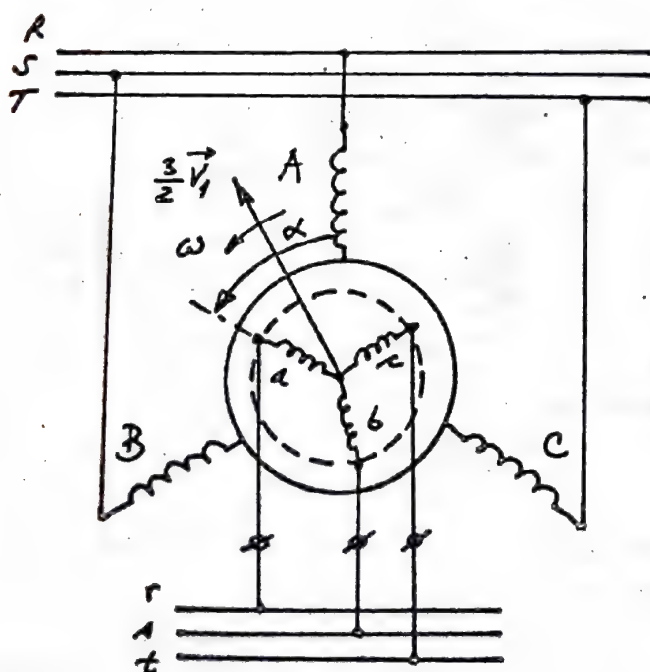
Pentru a menține tensiunea și frecvența în limitele necesare impuse de cerințele de calitate ale consumatorilor este neapărat necesară folosirea reglării automate a vitezei de rotație și a tensiunii la borne. Un reglaj în limite stricte pe cale manuală se poate realiza prin varierea capacității condensatoarelor și prin varierea rezistenței rotorice R_2' (la mașini cu rotor bobinat).

Generatoarele asincrone cu autoexcitație sînt folosite în ultimul timp la bordul navelor aeriene datorită greutateii și gabariturii lor mai mic decît al celorlalte generatoare electrice de aceeași putere.

6.2. Regulatorul de fază.

Pentru reglarea fină și continuă a defazajului în rețele trifazate, fără a modifica amplitudinea și frecvența, se folosește un motor asincron cu rotor bobinat numit regulator de fază, îndeplinind următoarele condiții:

- execuție foarte îngrijită, urmărind realizarea unei simetrii perfecte geometrice și electromagnetice
- rotorul mașinii este în repaus putînd însă fi rotit față de stator cu ajutorul unui angrenaj de tip șurub fără fine-roată dințată și fixat în orice poziție
- numărul de poli al înfășurărilor din stator și rotor este $2p = 2$ deci unghiurile reale reprezintă în același timp unghiuri în grade electrice; condiția aceasta nu este obligatorie dar ea asigură reglajul cel mai fin și determinarea cea mai precisă a defazajului



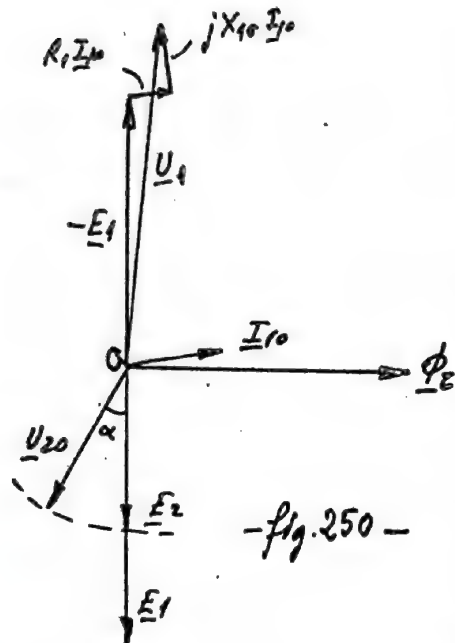
- Fig 249 -

Datorită faptului că rotorul se află în repaus și se rotește cel mult cu o rotație completă, nu mai este necesară folosirea de contacte alunecătoare și perii, legăturile din rotor fiind scoase la placa de borne prin conductoare flexibile.

Schema de conexiune în aplicații a regulatorului de fază este dată în fig. 249 alăturată.

Unghiul α de decalaj spațial al fazelor omologice A și a se reglează manual cu ajutorul angrenajului

lui cu roată melcată, care are avantajul autoîntepenirii. În funcție de unghiul cu care este rotit rotorul față de stator, tensiunile la ieșire (rețeaua r, s, t din rotor) se defazăză mai mult sau mai puțin față de cele ale rețelei primare R, S, T. În fig. 250 se arată poziția



fazorului tensiunii secundare în gol U_{20} ce corespunde fig. 249. Pentru a se obține tensiuni secundare de valori egale cu cele primare, trebuie ca raportul:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{k_{W2} W_2}{k_{W1} W_1}$$

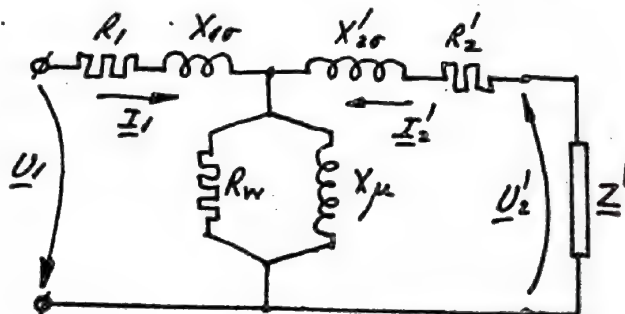
să fie puțin peste unitate (pentru a compensa căderea de tensiune din stator, produsă de R_1 și $X_{1\sigma}$).

Schema echivalentă pe fază este cea din fig. 251, care corespunde cazului când $\alpha = 0$. Pentru $\alpha \neq 0$ valorile efective rămân aceleași, doar defazajul se modifică corespunzător.

Dacă sarcina regulatorului este mare (curenți mari I_2') asupra anghrenajului se exercită forțe, din cauza

cuplului electromagnetic dintre stator și rotor, de care trebuie să se țină seama la proiectarea sa. Manevrarea rotirii regulatorului devine în acest caz dificilă și pot să apară vibrații în funcționare.

La mers în sarcină tensiunea secundară scade cu creșterea curentului, dacă sarcina este inductivă (caracteris-



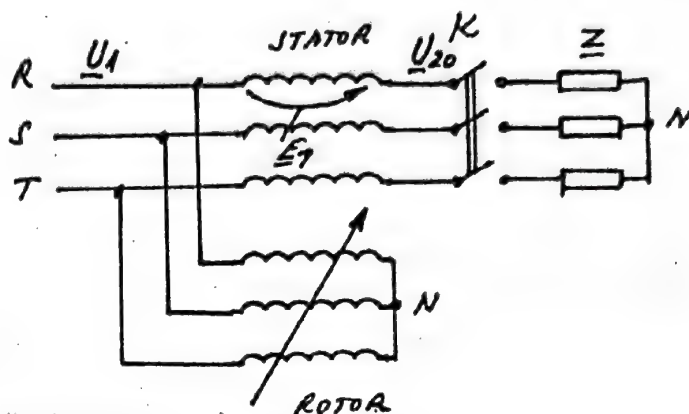
tica externă este asemănătoare cu cea a transformatorului, căderile de tensiune interne fiind însă mai mari).

Regulatorul se prevede cu scară gradată și indicator, pentru citire directă a unghiului de defazăj, etalonarea făcându-se în condițiile date experimentale.

6.3. Regulatorul de inducție.

Pentru reglarea tensiunii trifazate în limite largi și în mod continuu, se poate folosi un motor asincron îndeplinind aceleași condiții ca cel de la pct.6.2. anterior, dar avînd conexiunile așa cum se arată în fig.

252. La mersul în gol (K deschis) tensiunea U_{20} se obține prin însumare fazorială, din tensiunea rețelei U_1 și t.e.m. indusă de cîmpul învîrtitor al rotorului E_1 , în stator, așa cum se arată în fig. 253.



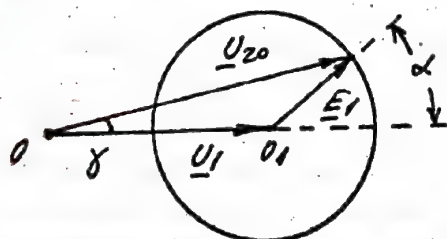
- fig. 252 -

Prin rotația rotorului față de stator variază unghiul α și deci și tensiunea U_{20} , mărimile U_1 și E_1 fiind constante. Avem deci:

$$(721) \quad U_{20} = \sqrt{U_1^2 + E_1^2 + 2E_1U_1 \cos \alpha}$$

obținînd o curbă de variație a lui U_{20} funcție de α ca cea din fig. 254. Dacă avem $U_1 \approx E_1$ plaja de reglare este cea mai avantajoasă:

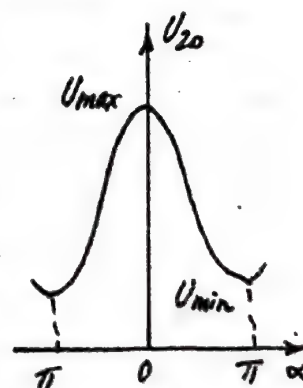
$$0 \leq U_{20} \leq 2 \cdot U_1$$



- fig. 253 -

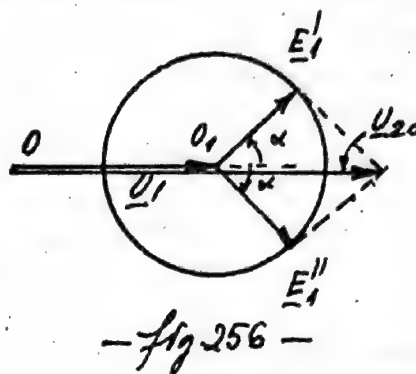
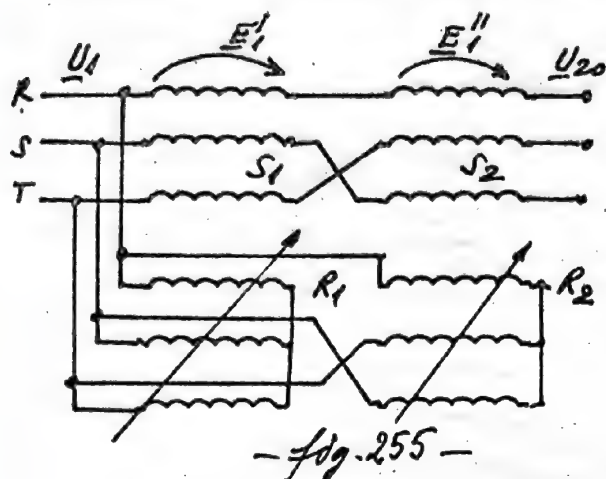
Sistemul posedă un interval mare de reglare dar are următoarele dezavantaje:

- curba de reglare nu este liniară
- odată cu varierea valorii efective a tensiunii la ieșire, variază și defazarea acesteia
- la mersul în sarcină apar căderi de tensiune interne și un cuplu electromagnetic care îngreuează manevrarea și necesită un angrenaj capabil să suporte eforturile mecanice corespunzătoare.



- fig. 254 -

Pentru a elimina în parte aceste dezavantaje se folosesc regulatoare de inducție duble, formate din două mașini identice cu



statoarele legate în serie și rotoarele în paralele (fig. 255), la una din mașini fiind inversate două faze, ceea ce face ca cîmpul învîrtitor să schimbe de sens. Cum cele două rotoare sînt calate pe acelaș ax, iar fazele mașinilor se corespund ca axe, rotirea cu un unghi a axului face ca t.e.m. indusă într-un stator să fie defazată într-un sens, iar în celălalt stator în sens opus, cu acelaș defazăj așa ca în fig. 256. Deoarece la mers în gol avem:

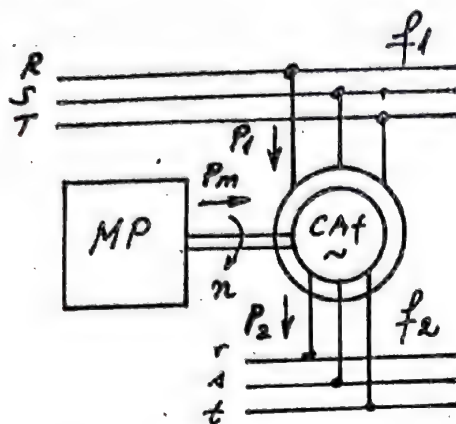
$$(722) \quad \underline{U}_{20} = \underline{U}_1 + \underline{E}_1' + \underline{E}_1''$$

rezultă că tensiunea \underline{U}_{20} rămîne permanent în fază cu \underline{U}_1 , deci se obține o reglare a valorii tensiunii fără modificarea defazăjului!

Deoarece cele două cîmpuri învîrtitoare în cele două mașini au sensuri opuse cuplul rezultat la mers în sarcină asupra axului comun se anulează astfel că angrenajul necesar este de dimensiuni reduse iar acționarea se face cu ușurință, singurul cuplu rezistent fiind cel dat de frecări. În schimb mașina se acumpește considerabil.

6.4. Convertizorul asincron de frecvență.

Mașina asincronă poate fi folosită pentru obținerea relativ simplă a unor tensiuni trifazate la altă frecvență, adică în regim de convertizor de frecvență, după o schemă ca cea din fig. 257.



- fig. 257 -

Dacă n_1 este turația în rot/min a cîmpului învîrtitor produs de statorul alimentat de la rețeaua de frecvență f_1 , ținînd seama de relațiile:

$$(723) \quad \begin{cases} f_1 = \frac{pn_1}{60} \\ f_2 = \frac{p(n_1 - n)}{60} \end{cases}$$

se determină viteza de antrenare a rotorului n (cu ajutorul altui motor primar MP), astfel ca să obținem la inelele rotorului o tensiune tri-

fazată de frecvență f_2 :

$$(724) \quad n = \frac{60(f_1 - f_2)}{p}$$

De obicei se urmărește obținerea unei frecvențe superioare $f_2 > f_1$ (de exemplu pentru alimentarea din rețeaua secundară r, s, t de frecvență mărită, a altor motoare asincrone sau sincrone, la viteze mai mari decît 3000 rot/min). În acest caz, rotorul trebuie antrenat în mișcare în sens contrar cîmpului învîrtitor, funcționînd astfel în regim de frînă (alunecarea $s > 1$). În acest regim mașina asincronă absoarbe putere activă P_1 din rețeaua primară R, S, T și de asemenea absoarbe pe la ax putere mecanică P_m , transmițîndu-le cu pierderile respective rețelei secundare r, s, t. Dacă neglijăm aceste pierderi, se poate scrie:

$$(725) \quad \begin{aligned} P_1 &\approx P \\ P_m &\approx (s-1)P \\ P_1 + P_m &\approx P_2 \end{aligned}$$

în care P este puterea electromagnetică (interioară) a mașinii. Rezultă din aceste relații puterile luate din rețea și pe la ax, în funcție de cea necesară P_2 la consumator:

$$(726) \quad \begin{cases} P_1 = \frac{f_1}{f_2} \cdot P_2 \\ P_m = \left(1 - \frac{f_1}{f_2}\right) P_2 \end{cases}$$

În cele mai multe cazuri MP este tot un motor asincron, cu ro-

torul în scurtcircuit, avînd un număr de perechi de poli p_1 egal, sau diferit de cel al convertizorului p . Neglijînd valoarea mică a alunecării lui MP și ținînd seama de relațiile evidente:

$$(727) \quad n = \frac{60f_1}{p_1}$$

$$n = \frac{60(f_2 - f_1)}{p}$$

se obține relația fundamentală:

$$(728) \quad \underline{f_2 = \left(1 + \frac{p}{p_1}\right)f_1}$$

care permite determinarea la f_2 dat, a lui p_1 funcție de p , sau invers. Corelația numărului de poli pentru cazurile cele mai folosite este:

$f_2 = 100 \text{ Hz}$	$p = p_1$	$P_1 = 50\% \cdot P_2$	$P_m = 50\% \cdot P_2$
$f_2 = 150 \text{ Hz}$	$p = 2p_1$	$P_1 = 33\% \cdot P_2$	$P_m = 67\% \cdot P_2$
$f_2 = 200 \text{ Hz}$	$p = 3 \cdot p_1$	$P_1 = 25\% \cdot P_2$	$P_m = 75\% \cdot P_2$

La frecvențe mai mari, funcționarea devine neeconomică (în rotor avem pierderi mari în fier, pierderile în cupru cresc din cauza refulării, puterea mașinii de antrenare crește) astfel că "200 Hz" reprezintă practic limita superioară obținută pe această cale.

Pentru obținerea riguroasă a frecvențelor se poate folosi pentru antrenare un motor asincron sincronizat (se va studia la capitolul privind mașinile sincrone). Mai trebuie remarcat că la mersul în sarcină căderile interne de tensiune sînt mai mari datorită reactanțelor mărite, ceea ce face ca caracteristica $U=f(I)$ să fie căzătoare (sarcini inductive). Convertizoarele asincrone de frecvență sînt mai ieftine decît generatoarele sincrone pentru frecvențe ridicate (valabil numai la sute de herți).

6.5. Arborele electric.

În anumite situații se dorește ca rotația a două axe aflate la mare distanță, sau imposibil de cuplat pe cale mecanică, să se facă sincron (cu aceeași viteză, sau cu același unghi de rotație). Acest lucru se poate realiza dacă folosim două mașini asincrone identice, legate electric după schema din fig. 258 (se folosesc deci numai mașini cu rotoarele bobinate).

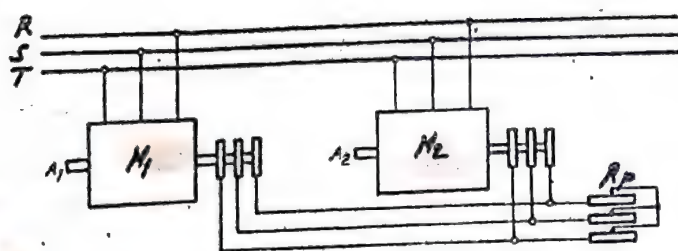


fig. 258-

Dacă mașinile sînt în repaus iar rotoarele ocupă aceeași poziție relativă în raport cu statoarele, t.e.m. induse în fazele rotorice legate în opoziție sînt egale și deci t.e.m. rezultantă pe orice buclă închisă rotorică este nulă. Prin circuit nu trece deci curent ($I_2' = 0$) și prin urmare nu avem cupluri de interacțiune între statoare și rotoare, acestea rămînd în repaus în poziția considerată (poziția de coincidență).

Dacă se rotește acum unul din arbori, de exemplu A_1 , cu un unghi α oarecare, t.e.m. induse în rotoare vor rămîne egale în valori efective, dar vor diferi ca defazaj, astfel că pe fiecare fază apare o t.e.m. rezultantă ΔE_2 (fig. 259) care produce curenți prin fazele rotorice (se presupune R_p din fig. 258, infinit, adică scos din schemă). Rotoarele fiind parcurse de curenți, care într-una din mașini circulă într-un sens, iar în cealaltă în sens opus, rezultă că de data aceasta se vor produce cupluri electromagnetice de interacțiune egale și opuse:

$$(729) \quad M_1 = -M_2 = \frac{3}{2} \cdot \frac{\Delta E_2 \cdot I_2 \cdot \cos \psi_2}{\Omega_1}$$

Aceste cupluri acționează asupra celor două rotoare (dacă primul este fixat, doar asupra celui alt), astfel încît caută să le aducă în poziția de coincidență, pentru care

α este zero, deci sînt cupluri sincronizante. Rotorul celei de-a doua mașini se va roti deci exact cu același unghi cu care s-a rotit prima, realizînd astfel o sincronizare precisă a unghiului de rotație între cele două axe A_1 și A_2 independente mecanic. Acest lucru este valabil doar la mers în gol cînd mașina a doua nu dezvoltă cuplu la ax și rămîne valabil și în situația cînd rotorul primei mașini este învîrtit cu o viteză dată constantă. În acest caz putem transmite numai informație, unul din arbori rotindu-se cu aceeași viteză și cu același unghi ca celălalt.

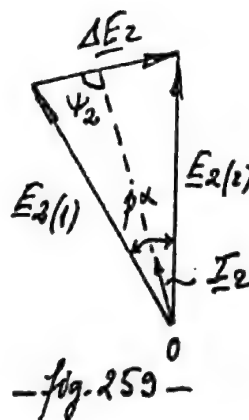
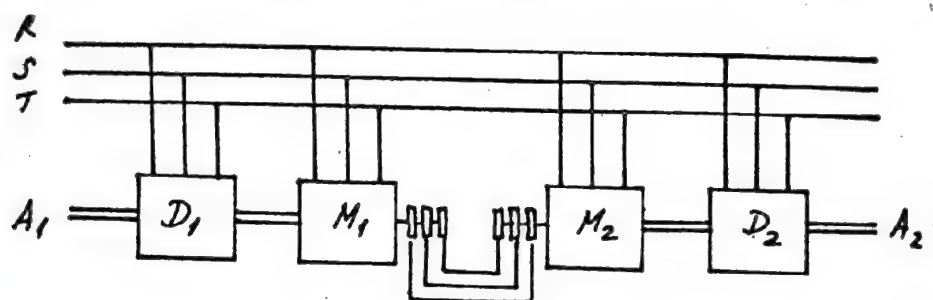


fig. 259-

Pentru a transmite și energie se introduce reostatul de pornire (sau reglare) R_p , care nu poate fi însă adus pînă la poziția de scurtcircuit (în acest caz legătura electrică între cele două rotoare dispare, mașinile funcționînd separat). Mașinile funcționează în sarcină menținînd viteza de rotație a axelor (sincronizarea vitezei) și unghiurile de rotație, dacă sarcinile la cele două axe sînt identice. Dacă sarcinile nu sînt identice apare un decalaj unghiular și un schimb de putere între cele două mașini prin rotor (acțiune de egalizare a încărcării).

Cele două funcțiuni (de sincronizare și de egalizare a încărcării) pot fi separate pe mașini diferite, așa cum se arată în fi-



—Fig. 260—

gura 260, care reprezintă o schemă mai perfecționată de arbore electric. Mașinile D_1 și D_2 sînt cele "conducătoare", de acționare, iar mașinile M_1 și M_2 asigură numai cuplurile de sincronizare. Schema din fig. 260 are un avantaj important față de cea din fig. 258. În adevăr, la diferențe mari de sarcini, cuplul de sincronizare avînd o valoare maximă posibilă, poate să nu fie suficient pentru acționare, caz în care se produce o desprindere a legăturii dintre cele două mașini (ca și cum cele două axe A_1 și A_2 ar fi cuplate printr-o cuplă elastică). Acest fenomen nu are loc în cazul fig. 260 unde se pot asigura cupluri sincronizante mari. În plus, în schema din fig. 260 nu mai este necesar reostatul R_p .

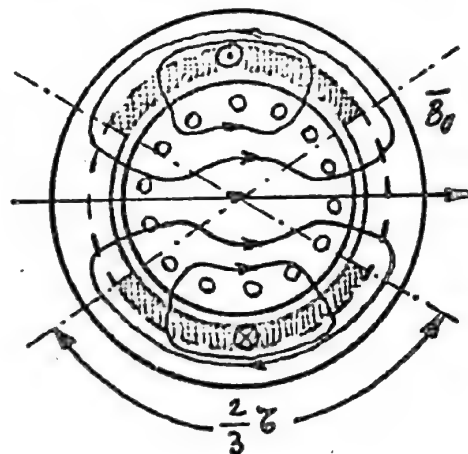
Teoria și caracteristicile funcționării în regim de arbore electric face obiectul cursurilor de acționări electrice, la care facem trimitere.

Arborele electric se folosește în toate acționările la care se cere respectarea riguroasă a unor viteze de rotație egale a unor axe situate la mari distanțe, sau imposibil de cuplat mecanic, cum ar fi maceralele portal, laminoarele de sîrme, fabricile de hîrtie...

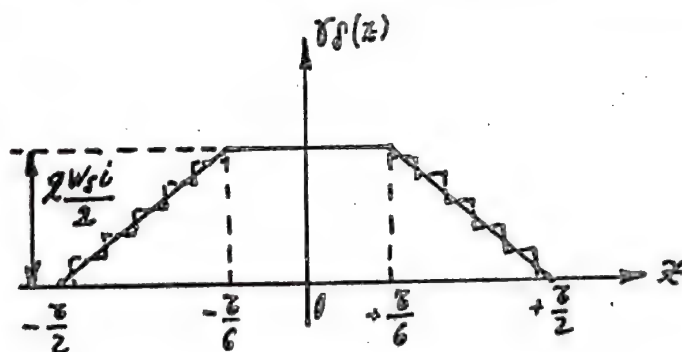
7. Mașina asincronă monofazată

În cazul când alimentarea cu energie electrică se face de la o rețea monofazată, se pot folosi pentru acționări motoarele asincrone monofazate. Acestea posedă pe stator o înfășurare de lucru conectată permanent la rețea și o înfășurare auxiliară de pornire care servește la producerea cuplului de pornire și care ulterior poate fi deconectată, sau poate să rămână în funcțiune în condiții pe care le vom prezenta mai departe. Rotorul este mai totdeauna în colivie.

Înfășurarea monofazată de lucru este plasată numai într-o parte a creștăturilor, zonele bobinate ocupând cam $\frac{2}{3}$ din pasul polar, așa cum se arată în fig. 261 pentru $2p=2$. Este o înfășurare în simplu strat, cu pas diametral. Dacă se neglijează repartizarea discretă a conductoarelor în creștături, presupunând curentul în pînă continuă în zona bobinată, curba de repartiție spațială în lungul întrefierului a tensiunii magnetice, este trapezoidală așa cum este cea din fig. 262. Pe figură s-a reprezentat punctat și curba reală în trepte. Pe baza celor spuse la cap. 2.2.11. pag. 71, se vede că în aceste condiții curba tensiunii magnetice se apropie cel mai mult de fundamentală (armonica trei: dispare cu totul, iar celelalte armonici sînt reduse substanțial)).



- fig. 261 -



- fig. 262 -

Vom presupune deocamdată că înfășurarea de pornire (care se

bobinează în restul de zone, rămase neocupate de către prime înfășurări, deci are axa la 90° electrice față de ea) nu funcționează, adică nu este parcursă de curenți.

Alimentând înfășurarea de lucru din rețeaua monofazată, curentul alternativ corespunzător va produce în întrefier un cîmp magnetic fix în spațiu și alternativ în timp (cîmp pulsatoriu). Dacă se consideră curentul:

$$(730) \quad i = I_m \cdot \cos \omega t$$

și dacă se ia ca axă de referință chiar axa de simetrie a înfășurării, în sensul cuplat după regula burghiului drept cu cel al curentului prin înfășurare, expresia tensiunii magnetice în întrefier va fi:

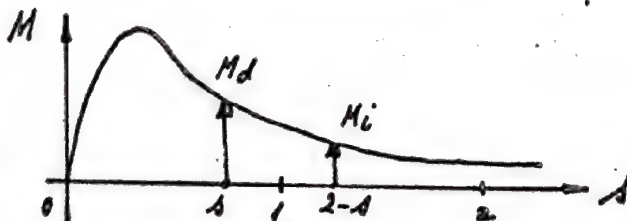
$$(731) \quad v^{(1)}(x, t) = V_m^{(1,1)} \cos \omega t \cdot \cos \frac{\pi x}{\delta} ; \quad V_m^{(1,1)} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{k_r W}{p} \cdot I_m$$

ea putîndu-se descompune după cum se știe, în două cîmpuri învîrtitoare identice dar de sensuri de rotație opuse:

$$(732) \quad v^{(1)}(x, t) = \underbrace{\frac{V_m^{(1,1)}}{2} \cos \left(\omega t - \frac{\pi x}{\delta} \right)}_{v_d} + \underbrace{\frac{V_m^{(1,1)}}{2} \cos \left(\omega t + \frac{\pi x}{\delta} \right)}_{v_i}$$

Fiecare cîmp caută să antreneze rotorul în colivie în sensul său de rotație și dacă rotorul este în repus el se află în condiții identice față de cele două cîmpuri, deci cuplul rezultat va fi nul, adică mașina nu are cuplu de pornire !

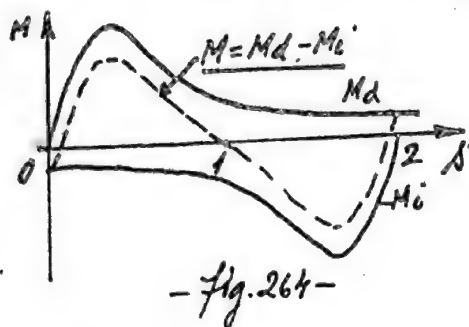
Dacă însă dăm rotorului un impuls (de exemplu cu mina) într-o direcție, el nu se va mai găsi în condiții identice față de cele două cîmpuri învîrtitoare, căci viteza relativă a lui față de un cîmp va fi mai mare ca cea față de celălalt cîmp. Astfel dacă definim alunecarea față de cîmpul de acelaș sens de rotație prin s, alunecarea față de cîmpul invers va fi 2-s ! Dacă impulsul este suficient de puternic, diferența de cupluri $M_d - M_i$ (fig. 263) va accelera rotorul în sensul cîmpului direct, motorul pornind în gol.



-fig. 263-

Curba cuplului funcție de alunecare este identică în raport cu cele două cîmpuri direct și invers, căci ele au aceeași

amplitudine. Din cele spuse rezultă că curba cuplului electromagnetic resultant în funcție de alunecare se obține simplu din curba unică față de unul din cele două cîmpuri învîrtitoare, așa cum se arată în fig. 264. Ca urmare a acestui fapt, cuplul maxim dezvoltat va depinde

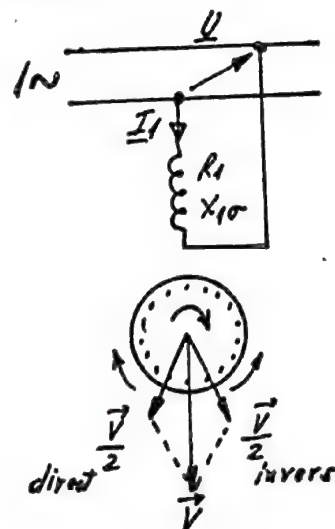


de rezistența rotorică R'_2 (decă avem aci o deosebire față de mașina trifazată), scăzînd cu creșterea acesteia. Dacă rezistența crește peste o valoare critică (la care s_k e egală sau mai mare ca unitatea), cuplul resultant devine frinant și funcționarea devine imposibilă la orice alunecare (vezi fig. 221).

Teoria motorului asincron monofazat urmărește stabilirea pt. regimul permanent sinusoidal a ecuațiilor de funcționare fazoriale, a diagramei fazoriale, a schemei echivalente față de bornele de alimentare și a expresiei cuplului funcție de alunecare. Pentru schema cu notațiile din fig. 265, avem ecuația fazorială de tensiuni asemănătoare cu cea de pe o fază a motorului trifazat:

$$(733) \quad \underline{U} = (R_1 + jX_{1\sigma}) \underline{I}_1 - \underline{E}$$

în care \underline{E} este t.e.m. utilă indusă de către fluxul magnetic resultant, produs la rîndul său de acțiunea combinată a curentului statoric și a curenților din rotor. Vom presupune rotorul în colivie echivalat cu un rotor trifazat simetric. Vom mai presupune în continuare că nu avem pierderi în fier, că permeabilitatea magnetică a armăturilor este infinită, iar armonicile superioare spațiale sînt nule. În acest caz putem aplica



-fig. 265-

suprapunerea efectelor, luînd în considerație separat fluxurile produse de fiecare curenți în parte. Cîmpul magnetic util produs de \underline{I}_1 prin intermediul tensiunii magnetice din întrefier \underline{V} dată de relația (731), se descompune în două cîmpuri învîrtitoare (732), așa cum se arată prin fazorii spațiali rotitori și pe fig. 265. Fluxul fascicular $\underline{\Phi}_1$ prin înfășurarea monofazată statorică, produs de \underline{I}_1 , este în fază cu acest curent și poate fi exprimat direct folosind relațiile (109) și (187), prin expresia:

$$(734) \quad \underline{\Phi}_1 = \frac{\sqrt{2}}{p} \left(\frac{2}{\pi} \right)^2 \lambda_8 (k_w W_1 \underline{I}_1)$$

Acest flux induce prin transformare în această înfășurare o t.e.m. calculată conform (215) cu relația:

$$(735) \quad \underline{E}_1 = -j \cdot \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot f \cdot k_w W_1 \underline{\Phi}_1$$

care ține seama și de fază. Din aceste două ultime relații, rezultă că putem scrie:

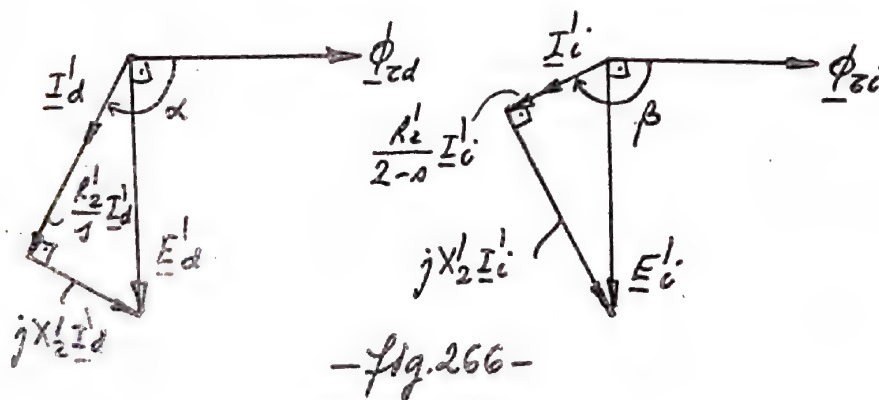
$$(736) \quad \underline{E}_1 = -j \cdot X_{10} \cdot \underline{I}_1$$

în care X_{10} este reactanța utilă a înfășurării statorice.

Pe de altă parte, fluxul $\underline{\Phi}_1$ se poate considera ca suprapunere a două cîmpuri învîrtitoare opuse identice, avînd fluxuri polare egale cu:

$$(737) \quad \underline{\Phi}_{rd} = \underline{\Phi}_{ri} = \frac{1}{2} \cdot \underline{\Phi}_1$$

Fiecare din aceste două cîmpuri, induce t.e.m. în fazele rotorice ce prin mișcare \underline{E}'_d și respectiv \underline{E}'_i . Ținînd seama că alunecările față de aceste cîmpuri sînt s și 2-s și notînd cu \underline{I}'_d și \underline{I}'_i curenții raportați pe fază din rotor, avem diagramele fazoriale



din fig.266 și relațiile:

$$(738) \quad \tan \alpha = \frac{R'_2}{s \cdot X'_2} ; \quad \tan \beta = \frac{R'_2}{(2-s) X'_2}$$

$$(739) \quad \underline{E}'_d = -j \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f k_w W_1 \underline{\Phi}'_{rd} \quad \underline{E}'_i = -j \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f k_w W_1 \underline{\Phi}'_{ri}$$

adică d.p.v.al valorii efective:

mişcare de către fluxurile de reacție, produse la rîndul lor de curenții (741). Deoarece rotorul este echivalat printr-unul bobinat, trifazat, fluxurile de reacție se scriu funcție de curenții raportați (741), la fel ca (734), dar cu un factor 3/2 în plus:

$$(742) \quad \begin{cases} \underline{\phi}_{2d} = \frac{3}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{p} \left(\frac{e}{\pi} \right)^2 \lambda_{\delta} k_{w1} W_1 \underline{I}_d' \\ \underline{\phi}_{2i} = \frac{3}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{p} \left(\frac{e}{\pi} \right)^2 \lambda_{\delta} k_{w1} W_1 \underline{I}_i' \end{cases}$$

T.e.m. induse în stator de aceste fluxuri sînt:

$$(743) \quad \begin{cases} \underline{E}_{1d} = -j \cdot \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot f \cdot k_{w1} W_1 \underline{\phi}_{2d} \\ \underline{E}_{1i} = -j \cdot \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot f \cdot k_{w1} W_1 \underline{\phi}_{2i} \end{cases}$$

putînd fi scrise la fel ca \underline{E}_1 din (735), sub forma evidentă:

$$(744) \quad \begin{cases} \underline{E}_{1d} = -j \cdot \frac{3}{2} X_{10} \underline{I}_d' \\ \underline{E}_{1i} = -j \cdot \frac{3}{2} X_{10} \underline{I}_i' \end{cases}$$

T.e.m. din (741) se scriu deasemenea sub forma:

$$(745) \quad \begin{cases} \underline{E}_d' = -j \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot f \cdot k_{w1} W_1 \underline{\phi}_1 = \frac{1}{2} \underline{E}_1 \\ \underline{E}_i' = -j \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot f \cdot k_{w1} W_1 \underline{\phi}_1 = \frac{1}{2} \underline{E}_1 \end{cases}$$

Să observăm însă că raportarea curenților în acest caz, se face altfel ca raportarea tensiunilor, de exemplu. Dacă facem raportarea la fel ca la mașini trifazate, cu factorul $k_{w1} W_1 / k_{w2} W_2$, acest lucru rămîne valabil pentru t.e.m. și la mașini monofazate, deoarece t.e.m. indusă în fază este independentă de prezența sau absența celorlalte faze! În schimb curentul monofazat necesar pentru producerea unui cîmp magnetic învîrtitor direct (sau invers) diferă de cel trifazat care produce același cîmp învîrtitor. În adevăr, amplitudinea tensiunii magnetice în primul caz, pentru unul din cele două cîmpuri (732), este dată de expresia:

$$(746) \quad \frac{1}{2} \left(\frac{2}{\pi} \cdot \frac{k_{w1} W_1}{p} \right) \sqrt{2} \cdot I_1$$

în timp ce în al doilea caz (fig. 268) aceeași amplitudine a tensiunii magnetice este:

$$(747) \quad \frac{3}{2} \left(\frac{2}{\pi} \cdot \frac{k_w W_1}{p} \right) \sqrt{2} \cdot I_{13n}$$

Din aceste două ultime expresii, rezultă echivalența:

$$(748) \quad 3 I_{13n} = I_1$$

care ne arată că la mașina monofazată curentul raportat în stator, echivalent magnetic celui rotoric real, trebuie luat de trei ori mai mare ca cel din

cazul mașinii trifazate. De aceea vom scrie t.e.m. din stator date de (744), sub forma:

$$(749) \quad \underline{E}_{1d} = -j \cdot \frac{X_{1v}}{2} (3 \underline{I}_d') = -j \cdot \frac{X_{1v}}{2} \cdot \underline{I}_d''$$

$$\underline{E}_{1c} = -j \cdot \frac{X_{1v}}{2} (3 \underline{I}_c') = -j \cdot \frac{X_{1v}}{2} \cdot \underline{I}_c''$$

în care \underline{I}_d'' și \underline{I}_c'' sînt curenții rotorici raportați la înfășurarea monofazată.

Pentru a scrie și relațiile (741) în funcție de noii curenți se observă că:

$$(750) \quad 3 \underline{I}_d' = \underline{I}_d'' = \frac{\underline{E}_d'}{\frac{R_2'}{3s} + j \frac{X_2'}{3}} = \frac{\underline{E}_d'}{\frac{R_2 (k_w W_1)^2}{s \left(\frac{\sqrt{3} k_w W_2}{\sqrt{3} k_w W_1} \right)^2} + j X_2 \left(\frac{k_w W_1}{\sqrt{3} k_w W_2} \right)^2}$$

$$= \frac{\underline{E}_d'}{\frac{1}{s} R_2'' + j X_2''}$$

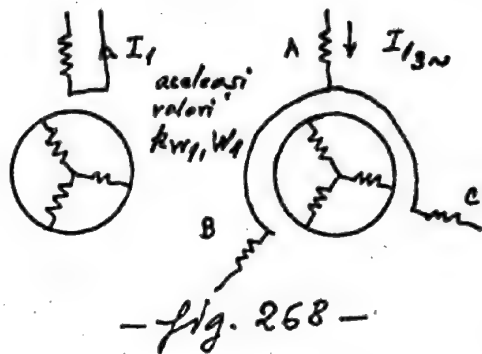
și asemănător:

$$(751) \quad \underline{I}_c'' = \frac{\underline{E}_c'}{\frac{R_2''}{2-s} + j X_2''}$$

Rezultă deci în final sistemul de ecuații următor:

$$\underline{U} = (R_1 + j X_{1s}) \underline{I}_1 + j X_{1v} \underline{I}_1 + j \frac{1}{2} X_{1v} (\underline{I}_d'' + \underline{I}_c'')$$

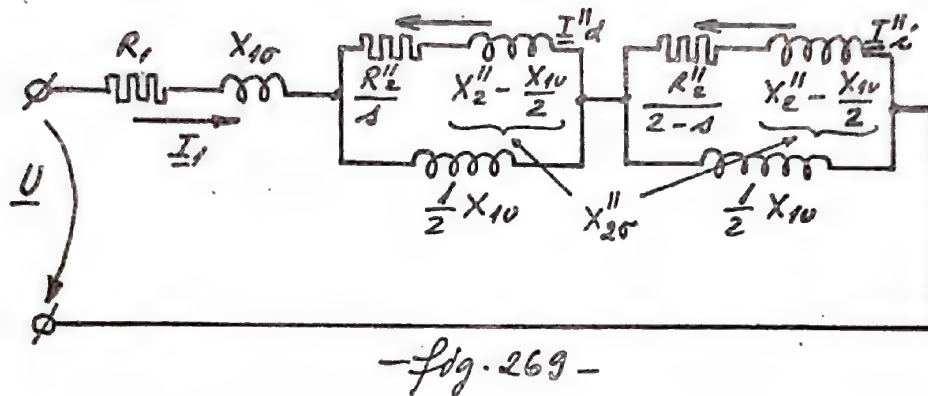
$$(752) \quad \underline{I}_d'' = -j \frac{1}{2} X_{1v} \frac{\underline{I}_1}{\frac{R_2''}{s} + j X_2''}$$



$$(752) \quad \underline{I}_c'' = -j \cdot \frac{1}{2} X_{10} \cdot \frac{\underline{I}_1}{\frac{R_2''}{2-s} + j \cdot X_2''}$$

în care s-au exprimat t.e.m. prin curenți, folosind expresiile (736), (745), (749), (750) și (751).

Acestui sistem de ecuații raportat la înfășurarea statorică monofazăată, îi corespunde schema echivalentă față de rețea, din fig. 269.



Se verifică faptul că pierderile Joule monofazate din schemă care corespund rotorului, reprezintă pierderile reale din rotor:

$$(753) \quad p_{cu2d}'' = R_2'' I_d''^2 = R_2 \left(\frac{k_w W_1}{\sqrt{3} k_w W_2} \right)^2 (3 I_d')^2 = R_2 \left(\frac{k_w W_1}{\sqrt{3} k_w W_2} \right)^2 \cdot (3 I_d' \frac{k_w W_2}{k_w W_1})^2 = 3 R_2 I_d'^2 = p_{cu2d}$$

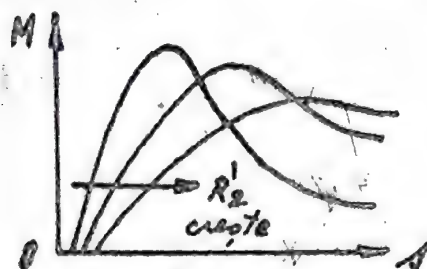
Pe baza acestei scheme echivalente, se pot determina prin calcul performanțele mașinii, exprimate prin diferite caracteristici. Astfel pentru calculul cuplului electromagnetic funcție de alunecare, se folosește relația:

$$(754) \quad M = M_d - M_i = \frac{p_{cu2d}}{s \cdot R_1} - \frac{p_{cu2i}}{(2-s) R_1}$$

adică:

$$(755) \quad M = \frac{R_2''}{R_1} \left[\frac{I_d''^2}{s} - \frac{I_c''^2}{2-s} \right]$$

Pentru o alunecare s dată, curenții din (755) rezultă din calculul schemei. Expresia explicită a cuplului $M = M(s)$ este complicată și oțitem prezentarea ei. În fig. 270 se arată familia caracteristicilor $M = M(s)$ la diverse valori ale rezistenței R_2' .

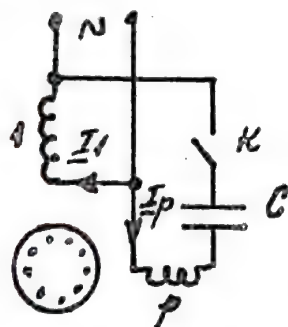


-fig. 270-

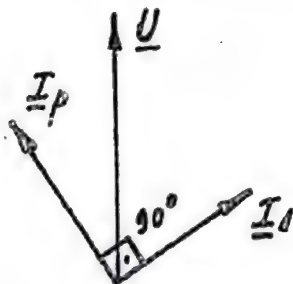
Se poate arăta pe o cale simplă, bazată pe expresiile anterioare care au condus la ecuațiile mașinii și la schema sa echivalentă, că reactanța $X'_2 = (1/2) \cdot X_1$ reprezintă reactanța de scăpări raportată a fazei rotorice (notată cu $X'_{2\sigma}$ pe fig. 269).

Calcululele efectuate au arătat că față de un motor trifazat de aceeași putere, performanțele motorului monofazat sînt mai slabe (curent de mers în gol mai mare, factor de putere mai prost, randament mai mic, cuplu maxim mai redus). Din aceste motive motorul monofazat este folosit numai atunci cînd nu avem la dispoziție rețea trifazată și doar la puteri mici (cel mult cîțiva kW).

Pentru a se asigura pornirea fără impuls exterior a motorului, trebuie folosită înfășurarea auxiliară de pornire amintită la început. Există mai multe metode de asigurare a cuplului de pornire, dar cea mai eficace este cea cu condensator de pornire (fig. 271).



-fig. 271-



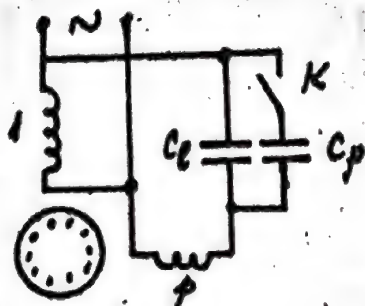
-fig. 271 bis-

Pentru ca la pornire ($s = 1$) să se obțină un cuplu de pornire cît mai ridicat, trebuie ca în mașină să fie creat un cîmp învîrtitor circular. Cum cele două înfășurări sînt cu axele la 90° electrice, rezultă că

tensiunile magnetice trebuie să fie egale și curenții defazați la același unghi de 90° în timp, adică:

$$(756) \quad j(k_{wW})_1 I_1 = (k_{wW})_p I_p$$

Înseriind cu înfășurarea de pornire (p) un condensator cu o capacitate suficient de mare C, se poate defaza curentul I_p înaintea tensiunii \underline{U} (fig. 271 bis), astfel ca să îndeplinim condiția de fază cerută de (756). Cealaltă condiție (de amplitudine) depinde de parametrilor înfășurărilor de lucru și de pornire și este mai greu de asigurat. Din acest motiv ne mulțumim de obicei cu un cîmp apropiat de cel circular. După accelerarea la pornire a rotorului, un întrerupător centrifugal K scoate din circuit cea de-a doua înfășurare.

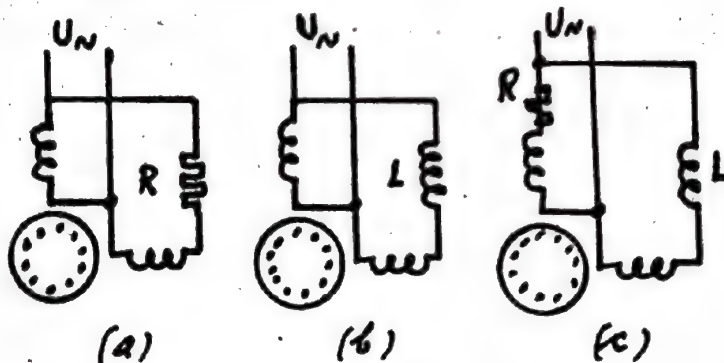


- Fig. 272 -

În general este însă mai avantajos ca înfășurarea auxiliară să rămână în funcțiune și după pornirea motorului, contribuind la cuplul motor. Cum însă în apropiere de sincronism condițiile de funcționare sînt altele decît la pornire, este necesară o altă valoare a capacității, de aceea se folosește schema din fig. 272 cu condensator de lucru și condensator de pornire.

Pornirea se face cu ambele condensatoare în paralel, urmînd ca la o viteză anumită un întrerupător centrifugal să decupleze unul din condensatoare. În acest mod se realizează caracteristici favorabile atît la pornire, cît și în funcționarea normală. În acest caz nu mai poate fi vorba de o mașină monofazată, ci de o mașină bifazată funcționînd în cel mai general caz într-un regim nesimetric, adică cu un cîmp magnetic invirtitor eliptic (a se vedea cap. 2.4.1. și 2.4.2. de la pag. 86).

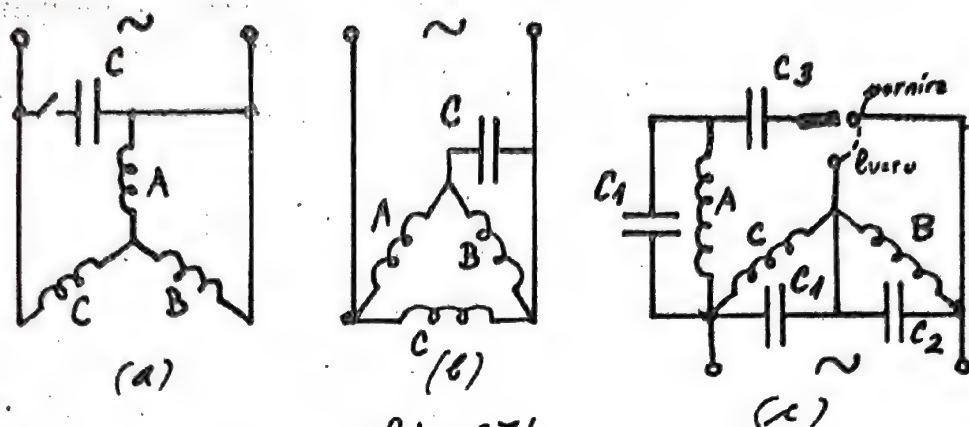
În practică, pentru asigurarea cuplului de pornire, se mai pot folosi și alte scheme mai puțin eficace ca cele cu condensatoare, așa cum sînt cele din fig. 273 a, b și c.



- Fig. 273 -

Prima dintre ele, cu rezistență de pornire este mai des folosită, atunci cînd nu se cer cupluri de pornire prea mari.

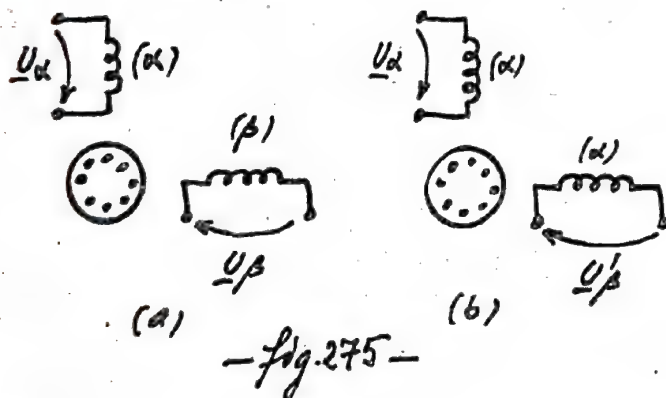
Se pot folosi și motoare asincrone trifazate în calitate de motoare monofazate, schemele cele mai răspîndite fiind cele din fig. 274. Primele două scheme se folosesc cînd mașina are deja legate în interior cele trei faze în stea sau triunghi. A treia reprezintă una din cele mai perfecționate scheme, dar necesită patru condensatoare și se calculează mai greu.



- fig. 274 -

8. Mașină asincronă bifazată.

În situația în care înfășurarea auxiliară a mașinii monofazate este prevăzută să funcționeze permanent, nu numai pe perioada pornirii, avem de a face cu o mașină bifazată. Deși nu este obligatoriu, axele "electrice" ale celor două înfășurări sînt în marea majoritate a cazurilor ortogonale (la 90° electrice), fiind în general diferite (ca nr. spire, factor de bobinaj, secțiune etc...). Secțiunea mașinii reprezentată în planul electric este ca cea din fig. 275 a)



- fig. 275 -

rotorul fiind de cele mai multe ori un rotor în colivie. Datorită nesimetriei înfășurărilor sau a tensiunilor de alimentare, astfel de mașini funcționează cu cîmp învîrtitor eliptic, așa cum s-a arătat la cap. 2.4.2. din prima

parte a volumului de față. De aceea teoria în asemenea situații se face prin descompunere în componente simetrice, după ce în prealabil se efectuează o reducere a uneia din înfășurări (cea notată cu (β)), la cealaltă (notată cu (α)). Mărimile reale \underline{U}_β și \underline{I}_β se înlocuiesc cu mărimile raportate \underline{U}'_β și \underline{I}'_β , date de relațiile:

$$(757) \quad \underline{U}'_\beta = \underline{U}_\beta \cdot \frac{k_{w\alpha} W_\alpha}{k_{w\beta} W_\beta}$$

$$(757) \quad \underline{I}'_{\beta} = \underline{I}_{\beta} \cdot \frac{k_{w\beta} W_{\beta}}{k_{w\alpha} W_{\alpha}}$$

fapt ce asigură invarianța puterilor schimbate pe la borne și aceeași tensiune magnetică și t.e.m. prin înfășurarea echivalentă raportată (notată tot cu (α) pe fig.275 b), deoarece are acelaș factor de bobinaj și acelaș număr de spire cu cealaltă, neraportată).

Deși prin operația de raportare cele două înfășurări devin identice din punctele de vedere ce au stat la baza raportării, ele au totuși parametri diferiți. Noii parametri "raportați" ai înfășurării (β) sînt:

$$(758) \quad R'_{\beta} = R_{\beta} \left(\frac{k_{w\alpha} W_{\alpha}}{k_{w\beta} W_{\beta}} \right)^2 \quad X'_{\sigma\beta} = X_{\sigma\beta} \left(\frac{k_{w\alpha} W_{\alpha}}{k_{w\beta} W_{\beta}} \right)^2$$

Spre deosebire de reactanța de scăpări $X'_{\sigma\beta}$, reactanța utilă raportată a înfășurării $X'_{u\beta}$ coincide cu cea utilă a înfășurării (α) , ceea ce se arată simplu (constituie un exercițiu de verificare pentru student).

Pentru regimul permanent sinusoidal, ecuațiile de tensiuni în fazori pentru cele două înfășurări (fig.275 b) din stator se vor scrie asemănător cu cele din cazul mașinii trifazate:

$$(759) \quad \begin{cases} \underline{U}_{\alpha} = (R_{\alpha} + j \cdot X_{\sigma\alpha}) \underline{I}_{\alpha} - \underline{E}_{\alpha} \\ \underline{U}'_{\beta} = (R'_{\beta} + j \cdot X'_{\sigma\beta}) \underline{I}'_{\beta} - \underline{E}'_{\beta} \end{cases}$$

t.e.m. utile \underline{E}_{α} și \underline{E}'_{β} fiind induse de către cîmpul magnetic util rezultat, care în general este un cîmp învîrtitor eliptic. După cum se știe, un astfel de cîmp se poate considera ca o suprapunere a efectelor produse de două cîmpuri învîrtitoare circulare de sensuri opuse și amplitudini neegale (a se vedea cap.2.4.1 și 2.4.2 de la teoria generală a mașinilor electrice rotative, din prezentul volum), astfel că putem scrie:

$$(760) \quad \begin{cases} \underline{E}_{\alpha} = \underline{E}_{\alpha d} + \underline{E}_{\alpha i} \\ \underline{E}'_{\beta} = \underline{E}'_{\beta d} + \underline{E}'_{\beta i} \end{cases}$$

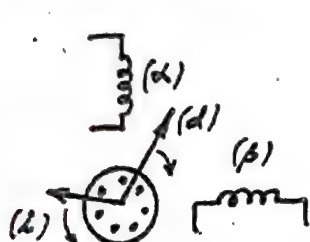
separînd t.e.m. induse de cîmpul direct, de cele induse de cîmpul invers. Ca urmare a raportării avem pentru valorile efective relațiile evidente:

$$(761) \quad |\underline{E}_{\alpha d}| = |\underline{E}'_{\beta d}| \quad ; \quad |\underline{E}_{\alpha i}| = |\underline{E}'_{\beta i}|$$

Cele două cîmpuri învîrtitoare sînt produse de către componentele simetrice ale curenților (relațiile (176) și (177) de la cap. 2.4.2. amintit):

$$(762) \quad \begin{cases} \underline{I}_\alpha = \underline{I}_d + \underline{I}_i \\ \underline{I}_\beta = -j \cdot \underline{I}_d + j \cdot \underline{I}_i \end{cases} \quad \begin{cases} \underline{I}_d = \frac{1}{2} (\underline{I}_\alpha + j \cdot \underline{I}_\beta) \\ \underline{I}_i = \frac{1}{2} (\underline{I}_\alpha - j \cdot \underline{I}_\beta) \end{cases}$$

Deoarece componentele directe dau cîmp învîrtitor în sensul de succesiune a fazelor (a se vedea fig.276), avem:

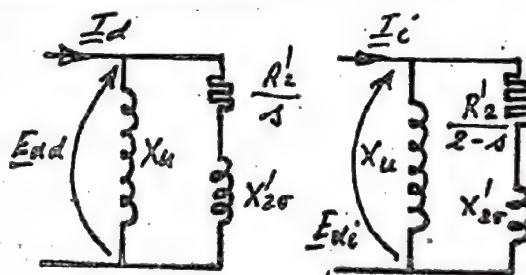


- fig. 276 -

$$(763) \quad \begin{cases} \underline{E}'_{\beta d} = -j \cdot \underline{E}_{\alpha d} \\ \underline{E}'_{\beta i} = +j \cdot \underline{E}_{\alpha i} \end{cases}$$

ceea ce precizează și ca defazaj relațiile anterioare (761).

T.e.m. utile sînt produse de fluxurile utile rezultante corespunzătoare celor 2 cîmpuri învîrtitoare care iau în considerare și efectele curenților induși în rotor. Fiind cîmpuri circulare, corespunzătoare unor sisteme trifazate simetrice în cazul mașinii trifazate, vom putea aplica cele stabilite acolo, legătura dintre curenți și t.e.m. fiind dată de schemele echivalente din fig.277 față de cîmpul direct de alunecare s și față de cîmpul invers de alunecare 2 - s. Prin analogie cu cazul trifazat simetric, parametrii R'_2 și X'_{2s} din fig.277 reprezintă parametrii pe fază ai unui rotor bifazat simetric, raportați la înfășurările statorice simetrice α și β (raportată la α). Dacă rotorul este în colivie, el se poate echivala cu un rotor bobinat simetric (acest lucru este valabil numai pentru fundamentală spațială a cîmpului), așa cum s-a văzut la capitolul respectiv. Pe baza schemei din fig.277 avem relațiile:



- fig. 277 -

$$(764) \quad \underline{E}_{\alpha d} = -\underline{Z}'_{2d} \cdot \underline{I}_d \quad \underline{E}_{\alpha i} = -\underline{Z}'_{2i} \cdot \underline{I}_i$$

Notind:

$$(765) \quad \underline{Z}_{\alpha\alpha} = R_{\alpha} + j \cdot X_{\alpha\alpha} \quad \underline{Z}'_{\alpha\beta} = R'_{\beta} + j \cdot X'_{\alpha\beta}$$

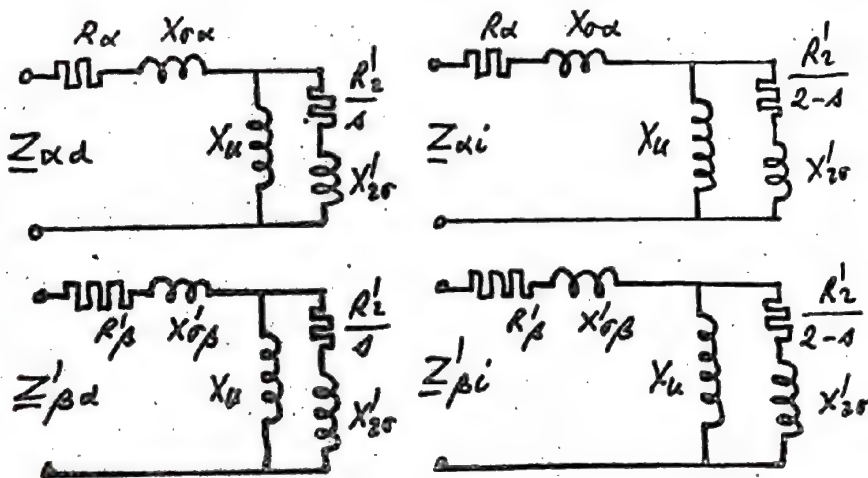
și înlocuind în (759) expresiile (760), (762), (763) și (764) vom obține:

$$(766) \quad \begin{aligned} \underline{U}_{\alpha} &= (\underline{Z}_{\alpha\alpha} + \underline{Z}'_{2d}) \underline{I}_d + (\underline{Z}_{\alpha\alpha} + \underline{Z}'_{2i}) \underline{I}_i \\ \underline{U}'_{\beta} &= -j'(\underline{Z}'_{\alpha\beta} + \underline{Z}'_{2d}) \underline{I}_d + j'(\underline{Z}'_{\alpha\beta} + \underline{Z}'_{2i}) \underline{I}_i \end{aligned}$$

adică sistemul de ecuații:

$$(767) \quad \begin{cases} \underline{U}_{\alpha} = \underline{Z}_{\alpha d} \cdot \underline{I}_d + \underline{Z}_{\alpha i} \cdot \underline{I}_i \\ j' \cdot \underline{U}'_{\beta} = \underline{Z}'_{\beta d} \cdot \underline{I}_d - \underline{Z}'_{\beta i} \cdot \underline{I}_i \end{cases}$$

în care am introdus noi notații pentru suma impedanțelor din parenteze. Schemele de calcul ale acestor impedanțe sînt arătate pe



- fig. 278 -

fig. 278. Pentru a exprima tensiunile \underline{U}_{α} și $j' \cdot \underline{U}'_{\beta}$ funcție direct de curenții reali \underline{I}_{α} și \underline{I}'_{β} , se înlocuiesc (762) în (767):

$$(768) \quad \begin{aligned} \underline{U}_{\alpha} &= \frac{1}{2} (\underline{Z}_{\alpha d} + \underline{Z}_{\alpha i}) \underline{I}_{\alpha} + j' \cdot \frac{1}{2} (\underline{Z}_{\alpha d} - \underline{Z}_{\alpha i}) \underline{I}'_{\beta} \\ j' \cdot \underline{U}'_{\beta} &= \frac{1}{2} (\underline{Z}'_{\beta d} - \underline{Z}'_{\beta i}) \underline{I}_{\alpha} + j' \cdot \frac{1}{2} (\underline{Z}'_{\beta d} + \underline{Z}'_{\beta i}) \underline{I}'_{\beta} \end{aligned}$$

Se ajunge astfel la sistemul de ecuații:

$$(769) \quad \begin{cases} \underline{U}_\alpha = \underline{Z}_{\alpha\alpha} \cdot \underline{I}_\alpha + j \cdot \underline{Z}_{\alpha\beta} \cdot \underline{I}_\beta \\ j \cdot \underline{U}'_\beta = \underline{Z}'_{\beta\alpha} \cdot \underline{I}_\alpha + j \cdot \underline{Z}'_{\beta\beta} \cdot \underline{I}_\beta \end{cases}$$

în care impedențele corespund coeficienților curenților din (768). Sistemul permite calculul simplu al curenților, dacă se cunoaște sistemul de tensiuni aplicat motorului, parametrii motorului și alunecarea s . Aflând curenții se poate calcula cuplul electromagnetic, cu expresia pentru bifazat:

$$(770) \quad M = M_d - M_i = \frac{p_{med}}{s R_1} - \frac{p_{mzi}}{(2-s) R_1} = \frac{2 R_2' I_d^2}{s R_1} - \frac{2 R_2' I_i^2}{(2-s) R_1}$$

adică:

$$(771) \quad M = \frac{2 R_2'}{R_1} \left[\frac{I_d^2}{s} - \frac{I_i^2}{2-s} \right]$$

În acest mod se poate determina prin calcul punct cu punct, caracteristica mecanică precum și alte performanțe ale motorului asupra cărora nu mai insistăm.

Ca aplicație a teoriei dezvoltate vom considera două exemple:

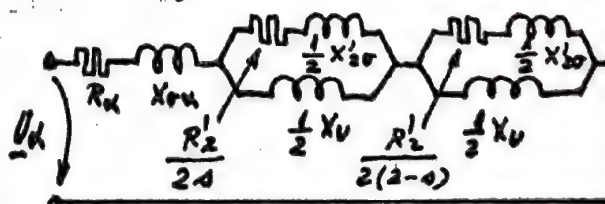
A Cazul motorului monofazat.

Dacă presupunem că nu există înfășurarea (β), deci $\underline{I}'_\beta = 0$ trebuie să regăsim rezultatele stabilite la motorul monofazat. În acest caz se vede că ecuațiile (769) se reduc la o singură ecuație:

$$(772) \quad \underline{U}_\alpha = \underline{Z}_{\alpha\alpha} \cdot \underline{I}_\alpha$$

Ținând seama de expresia lui $\underline{Z}_{\alpha\alpha}$, găsim pentru această impedență schema din fig. 279.

Aparenta diferență dintre parametrii rotorici, între această schemă și cea din fig. 269 se datorează faptului că aici am definit pe R_2' și X_{20}' pentru rotorul bifazat echivalent.



- Fig. 279 -

Dacă se ține seama că în fig.269 acești parametri se referă la un rotor trifazat echivalent, se arată simplu echivalența celor două scheme.

B. Cazul tahogeneratorului asincron.

Printre mașinile electrice speciale asincrone se folosește de multe ori tahogeneratorul asincron cu schema din fig.280, având o

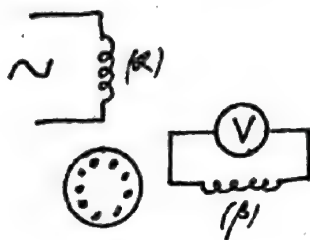


fig.280-

înfășurare alimentată la o rețea de tensiune și frecvență constantă (α) și o înfășurare de măsurare (β) în care se culege o t.e.m. ce depinde ca valoare efectivă, liniar, de viteza de rotație a rotorului. Reprezintă de fapt un traductor viteză-tensiune alternativă.

Funcționarea sa rezultă simplu pe baza teoriei expuse anterior. Astfel, presupunând că prin înfășurarea (β) nu trece curent (este legată la un amplificator cu impedanță de intrare foarte mare), ecuațiile din (769) devin:

$$(773) \quad \begin{aligned} U_{\alpha} &= Z_{\alpha\alpha} \cdot I_{\alpha} \\ j \cdot U'_{\beta} &= Z'_{\beta\alpha} \cdot I_{\alpha} \end{aligned}$$

Dacă $s = 1$ (rotor în repaus) se vede că avem $Z'_{\beta\alpha} = 0$ și deci avem și $U'_{\beta} = 0$. Dacă însă rotorul este învârtit, avem:

$$(774) \quad j \cdot U'_{\beta} = \frac{Z'_{\beta\alpha}}{Z_{\alpha\alpha}} \cdot U_{\alpha} = \frac{Z'_{2d} - Z'_{2c}}{2Z_{\alpha\alpha} + Z'_{2d} + Z'_{2c}} \cdot U_{\alpha} =$$

$$\approx \frac{(1-s)R'_2}{R'_2 \left(1 + 2 \frac{X'_{2\sigma}}{X_u}\right) - j \left[\frac{R'_2}{X_u} - X'_{2\sigma} \left(1 + \frac{X'_{2\sigma}}{X_u}\right) s/2 \right]} \cdot U_{\alpha}$$

(s-a neglijat $Z_{\alpha\alpha}$). Dacă în plus se respectă inegalitatea:

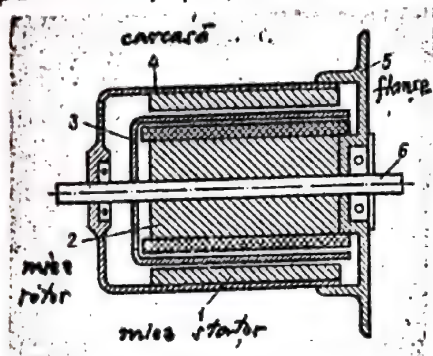
$$(775) \quad R'^2_2 \gg X'_{2\sigma} (X_u + X'_{2\sigma})$$

rezultă:

$$(776) \quad j \cdot U'_{\beta} \approx \frac{1-s}{\left(1 + 2 \frac{X'_{2\sigma}}{X_u}\right) - j \left(\frac{R'_2}{X_u}\right)} \cdot U_{\alpha} = \frac{s}{R_o \cdot Z_T} U_{\alpha}$$

adică dependență proporțională a tensiunii funcție de viteză.

Practic astfel de tahogeneratoare se construiesc cu rotor în formă de pahar de aluminiu (sau aliaj), așa ca în fig. 281, pentru a avea un moment de inerție cât mai mic (se rotește doar axul 6 cu paharul 3) și pentru a realiza cât mai bine condiția (775).



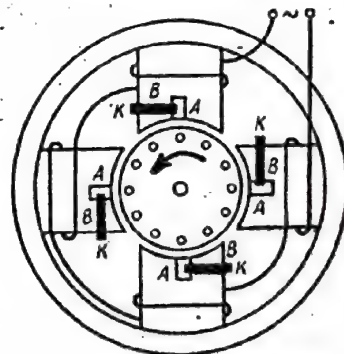
- fig. 281 -

Construcția din fig. 281 se folosește și la motoarele bifazate folosite ca elemente de execuție (servomotoare) în sistemele de reglare automată și care trebuie să aibă inerții cât mai reduse și o fidelitate cât mai mare în executarea comenzilor.

În încheierea acestui capitol să vedem care sînt condițiile necesare pentru asigurarea la o alunecare da-

tă, a unui cîmp magnetic circular, deci a unui cuplu maxim. Pentru aceasta trebuie ca la tensiuni date să avem curent invers nul, deci punînd $I_1 = 0$ în sistemul (767) rezultă o relație între impedanțe și tensiuni, în general neîndeplinită dacă nu se iau anumite măsuri (cum ar fi de exemplu conectarea în serie cu una din înfășurări a unui condensator și modificarea parametrilor celeilalte înfășurări). Problema corelației între parametri și a calculului capacității condensatorului face obiectul cursurilor de specialitate și nu o vom trata aci.

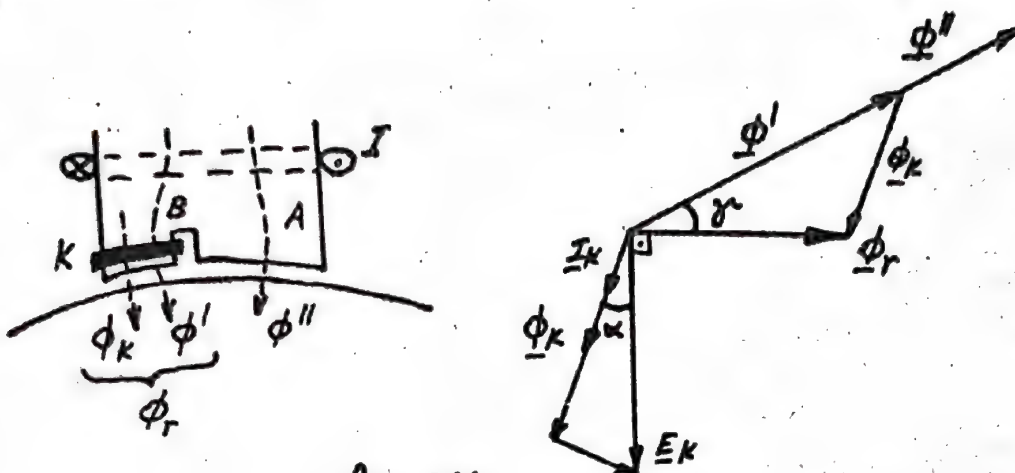
O variantă de motor asincron bifazat, dar cu alimentare monofazată, este așa numitul motor asincron cu spirală în scurtcircuit (sau cu pol crestă, sau cu pol ecranat) din fig. 282, care se execută cu stator cu poli aparenti secționati, una din secțiuni (B) fiind înconjurată de cîte o spirală groasă de cupru, alamă sau bronz. Înfășurările polilor stator se fac de tip concentrat, iar rotorul este în scurtcircuit (colivie).



- fig. 282 -

Aceste motoare funcționează cu cîmp eliptic de tip special (așa numitul cîmp progresiv), cele două secțiuni ale polilor A și B fiind parcurse de fluxuri defazate în timp și decalate și spațial, dar nu la 90° electrice. Defazarea este realizată cu ajutorul spirelor în scurtcircuit, fiind explicată pe baza diagramei fazoriale din fig.

283. Înfigurarea statică monofazată I produce prin cele două secțiuni de pol A și B fluxurile alternative în fază ϕ'' și ϕ' . Fluxul rezultat ϕ_r prin B induce în spirală t.e.m. E_k care dă



-fig. 283-

un curent I_k defazat la α în urmă, din cauza reactanței mici de scăpări a spirei. Fluxul ϕ_k de reacție a spirei se adună fazorial cu ϕ' inductor inițial pentru a forma fluxul rezultat ϕ_r . În acest mod cele două fluxuri finale prin secțiunile A și B vor fi ϕ'' și ϕ_r decalate spațial și defazate la γ . Cuplul dezvoltat de asemenea mașină este cu atât mai mare, cu cât este mai mare produsul:

$$\phi'' \phi_r \sin \gamma$$

(omitem demonstrația). Avem deci interes ca α să fie cât mai mic (spirală cu rezistivitate mărită, număr minim de spire).

Astfel de motoare se folosesc la puteri mici (sub 1 kW), avînd dezavantaje ca factor de putere *pedes*, randament mic, sens de rotație impus (de la fluxul defazat înainte spre cel defazat în urmă, așa ca în fig. 282). În schimb sînt robuste, simple ca construcție și alimentare și suportă bine șocurile de cuplu la ax (regimul de rotor calat, în general nu este regim de avarie comparabil cu cel din cazul motoarelor obișnuite trifazate).

Pentru a elimina dezavantajul legat de sensul unid de rotație ele se execută de multe ori cu cîte două capete de ax (ieșire pe la ambele scuturi statore).

Teoria lor este destul de complicată și imprecisă datorită configurației geometrice și datorită caracterului complex al cîmpului magnetic.

9. Regimurile tranzitorii și nesimetrice ale mașinii asincrone.

Funcționarea mașinii asincrone în cele mai generale regimuri de funcționare, când toate mărimile variază în timp după funcții oarecare, este o problemă extrem de complexă și de vastă. Din punct de vedere teoretic ea reprezintă ultimul stadiu al studiului funcționării mașinii, de aceea nici nu este de mirare faptul că asemenea probleme au început a fi abordate doar în ultimii 50 de ani, odată cu răspândirea tot mai mare a sistemelor electrice complexe și a condițiilor de funcționare tot mai variate. Pe de altă parte, regimurile tranzitorii au și importanță practică, nu numai teoretică, deoarece o serie întreagă de defecțiuni ale mașinilor se datoresc tocmai funcționării nesatisfăcătoare în regimuri tranzitorii.

Pentru a se obține o descriere eficientă a proceselor tranzitorii cele mai generale, trebuie elaborată o teorie care să permită obținerea pe o cale relativ simplă a rezultatelor, luând în considerație numai aspectele esențiale și neglijând cu bună știință factorii secundari. O asemenea teorie trebuie să prevadă perfect din punct de vedere calitativ comportarea mașinii, din punct de vedere cantitativ admitându-se unele erori inevitabile, datorită neglijării factorilor secundari. Rezultă că pentru obținerea unei teorii operative, ușor de aplicat, sînt necesare următoarele stadii:

a) - adoptarea convenabilă a unor ipoteze simplificatoare privind caracteristicile mașinii reale, ceea ce echivalează cu înlocuirea acesteia printr-o mașină idealizată, adică un model teoretic ;

b) - stabilirea pe baza modelului adoptat a sistemului de ecuații în care apar toate mărimile ce caracterizează fenomenele din mașină și modificarea și prelucrarea ecuațiilor în vederea aducerii lor la o formă cît mai comodă pentru aplicații ;

c) - stabilirea metodelor de rezolvare a ecuațiilor și a condițiilor de existență și unicitate a soluțiilor.

La mașinile electrice normale, cu parametri concentrați, pe baza unor ipoteze destul de apropiate de realitate, se ajunge la sisteme de ecuații diferențiale. Dacă ecuațiile sînt liniare rezolvarea este precisă, relativ ușoară. În cazul ecuațiilor neliniare nu mai putem rezolva precis ecuațiile, fiind necesare metode aproximative. În cazurile concrete cu date numerice, se pot aplica metode numerice de calcul cu ajutorul calculatoarelor, obținînd soluții ~~destul de~~ precise, dar nu este posibil să determinăm soluții

generale, analitice ale problemelor puse.

Ecuațiile sînt liniare (așa cum vom vedea) atunci cînd viteza nu se modifică deloc, sau cînd variațiile ei sînt atît de mici încît pot fi neglijate în raport cu variațiile celorlalte mărimi. Astfel de situații au loc la studiul proceselor de conectare sau deconectare a motoarelor la viteză constantă (inclusiv cu rotor în repaus), sau la studiul fenomenelor de pendulare (mici oscilații ale vitezei în jurul unei valori constante) produse de sarcini oscilante.

În alte cazuri, cum ar fi pornirea cu accelerație mare din repaus, sau aplicarea bruscă la ax a unei sarcini mari, ecuațiile sînt neliniare și rezolvarea se complică considerabil.

În cele ce urmează vom stabili ecuațiile regimului tranzitoriu pentru mașini asincrone trifazate simetrice, într-o formă apropiată celei pe care o vom folosi și la studiul mașinilor sincrone și care a fost stabilită prima dată de către R.H.Park în 1929.

9.1. Ipoteze simplificatoare și convenții.

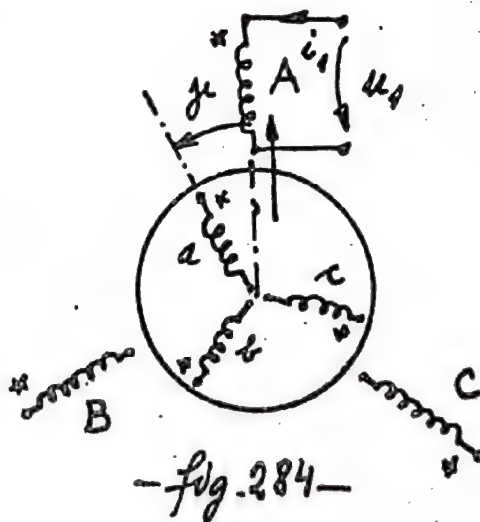
Vom adopta următoarele ipoteze simplificatoare:

1 - presupunem mașina trifazată perfect simetrică geometric și electromagnetic (cele trei faze statorice perfect identice și decalate identic la cîte 120° electrice; cele trei faze rotorice la fel; întrefierul este perfect constant; armăturile perfect cilindrice și omogene și izotrope d.p.v. magnetic)

2 - circuitul magnetic al celor două armături este ideal (nu avem pierderi în fier, nici saturație magnetică, permeabilitatea magnetică fiind infinită)

3 - înfășurările mașinii au parametri concentrați fiind caracterizate de rezistența și inductanțele lor (nu se iau în considerație capacitățile parazite și nici efecte de repartiție spațială a parametrilor)

4 - curenții ce străbat înfășurările produc în întrefier tensiuni magnetice repartizate spațial sinusoidal (se neglijează deci armonicile spațiale superioare); la determinarea fluxurilor utile se poate aplica deci teorema proiecției.



Adoptăm deasemenea următoarele convenții:

1 - poziția rotorului față de stator este dată prin unghiul θ electric, dintre axele fazelor A statorică și a rotorică, considerat pozitiv în sensul de succesiune al fazelor statorice (așa cum este arătat pe fig.284)

2 - sensurile pozitive ale tensiunii la borne și ale curentului prin oricare înfășurare sînt corelate după regula de la dipolii receptori de energie (a se vedea înfășurarea A pe aceeași figură)

3 - fluxul magnetic prin înfășurare produs de curent, se înlanțuie cu acesta după regula burghiului drept, sensul, respectiv fiind considerat sens pozitiv pentru fluxuri; curenții care intră în înfășurări (intrarea este prevăzută cu asterix pe fig.284), produc în întrefier fluxuri cu sens bine orientat (săgeata verticală pt. înfășurarea A), care coincid cu sensul tensiunii magnetice produse.

4 - la fel ca la transformator, vom nota adesea cu indici 1 mărimile ce se referă la stator și cu indici 2 mărimile ce se referă la rotor;

9.2. Ecuațiile de tensiuni și relațiile fluxuri-curenți.

Pentru cele șase înfășurări din fig.284 putem scrie șase ecuații de tensiuni, care reprezintă de fapt teorema a doua a lui Kirchhoff aplicată pe fiecare înfășurare:

$$(777) \quad \left\{ \begin{array}{l} R_1 i_A - u_A = - \frac{d\psi_A}{dt} \\ R_1 i_B - u_B = - \frac{d\psi_B}{dt} \\ R_1 i_C - u_C = - \frac{d\psi_C}{dt} \\ R_2 i_a = - \frac{d\psi_a}{dt} \\ R_2 i_b = - \frac{d\psi_b}{dt} \\ R_2 i_c = - \frac{d\psi_c}{dt} \end{array} \right.$$

Pentru completarea sistemului celor șase ecuații (777) mai trebuie scrise încă șase relații de legătură dintre fluxuri și cu-

renți și anume relațiile lui Maxwell pentru inductanțe proprii și mutuale:

$$(778) \left\{ \begin{aligned} \psi_A &= L_{AA} i_A + L_{AB} i_B + L_{AC} i_C + L_{AA} i_A + L_{AB} i_B + L_{AC} i_C \\ \psi_B &= L_{BA} i_A + L_{BB} i_B + L_{BC} i_C + L_{BA} i_A + L_{BB} i_B + L_{BC} i_C \\ \psi_C &= L_{CA} i_A + L_{CB} i_B + L_{CC} i_C + L_{CA} i_A + L_{CB} i_B + L_{CC} i_C \\ \psi_A &= L_{AA} i_A + L_{AB} i_B + L_{AC} i_C + L_{AA} i_A + L_{AB} i_B + L_{AC} i_C \\ \psi_B &= L_{BA} i_A + L_{BB} i_B + L_{BC} i_C + L_{BA} i_A + L_{BB} i_B + L_{BC} i_C \\ \psi_C &= L_{CA} i_A + L_{CB} i_B + L_{CC} i_C + L_{CA} i_A + L_{CB} i_B + L_{CC} i_C \end{aligned} \right.$$

Dacă inductanțele din (778) ar fi mărimi constante situația ar fi simplă căci prin înlocuire în (777) ar rezulta un sistem de ecuații diferențiale cu coeficienți constanți, liniar, deci ușor de rezolvat. Unele inductanțe ca de exemplu L_{AB} sînt evident constante dar altele ca L_{AB} depind de unghiul θ , care la rîndul său este funcție de timp și prin urmare nu toate inductanțele din (778) au valori constante, unele depinzînd de timp prin intermediul unei funcții la rîndul ei necunoscută: $\theta = \theta(t)$.

Din aceste motive este util să vedem în prealabil cum variază cu unghiul θ inductanțele din (778).

9.3. Variația cu unghiul θ a inductanțelor.

Deoarece întrefierul mașinii este constant iar circuitul magnetic este presupus ideal, starea magnetică nu va varia cu deplasarea rotorului ci numai ca urmare a modificării unghiului dintre axele a două înfășurări, fapt ce conduce la modificarea cuplajului magnetic dintre ele. Rezultă atunci că sînt constante următoarele inductanțe:

- inductanțele proprii statorice: $L_A = L_B = L_C = L_1 = \text{const.}$
- inductanțele mutuale statorice: $L_{AB} = L_{BC} = L_{CA} = M_1 = \text{const.}$
- inductanțele proprii rotorice: $L_a = L_b = L_c = L_2 = \text{const.}$
- inductanțele mutuale rotorice: $L_{ab} = L_{bc} = L_{ca} = M_2 = \text{const.}$

În schimb inductanțele mutuale dintre o fază statorică și alta rotorică vor fi funcții de unghiul θ . Pentru a vedea aceste func-

țiuni și pentru a stabili și unele relații de legătură dintre parametri, să determinăm în ipotezele simplificatoare adoptate, expresiile de calcul ale acestor parametri.

Inductanța proprie a înfășurării A este după definiție:

$$(779) \quad L_A = L_I = \frac{\Psi_A}{i_A} = \frac{\Psi_I}{i_I} = \frac{\Psi_{I0} + \Psi_{IV}}{i_I} = L_{I0} + \frac{\Psi_{IV}}{i_I}$$

în care am separat fluxul util de cel de scăpări. Pentru determinarea fluxului util facem apel la expresii binecunoscute stabilite în diversele părți anterioare ale cursului. Avem astfel:

$$(780) \quad \Psi_{IV} = k_w W_I \Phi_{I0}$$

$$(781) \quad \Phi_{I0} = \frac{2}{\pi} \cdot \tau \cdot l \cdot B_{Im}$$

$$(782) \quad B_{Im} = \mu_0 \frac{V_m}{K_S K_C \delta}$$

$$(783) \quad V_{Im} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{k_w W_I}{p} \cdot i_I$$

în expresia (782) s-a introdus și factorul de corecție datorită considerării saturației (într-un mod aproximativ). Din relațiile scrise prin eliminări succesive se ajunge la expresia inductanței utile sub forma:

$$(784) \quad L_{IV} = \frac{1}{p K_S} \left(\frac{2}{\pi} \right)^2 \left(\mu_0 \frac{\tau \cdot l}{K_C \delta} \right) (k_w W_I)^2$$

Dacă dorim să determinăm inductanța mutuală dintre înfășurările A și B, vom avea:

$$(785) \quad M_{AB} = L_{AB} = M_I = \frac{\Psi_{AB}}{i_A} = \frac{\Psi_{IV} \cos 120^\circ}{i_I} = -\frac{1}{2} L_{IV}$$

deci rezultă relațiile:

$$(786) \quad \begin{cases} L_I = L_{I0} + L_{IV} \\ M_I = -\frac{1}{2} L_{IV} \end{cases}$$

și într-un mod cu totul analog pentru rotor:

$$(787) \quad \begin{cases} L_2 = L_{20} + L_{2V} \\ M_2 = -\frac{1}{2} L_{2V} \end{cases}$$

Se observă că dacă raportăm inductanța utilă rotorică la cea statorică, ele sînt egale :

$$(788) \quad L'_{2u} = \left(\frac{k_{w1} W_1}{k_{w2} W_2} \right)^2 L_{2v} = L_{1v}$$

În ceea ce privește inductanțele variabile cu unghiul γ , avem de exemplu pentru calculul lui L_{AB} :

$$(789) \quad L_{AA} = \frac{\Psi_{AA}}{i_A} = \frac{k_{w2} W_2 \phi_{12}}{i_1} = \frac{k_{w2} W_2 \phi_{12} \cos \gamma}{i_1} =$$

$$= \frac{k_{w2} W_2}{k_{w1} W_1} L_{1v} \cos \gamma = M_{12} \cos \gamma$$

în care am pus :

$$(790) \quad M_{12} = \sqrt{L_{1v} L_{2u}} = \frac{1}{\mu K_S} \left(\frac{2}{\pi} \right)^2 \left(\mu_0 \frac{Z \cdot l}{K_C \delta} \right) (k_{w1} W_1) (k_{w2} W_2)$$

Rezultă imediat următoarele formule fundamentale :

$$(791) \quad \begin{cases} L_{AA} = L_{BB} = L_{CC} = M_{12} \cos \gamma \\ L_{AB} = L_{BC} = L_{CA} = M_{12} \cos \left(\gamma - \frac{2\pi}{3} \right) = M_{12} \cos \left(\gamma + \frac{4\pi}{3} \right) \\ L_{AC} = L_{BA} = L_{CB} = M_{12} \cos \left(\gamma - \frac{4\pi}{3} \right) = M_{12} \cos \left(\gamma + \frac{2\pi}{3} \right) \end{cases}$$

care ne arată că inductanțele respective sînt funcții sinusoidale de unghiul .

9.4. Transformarea Park de variabile.

Datorită variației cu γ a inductanțelor din (791), sistemul de ecuații diferențiale care s-ar obține prin înlocuirea acestor expresii în (778) și apoi în (777) ar fi neliniar, avînd în plus neliniaritățile răspîndite în toți termenii, deci afectînd toate relațiile. În 1929 R.H.Park bazîndu-se pe interpretarea fizică a teoriei celor două reacții a lui A.Blondel de la mașinile sincrone, a propus efectuarea unei transformări de variabile care să transforme sistemul inițial de ecuații în altul mai simplu și care în condiții de viteză constantă a rotorului să fie un sistem liniar. Amănunte cu

privire la ideile ce au condus la transformarea de variabile și cu privire la aspectul și semnificația fizică a acesteia, vor fi date la capitolul privind regimul tranzitoriu al mașinilor sincrone unde se va face o teorie mai dezvoltată. Deocădată să arătăm această transformare pentru curenții statorici și anume:

$$(792) \begin{cases} i_d = \frac{2}{3} \left[i_A \cos \gamma + i_B \cos \left(\gamma - \frac{2\pi}{3} \right) + i_C \cos \left(\gamma - \frac{4\pi}{3} \right) \right] \\ i_q = \frac{2}{3} \left[i_A \sin \gamma + i_B \sin \left(\gamma - \frac{2\pi}{3} \right) + i_C \sin \left(\gamma - \frac{4\pi}{3} \right) \right] \\ i_o = \frac{1}{3} [i_A + i_B + i_C] \end{cases}$$

Ultima expresie se numește componenta omopolară instantanee, prin analogie cu cea din cazul sistemelor trifazate nesimetrice. O astfel de transformare se aplică tuturor mărimilor statorice (deci și tensiunilor, și fluxurilor). Deoarece determinantul sistemului din (792) este diferit de zero, transformarea este inversabilă astfel că transformarea inversă este dată (nu mai dăm calculele) de relațiile:

$$(793) \begin{cases} i_A = i_d \cos \gamma + i_q \sin \gamma + i_o \\ i_B = i_d \cos \left(\gamma - \frac{2\pi}{3} \right) + i_q \sin \left(\gamma - \frac{2\pi}{3} \right) + i_o \\ i_C = i_d \cos \left(\gamma - \frac{4\pi}{3} \right) + i_q \sin \left(\gamma - \frac{4\pi}{3} \right) + i_o \end{cases}$$

Efectuînd aceste transformări în primele trei ecuații din (777), (se înlocuiesc mărimile cu indici A, B și C în funcție de cele cu indici d, q și o, prin relațiile (793) și apoi se identifică în ambii membri factorii care apar pe lângă funcțiile de γ , de același tip și termenii "liberi"). Se obțin următoarele trei ecuații în noile variabile:

$$(794) \begin{cases} R_1 i_d - u_d = - \frac{d\psi_d}{dt} - j_i \psi_q \\ R_1 i_q - u_q = - \frac{d\psi_q}{dt} + j_i \psi_d \\ R_1 i_o - u_o = - \frac{d\psi_o}{dt} \end{cases} \quad \left(j_i = \frac{d\gamma}{dt} \right)$$

În ceea ce privește ecuațiile rotorice, vom considera cazul cel mai răspândit al legării stator cu neutru izolat (la care se re-

duc majoritatea mașinilor), pentru care avind:

$$(795) \quad i_a + i_b + i_c = 0$$

rezultă că numai două variabile sînt independente. Vom considera în locul variabilelor reale rotorice i_a, i_b și i_c următoarele două variabile noi i_a (identică cu cea veche) și i_a^* astfel încît:

$$(796) \quad \begin{cases} i_a = i_a \\ i_b = -\frac{1}{2} i_a + \frac{\sqrt{3}}{2} i_a^* \\ i_c = -\frac{1}{2} i_a - \frac{\sqrt{3}}{2} i_a^* \end{cases}$$

și reciproc:

$$(797) \quad \begin{cases} i_a = i_a \\ i_a^* = \frac{1}{\sqrt{3}} (i_b - i_c) \end{cases}$$

Vom aplica transformările (796) și (797) tuturor mărimilor rotorice, înlocuindu-le în celelalte trei ecuații din (777), referitoare la rotor. Prima ecuație rotorică rămîne neschimbată, celelalte două ecuații se reduc la una singură astfel că avem:

$$(798) \quad \begin{cases} R_2 i_a = - \frac{d\psi_a}{dt} \\ R_2 i_a^* = - \frac{d\psi_a^*}{dt} \end{cases}$$

Cele cinci ecuații din (794) și (798) reprezintă ecuațiile transformate ale sistemului inițial (777), în noile variabile. Ele sînt analoge ecuațiilor de tensiuni Park de la mașini sincrone, așa cum vom vedea la capitolul respectiv. Cele două t.e.m.

$$- \frac{d\psi_d}{dt}, \quad - \frac{d\psi_q}{dt}$$

care apar în primele două ecuații se numesc t.e.m. de transformare, iar celelalte două

$$-j\psi_q, \quad +j\psi_d$$

se numesc t.e.m. de rotație.

Să mai observăm că deși la mașini cu rotorul legat în triunghi ar putea exista componente instantanee omopolare în principiu, în general acest lucru nu se întîmplă din cauză că lipsește cauza producerii acestor componente.

9.5. Relațiile fluxuri-curenți în noile variabile,

În cele ce urmează vom transforma în noile variabile relațiile (778) dintre fluxuri și curenți. De exemplu, în prima relație din (778), vom înlocui mărimile cu indici A, B, ... cu funcție de cele cu indici d, q, o pentru stator și cele cu indici a simpli și cu asteris, pentru rotor, obținind:

$$(799) \quad \Psi_A = \Psi_d \cos \gamma + \Psi_q \sin \gamma + \Psi_o = (L_{10} + L_{1u})(i_d \cos \gamma + i_q \sin \gamma + i_o) - \frac{1}{2} L_{1u} \left[i_d \cos \left(\gamma - \frac{2\pi}{3} \right) + i_q \sin \left(\gamma - \frac{2\pi}{3} \right) + i_o \right] - \frac{1}{2} L_{1u} \left[i_d \cos \left(\gamma - \frac{4\pi}{3} \right) + i_q \sin \left(\gamma - \frac{4\pi}{3} \right) + i_o \right] + M_{12} \cos \gamma \cdot i_a + M_{12} \cos \left(\gamma - \frac{2\pi}{3} \right) \left[-\frac{1}{2} i_a - \frac{\sqrt{3}}{2} i_a^* \right] + M_{12} \cos \left(\gamma - \frac{4\pi}{3} \right) \left[-\frac{1}{2} i_a + \frac{\sqrt{3}}{2} i_a^* \right]$$

Ținând seama de relațiile:

$$(800) \quad \begin{cases} \cos \gamma + \cos \left(\gamma - \frac{2\pi}{3} \right) + \cos \left(\gamma - \frac{4\pi}{3} \right) = 0 \\ \sin \gamma + \sin \left(\gamma - \frac{2\pi}{3} \right) + \sin \left(\gamma - \frac{4\pi}{3} \right) = 0 \end{cases}$$

și procedînd identic cu relația a doua și a treia din (778), se obțin următoarele relații:

$$(801) \quad \begin{cases} \Psi_d = \left(\frac{3}{2} L_{1u} + L_{10} \right) i_d + \frac{3}{2} M_{12} \cdot i_a \\ \Psi_q = \left(\frac{3}{2} L_{1u} + L_{10} \right) i_q - \frac{3}{2} M_{12} i_a^* \\ \Psi_o = L_{10} i_o \end{cases}$$

în care apar numai mărimile cu indici noi. Pentru relația a patra din (778), avem asemănător:

$$(802) \quad \Psi_a = M_{12} \cos \gamma (i_d \cos \gamma + i_q \sin \gamma + i_o) +$$

$$\begin{aligned}
 & + M_{12} \cos(\gamma - \frac{2\pi}{3}) \left[i_a \cos(\gamma - \frac{2\pi}{3}) + i_g \sin(\gamma - \frac{2\pi}{3}) + i_d \right] + \\
 (802) \quad & + M_{12} \cos(\gamma - \frac{4\pi}{3}) \left[i_a \cos(\gamma - \frac{4\pi}{3}) + i_g \sin(\gamma - \frac{4\pi}{3}) + i_d \right] + \\
 & + (L_{20} + L_{2v}) i_d - \frac{1}{2} L_{2v} \left(-\frac{1}{2} i_a + \frac{\sqrt{3}}{2} i_a^* \right) - \frac{1}{2} L_{2u} \left(-\frac{1}{2} i_a - \frac{\sqrt{3}}{2} i_a^* \right)
 \end{aligned}$$

Procedind analog și cu ultimele două relații din (778) și identificind coeficienții acelorăși funcții trigonometrice de unghiul γ , se obțin cu luarea în considerație a identităților evidente:

$$\begin{aligned}
 (803) \quad & \cos^2 \gamma + \cos^2(\gamma - \frac{2\pi}{3}) + \cos^2(\gamma - \frac{4\pi}{3}) = \frac{3}{2} \\
 & \sin \gamma \cos \gamma + \sin(\gamma - \frac{2\pi}{3}) \cos(\gamma - \frac{2\pi}{3}) + \sin(\gamma - \frac{4\pi}{3}) \cos(\gamma - \frac{4\pi}{3}) = 0
 \end{aligned}$$

următoarele două relații:

$$(804) \quad \begin{cases} \psi_a = \frac{3}{2} M_{12} i_d + \left(\frac{3}{2} L_{2u} + L_{20} \right) i_a \\ \psi_a^* = -\frac{3}{2} M_{12} i_g + \left(\frac{3}{2} L_{2u} + L_{20} \right) i_a^* \end{cases}$$

Se observă că noile relații fluxuri-curenți (801) și (804) nu mai conțin coeficienți (inductanțe) variabilă cu unghiul γ . În vederea scrierii mai simple a relațiilor, precum și pentru interpretarea ulterioară a lor, vom introduce notațiile:

$$(805) \quad \begin{cases} \mathcal{L}_1 = \frac{3}{2} L_{1u} + L_{10} \\ \mathcal{L}_2 = \frac{3}{2} L_{2u} + L_{20} \\ \mathcal{M} = \frac{3}{2} M_{12} \end{cases}$$

denumite adesea inductanțe ciclice (propriu și mutuale).

9.6. Ecuațiile finale în noile mărimi.

În urma transformării mărimilor inițiale cu ajutorul formulelor de transformare directe [(792), (797)] și inverse [(793), (796)], care se aplică tuturor variabilelor (deși în expresiile amintite ele sînt scrise numai pentru curenți i), obținem următorul sistem de e-

ecuații pentru studiul regimului tranzitoriu al mașinii asincrone
(ecuațiile R.H.Park pentru tensiuni și fluxuri) :

$$\begin{aligned}
 (806) \quad & \left\{ \begin{aligned} R_1 i_d - u_d &= - \frac{d\psi_d}{dt} - j \psi_q \\ R_1 i_q - u_q &= - \frac{d\psi_q}{dt} + j \psi_d \\ R_1 i_o - u_o &= - \frac{d\psi_o}{dt} \\ R_2 i_a &= - \frac{d\psi_a}{dt} \\ R_2 i_a^* &= - \frac{d\psi_a^*}{dt} \end{aligned} \right. \\
 (807) \quad & \left\{ \begin{aligned} \psi_d &= L_1 i_d + M i_a \\ \psi_q &= L_1 i_q - M i_a^* \\ \psi_o &= L_{1o} i_o \\ \psi_a &= M i_d + L_2 i_a \\ \psi_a^* &= -M i_q + L_2 i_a^* \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

Dacă se cunoaște variația în timp a unghiului θ , sistemul de ecuații format de (806) și (807) este complet, formînd după înlocuirea lui (807) în (806) cinci ecuații diferențiale cu cinci necunoscute. Dacă se cunosc tensiunile aplicate și parametrii:

$$R_1, R_2, L_1, L_2, M, L_{1o}, L_{2o}$$

între care există relația:

$$(808) \quad M = \sqrt{(L_1 - L_{1o})(L_2 - L_{2o})} = \frac{3}{2} \sqrt{L_{1o} L_{2o}}$$

(deci numai șase parametri sînt independenți), se pot afla cu ajutorul ecuațiilor și al condițiilor inițiale cei cinci curenți.

Dacă în plus se știe că $\dot{\theta}$ este constant (deci $\theta = \omega t + \theta_0$), sistemul devine în plus liniar (deoarece ω este constant) și deci ușor de rezolvat prin metodele cunoscute (se preferă metodele operaționale bazate pe transformate Laplace).

Dacă însă mișcarea rotorului nu este cunoscută, unghiul θ făcînd parte din lista necunoscutelor, mai este necesară o ecuație în plus, la care trecem în continuare.

9.7. Cuplul electromagnetic și ecuația de mișcare.

Vom folosi pentru calculul cuplului instantaneu teorema forțelor generalizate în sens Lagrangean (vol. I pag. 23), observînd că între variabila generalizată reală θ_r și unghiul electric θ definit înainte, avem relația:

$$(809) \quad \theta = p \cdot \theta_r$$

Cuplul va fi atunci:

$$(810) \quad m_e = + \frac{\partial W_{mg}}{\partial \theta_r} \Big|_{i=a} = + p \cdot \frac{\partial W_{mg}}{\partial \theta} \Big|_{i=a}$$

în care energia magnetică totală este:

$$(811) \quad W_{mg} = \frac{1}{2} \sum \psi_k i_k = \frac{1}{2} (\psi_A i_A + \psi_B i_B + \psi_C i_C + \psi_a i_a + \psi_b i_b + \psi_c i_c)$$

Derivarea făcîndu-se în (810) la curenții reali constanți, vom avea:

$$(812) \quad m_e = \frac{p}{2} \left[i_A \frac{\partial \psi_A}{\partial \theta} + i_B \frac{\partial \psi_B}{\partial \theta} + i_C \frac{\partial \psi_C}{\partial \theta} + i_a \frac{\partial \psi_a}{\partial \theta} + i_b \frac{\partial \psi_b}{\partial \theta} + i_c \frac{\partial \psi_c}{\partial \theta} \right]$$

Înlocuind fluxurile reale prin cele transformate, avem:

$$(813) \quad m_e = \frac{p}{2} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (\psi_A \cos \theta + \psi_2 \sin \theta + \psi_0) + \right]$$

$$\begin{aligned}
 (813) \quad & + i b \frac{\partial}{\partial x} \left[\psi_d \cos\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) + \psi_2 \sin\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) + \psi_0 \right] + \\
 & + i c \frac{\partial}{\partial x} \left[\psi_d \cos\left(x - \frac{4\pi}{3}\right) + \psi_2 \sin\left(x - \frac{4\pi}{3}\right) + \psi_0 \right] + \\
 & + i a \frac{\partial \psi_a}{\partial x} + i b \frac{\partial}{\partial x} \left[-\frac{1}{2} \psi_a + \frac{\sqrt{3}}{2} \psi_a^* \right] + \\
 & + i c \frac{\partial}{\partial x} \left[-\frac{1}{2} \psi_a - \frac{\sqrt{3}}{2} \psi_a^* \right]
 \end{aligned}$$

Efectuăm derivările și ținem seama de (792) și de expresiile (801) și (804). Se mai ține seama că la curenți reali constanți avem:

$$(814) \quad \frac{\partial i_d}{\partial x} = -i_2 \quad \frac{\partial i_2}{\partial x} = +i_d$$

După calcule simple găsim pentru cuplul electromagnetic instantaneu expresia:

$$(815) \quad m_e = \frac{3p}{2} (-\psi_d i_2 + \psi_2 i_d)$$

O valoare pozitivă a acestui cuplu corespunde unui cuplu activ, motor, exercitat în sensul măririi valorii lui x !

În condițiile în care se cere și determinarea funcției $x(t)$, ecuația care mai trebuie adăugată sistemului (806), (807) este ecuația de mișcare a rotorului cunoscută din mecanica teoretică (pentru mișcarea unui solid rigid în jurul unei axe fixe):

$$(816) \quad \sum m_a + m_e = J \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} + \sum m_r$$

În această ecuație $\sum m_a$ și $\sum m_r$ reprezintă rezultantele cuplurilor active și rezistente ce acționează la arborele mașinii, diferite de cuplul electromagnetic. Ținând seama de (809), rezultă că la sistemul (806), (807) trebuie adăugate și expresiile:

$$\begin{aligned}
 (817) \quad & \sum m_a + m_e = \frac{J}{p} \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} + \sum m_r \\
 & m_e = \frac{3p}{2} (-\psi_d i_2 + \psi_2 i_d)
 \end{aligned}$$

Se formează astfel un sistem complet de ecuații, în general neli-

niar, deci greu de rezolvat, totuși mult mai ușor de rezolvat decât sistemul de ecuații inițial, în mărimile fizice reale inițiale. Acest sistem se folosește și la studiul regimurilor nesimetrice ale mașinii asincrone, deși de multe ori este mai indicată folosirea metodei componentelor simetrice Stokvis-Fortescue (pentru regim sinusoidal permanent).

Datorită asemărilor cu problemele de același tip de la mașini sincrone, pentru a nu repeta inutil căi identice de rezolvare, vom trata unele probleme de regimuri tranzitorii și nesimetrice la acel capitol, unde se integrează mai natural în cadrul teoretic general. Vom arăta totuși aici, legătura cu regimul permanent sinusoidal, necesară unei interpretări mai simple a unor rezultate.

9.8. Regimul permanent sinusoidal (staționar).

Să presupunem un motor asincron cu rotor bobinat (fig. 285) alimentat în regim permanent sinusoidal simetric trifazat:

$$(818) \quad \begin{cases} u_A = \sqrt{2} \cdot U \sin \omega_1 t \\ u_B = \sqrt{2} \cdot U \sin(\omega_1 t - \frac{2\pi}{3}) \\ u_C = \sqrt{2} \cdot U \sin(\omega_1 t - \frac{4\pi}{3}) \end{cases} \quad (\omega_1 = 2\pi f_1)$$

și pe baza celor cunoscute, să notăm viteza rotorului constantă prin:

$$(819) \quad \dot{\gamma} = \omega_2' = p \cdot \Omega_2$$

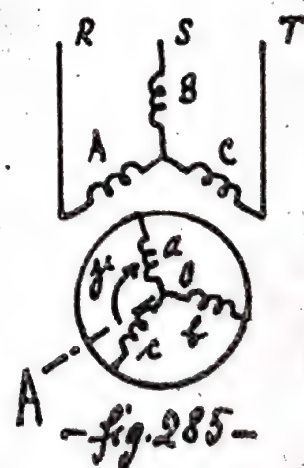
Să mai introducem notațiile:

$$(820) \quad \begin{cases} \omega_1 = p \Omega_1 \\ s = \frac{\omega_1 - \omega_2'}{\omega_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \end{cases}$$

Aplicând relații de forma celor din (792) găsim:

$$(821) \quad \begin{aligned} u_d &= \sqrt{2} \cdot U \sin(\omega_1 - \omega_2') t \\ u_q &= \sqrt{2} \cdot U \cos(\omega_1 - \omega_2') t \end{aligned}$$

adică conform (820):



$$(822) \begin{cases} u_d = \sqrt{2} \cdot V \sin \omega_2 t \\ u_q = \sqrt{2} \cdot V \cos \omega_2 t \end{cases}$$

Observind că nu avem componente omopolare instantanee (deoarece avem evident $u_A + u_B + u_C = 0$), sistemul de ecuații Park dat de (806) în care se înlocuiesc relațiile (807), devine:

$$(823) \begin{cases} u_d = R_1 i_d + L_1 \frac{di_d}{dt} + M \frac{di_a}{dt} + (\omega_1 - \omega_2)(L_1 i_q - M i_a^*) \\ u_q = R_1 i_q + L_1 \frac{di_q}{dt} - M \frac{di_a^*}{dt} - (\omega_1 - \omega_2)(L_1 i_d + M i_a) \\ 0 = R_2 i_a + L_2 \frac{di_a}{dt} + M \frac{di_d}{dt} \\ 0 = R_2 i_a^* + L_2 \frac{di_a^*}{dt} - M \frac{di_q}{dt} \end{cases}$$

Deoarece u_d și u_q au în timp pulsația ω_2 , conform relațiilor (822), soluțiile sistemului (823) care corespund regimului permanent sinusoidal (deci nu cazului mai general al aplicării bruște a tensiunilor date de (818)) se vor putea determina mai simplu pe baza metodei fazoriale. Trecind la fazori de timp cu pulsație ω_2 , mărimile din (823), se va obține sistemul:

$$(824) \begin{cases} \underline{U}_d = (R_1 + j\omega_2 L_1) \underline{I}_d + j\omega_2 M \underline{I}_a + (\omega_1 - \omega_2)(L_1 \underline{I}_q - M \underline{I}_a^*) \\ \underline{U}_q = (R_1 + j\omega_2 L_1) \underline{I}_q - j\omega_2 M \underline{I}_a^* - (\omega_1 - \omega_2)(L_1 \underline{I}_d + M \underline{I}_a) \\ 0 = (R_2 + j\omega_2 L_2) \underline{I}_a + j\omega_2 M \underline{I}_d \\ 0 = (R_2 + j\omega_2 L_2) \underline{I}_a^* - j\omega_2 M \underline{I}_q \end{cases}$$

Exprimind curenții rotorici din ultimele două ecuații:

$$(825) \quad \underline{I}_a = - \frac{j\omega_2 M \underline{I}_d}{R_2 + j\omega_2 L_2} \quad \underline{I}_a^* = \frac{j\omega_2 M \underline{I}_q}{R_2 + j\omega_2 L_2}$$

și înlocuindu-i în primele două ecuații, se obține:

$$(826) \begin{cases} \underline{U}_d = \underline{Z}_d \underline{I}_d + \underline{Z}_q \underline{I}_q \\ \underline{U}_q = -\underline{Z}_q \underline{I}_d + \underline{Z}_d \underline{I}_q \end{cases}$$

in care am notat:

$$(827) \begin{cases} \underline{Z}_d = R_1 + j\omega_2 L_1 + \frac{\omega_2^2 M^2}{R_2 + j\omega_2 L_2} \\ \underline{Z}_q = (\omega_1 - \omega_2) \left(L_1 - \frac{j\omega_2 M^2}{R_2 + j\omega_2 L_2} \right) \end{cases}$$

Observând că avem din (822) relația $\underline{U}_q = j \underline{U}_d$, găsim soluțiile sistemului (826) sub forma:

$$(828) \begin{cases} \underline{I}_d = \frac{\underline{U}_d}{\underline{Z}_d + j \underline{Z}_q} = \frac{\underline{U}_d}{\underline{Z}_e} \\ \underline{I}_q = j \underline{I}_d \end{cases}$$

Punând impedanța $\underline{Z}_e = R_e + jX_e$ sub forma de parte reală plus parte imaginară și înlocuind $\omega_2 = \omega_1$ din (820), se obține:

$$(829) \underline{Z}_e = \underbrace{\left[R_1 + \frac{\omega_1^2 M^2}{\left(\frac{R_2}{s} \right)^2 + \omega_1^2 L_2^2} \cdot \frac{R_2}{s} \right]}_{R_e} + j \underbrace{\left[\omega_1 L_1 - \frac{\omega_1^2 M^2}{\left(\frac{R_2}{s} \right)^2 + \omega_1^2 L_2^2} \omega_1 L_2 \right]}_{X_e}$$

ceea ce corespunde schemei echivalente din fig.286.

Avem deci:

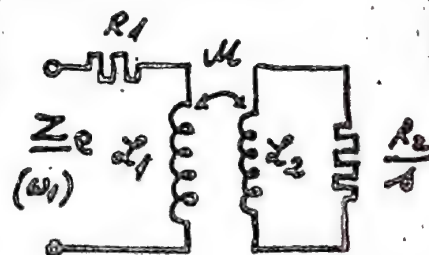
$$(830) \underline{I}_d = \frac{\underline{U}_d}{R_e + jX_e}$$

și dacă notăm:

$$(831) \begin{aligned} I &= \frac{U}{|Z_e|} \\ \text{tg } \psi &= \text{arg } \underline{Z}_e = X_e / R_e \end{aligned}$$

vom avea expresiile instantanee:

$$(832) \begin{cases} i_d = \sqrt{2} \cdot I \sin(\omega_2 t - \psi) \\ i_q = \sqrt{2} \cdot I \cos(\omega_2 t - \psi) \end{cases}$$



-fig.286-

Dacă calculăm acum curenții reali cu expresiile (793) în care ținem seama că după (819) și (820) avem $\gamma = (\omega_1 - \omega_2)t$, rezultă:

$$(833) \quad i_A = \sqrt{2} \cdot I \left[\sin(\omega_2 t - \psi) \cos(\omega_1 - \omega_2)t + \cos(\omega_2 t - \psi) \sin(\omega_1 - \omega_2)t \right] = \sqrt{2} \cdot I \cdot \sin(\omega_1 t - \psi)$$

Obținem deci expresiile curenților de regim staționar:

$$(834) \quad \begin{aligned} i_A &= \sqrt{2} \cdot I \cdot \sin(\omega_1 t - \psi) \\ i_B &= \sqrt{2} \cdot I \cdot \sin(\omega_1 t - \psi - \frac{2\pi}{3}) \\ i_C &= \sqrt{2} \cdot I \cdot \sin(\omega_1 t - \psi - \frac{4\pi}{3}) \end{aligned}$$

în care valoarea efectivă I și defazajul ψ depind de alunecarea s în modul arătat de relațiile (829), (830) și (831).

Lăsînd la o parte calculul cuplului electromagnetic pe baza relației (815) (reprezintă un exercițiu bun pentru studentul conștiințios), să observăm că schema echivalentă din fig. 286 care servește la calculul curenților statorici (834) conține impedanțe calculate la pulsația mărimilor statorice, iar parametrii care intervin în schemă sînt de trei ori pe doi mai mari ca cei ce corespund unei faze, întocmai ca la transformatorul trifazat (vol. I pag. 201..202 relațiile (407) și (409)), fapt ce justifică denumirea de inductanțe ciclice date expresiilor (805).

Teoria expusă este o teorie fizică, bazată pe inductanțe proprii și mutuale, astfel că schema echivalentă din fig. 286 trebuie considerată ca atare. Ea este echivalentă cu schema obișnuită din cadrul teoriei tehnice, dacă se neglijează pierderile în fier, căci se vede imediat că schemei din fig. 286 îi corespund ecuațiile unui transformator monofazat din cadrul teoriei fizice (vol. I pag. 112, ecuațiile (166)), avînd parametrii R_1 , R_2/s , \mathcal{L}_1 , \mathcal{L}_2 și \mathcal{M} . Ținînd seama de echivalența celor două teorii în cazul neluării în considerație a saturației magnetice, se poate trece de la o schemă la alta, regăsind (omitem calculele) schema clasică echivalentă a motorului asincron din fig. 140, în care:

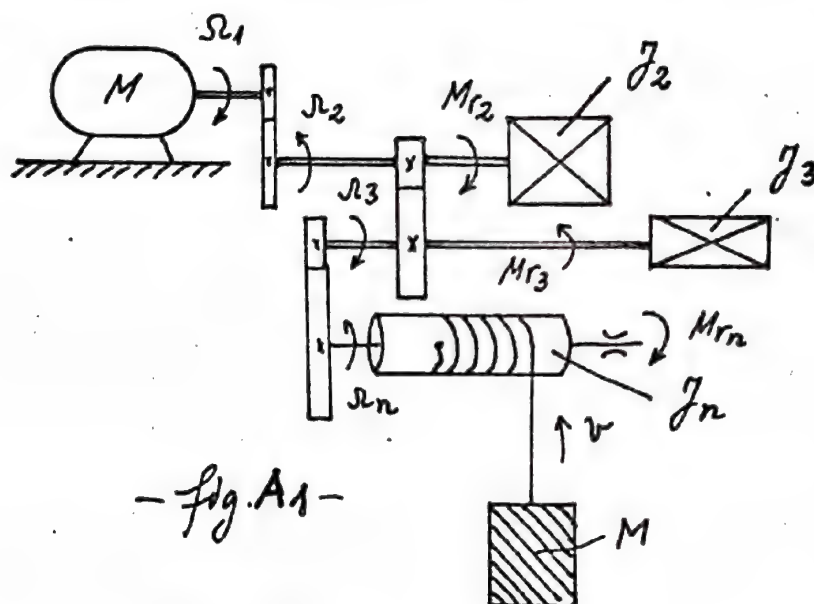
$$(835) \quad \begin{cases} X_{1\sigma} = \omega_1 L_{1\sigma} & X'_{2\sigma} = \left(\frac{k_{w1} W_1}{k_{w2} W_2} \right)^2 (\omega_1 L_{2\sigma}) \\ R_w = \infty \\ X_\mu = \omega_1 (\mathcal{L}_1 - L_{1\sigma}) = \frac{3}{2} \omega_1 L_{1\mu} \end{cases}$$

Reducerea la arborele motorului, a cuplurilor rezistente și a momentelor de inerție.

Ecuția fundamentală a dinamicii acționărilor electrice, în ipoteza unor inerții constante (J este constant), este:

$$A.1) \quad M_a = J \cdot \frac{d\Omega}{dt} + M_r$$

Mărimile J și m_r sînt însă mărimi reduse la arborele motorului, deoarece de cele mai multe ori sarcina motorului nu se aplică direct la axul acestuia, ci prin intermediul unui lanț cinematic de transmitere și transformare a mișcării, ca de exemplu cel



din fig. A₁ alăturată. Puterea dezvoltată de motor se poate transmite unei singure sarcini (acționare individuală), sau mai multor sarcini (acționare multiplă). Există tendința clară de folosire numai a acționărilor individuale (pentru fiecare mișcare, un motor), datorită siguranței mai mari în funcționare și a unei posibilități mai bune de control și automatizare.

(a) Reducerea cuplurilor rezistente.

Să presupunem situația din fig. A₂, în care treptei de reducere sau amplificare a vitezei de rotație i se atribuie un ra-

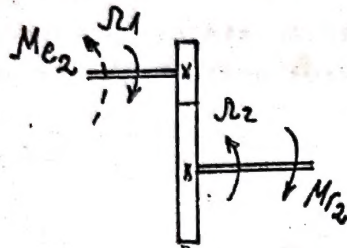
port de transformare definit prin:

$$A.2) \quad i_{12} = \frac{\Omega_1}{\Omega_2}$$

Cuplul rezistent M_{r2} de pe axul de ieșire cu viteză Ω_2 , se poate echivala printr-un cuplu M_{e2} pe axul de intrare cu viteză Ω_1 , dacă se ține seama de conservarea puterii mecanice, luând în considerație și pierderile.

Avem atunci:

$$A.3) \quad M_{r2} \cdot \Omega_2 = \eta_{12} \cdot M_{e2} \cdot \Omega_1$$



în care η_{12} este randamentul treptei de transformare. Rezultă cuplul redus la axul de intrare:

$$A.4) \quad M_{e2} = \frac{M_{r2}}{i_{12} \cdot \eta_{12}}$$

Această expresie se generalizează imediat pentru cazul acționării individuale prin reductor cu mai multe trepte, conducând la expresia următoare:

$$A.5) \quad M_{re} = \frac{M_r}{(i_{12} \cdot i_{23} \cdot \dots \cdot i_{n-1,n}) (\eta_{12} \cdot \eta_{23} \cdot \dots \cdot \eta_{n-1,n})} = \frac{M_r}{i \cdot \eta}$$

în care i este raportul de transmisie, iar η este randamentul reductorului.

Dacă avem și alte sarcini, intermediare, ca în fig. A₁, se obține o expresie și mai generală ca A.5) și anume:

$$A.6) \quad M_{re} = \frac{M_2}{i_{12} \cdot \eta_{12}} + \frac{M_3}{i_{12} \cdot i_{23} \cdot \eta_{12} \cdot \eta_{13}} + \dots + \frac{M_n}{(i_{12} \cdot \dots \cdot i_{n-1,n}) (\eta_{12} \cdot \dots \cdot \eta_{n-1,n})}$$

adică:

$$A.7) \quad M_{re} = \sum_{k=2}^n \frac{M_k}{i_k \cdot \eta_k}$$

în care prin i_k și η_k s-au notat produsele corespunzând treptelor de la intrare pînă la axul unde acționează cuplul rezistent M_{rk} .

În cazuri în care în locul cuplurilor rezistente avem forțe ca în cazul fig. A₃, avem pentru treapta cea mai apropiată relația:

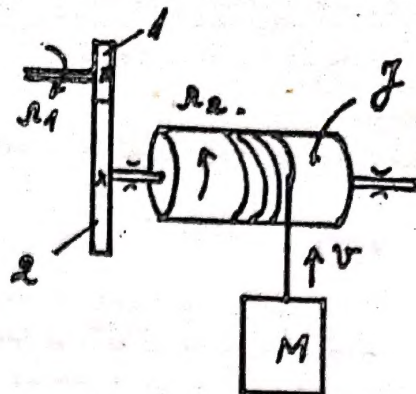
$$A.8) F_{r2} \cdot v_2 = \eta_{12} \cdot M_{e2} \Omega_1$$

din care rezultă:

$$A.9) M_{e2} = \frac{F_{r2} \cdot v_2}{\eta_{12} \cdot \Omega_1}$$

pentru cuplul echivalent.

(b) Reducerea momentelor de inerție.



- Fig. 13 -

La baza reducerii momentelor de inerție stă conservarea energiei cinetice de rotație. Astfel pentru cazul unei singure trepte, ca cel din fig. A₂, avem:

$$A.10) \frac{J_e \Omega_1^2}{2} = \frac{J_2 \Omega_2^2}{2}$$

din care rezultă momentul echivalent pe axul de intrare:

$$A.11) J_e = \frac{J_2}{i_{12}^2}$$

Pentru cazul mai general, ca cel din fig. A₁, rezultă imediat expresia:

$$A.12) J_e = \frac{J_2}{i_{12}^2} + \frac{J_3}{i_{12}^2 \cdot i_{23}^2} + \dots + \frac{J_n}{i_{12}^2 \cdot i_{23}^2 \dots i_{n-1,n}^2}$$

În cazuri ca cel din fig. A₃ cînd avem și mase în translație, din conservarea energiei cinetice rezultă:

$$A.13) \frac{J_e \Omega_1^2}{2} = \frac{J_2 \Omega_2^2}{2} + \frac{M v^2}{2}$$

adică momentul de inerție echivalent este:

$$A.14) J_e = J_2 \cdot \frac{1}{i_{12}^2} + M \frac{1}{i_{12}^2} \cdot \left(\frac{v}{\Omega_2} \right)^2 = \frac{1}{i_{12}^2} \left\{ J_2 + M \left(\frac{v}{\Omega_2} \right)^2 \right\}$$

pentru axul de rotație respectiv. Frecările nu joacă nici-un rol în acest caz, deci randamentul treptelor nu trebuie să intervină. Doar la transmisii la care pot să apară variații de viteză din cauza frecării (de ex. cele prin curele) trebuie ținut seama de pierderi prin frecări.

Dacă ținem seama și de cuplul rezistent direct, de la axul motorului, precum și de momentul de inerție al motorului însuși și al altor obiecte de pe primul ax, rezultă că mărimile din prima ecuație A.1) sînt date de expresiile:

$$\text{A.15)} \quad M_r = M_1 + \frac{M_2}{i_{12} \cdot \eta_{12}} + \dots + \frac{M_n}{(i_{12} \dots i_{n-1,n}) (\eta_{12} \dots \eta_{n-1,n})}$$

și respectiv:

$$\text{A.16)} \quad J = J_1 + \frac{J_2}{i_{12}^2} + \dots + \frac{J_n}{(i_{12} \cdot i_{23} \dots i_{n-1,n})^2}$$

anumite cupluri și momente de inerție putînd fi scrise:

$$\text{A.17)} \quad \begin{cases} M_k = \frac{F_k \cdot v_k}{\eta_{k-1,k} R_{k-1}} \\ J_{ke} = J_k + M_k \cdot \left(\frac{v_k}{R_k} \right)^2 \end{cases}$$

dacă corespund unor mișcări de translație.

Centrul de multiplicat-cursuri

I. P. B. Spialul Independenței 313

Tiparul executat sub comanda nr. 66

Tiraj exemplare 359